

ФИЗИКА

Бауманский

ВМК

ПРЕДИСЛОВИЕ

Сборник задач составлен в соответствии с программой по физике для поступающих в вузы. Наряду с задачами средней и повышенной сложности в сборнике есть и достаточно простые задачи, рассчитанные на учащихся с относительно невысоким начальным уровнем знаний. При проведении групповых семинарских занятий на Подготовительных курсах такое построение сборника помогает организовать индивидуальную работу со слушателями. Задачи средней и повышенной сложности взяты из числа тех, которые предлагались в разные годы на вступительных экзаменах в МГТУ имени Н.Э. Баумана.

Материал согласован с календарным планом занятий по физике на Подготовительных курсах МГТУ. Учитывая, что лекции заметно опережают по своей тематике семинары, авторы сочли возможными небольшие отступления в изложении материала, позволяющие рассмотреть более широкий круг задач. Так, например, при решении задач по динамике вращательного движения часто используется закон сохранения механической энергии, а в раздел "Электростатика" включены задачи на цепи, содержащие конденсаторы и гальванические элементы.

Для поддержания высокой интенсивности семинарских занятий ответы помещены непосредственно после задач и в подавляющем большинстве случаев даны и в числовом, и в общем виде.

При подготовке издания учтены критические замечания преподавателей Подготовительных курсов МГТУ.

Желаем успеха !

1. КИНЕМАТИКА *

Средняя скорость

1.1. Автомобиль двигался из пункта A в пункт B со скоростью $v = 40$ км/ч, а обратно из пункта B в пункт A со скоростью 60 км/ч. Определить среднюю скорость $v_{\text{ср}}$ автомобиля на всем пути и среднюю скорость перемещения $\vec{v}_{\text{ср}}$, если автомобиль в пункте B : а) мгновенно развернулся и поехал назад; б) простоял в течение времени, равного половине времени движения из пункта B в пункт A .

$$[v_{\text{ср}} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2} = 48 \text{ км/ч}; v_{\text{ср}} = \frac{4v_1v_2}{3v_1 + 2v_2} = 40 \text{ км/ч}; \vec{v}_{\text{ср}a} = \vec{v}_{\text{ср}b} = 0]$$

1.2. Всадник проехал половину пути со скоростью $v_1 = 10$ км/ч. Далее половину оставшегося времени движения он ехал со скоростью $v_2 = 8$ км/ч, а затем до конца пути – со скоростью $v_3 = 4$ км/ч. Определить среднюю скорость движения всадника на всем пути.

$$[v_{\text{ср}} = \frac{2v_1(v_2 + v_3)}{2v_1 + v_2 + v_3} = 7,5 \text{ км/ч}]$$

1.3. Материальная точка движется по окружности радиуса $R = 1$ м с постоянной линейной скоростью, совершая один полный оборот за время $T = 1$ с. Определить модуль средней скорости за четверть (v_1), половину (v_2), три четверти (v_3) и полный оборот (v_4).

$$[v_1 = 4\sqrt{2} \text{ м/с}; v_2 = 4 \text{ м/с}; v_3 = 4\sqrt{2}/3 \text{ м/с}; v_4 = 0]$$

1.4. Первую половину времени тело движется со скоростью $v_1 = 20$ м/с под углом $\alpha_1 = 60^\circ$ к заданному направлению, а вторую половину времени – под углом $\alpha_2 = 120^\circ$ к тому же направлению со скоростью $v_2 = 40$ м/с. Найти среднюю скорость движения $v_{\text{ср}}$.

$$[v_{\text{ср}} = 26,46 \text{ м/с}]$$

* В скобках [...] после каждой задачи даны ответы.

1.5. Тело совершает два последовательных, одинаковых по длине перемещения со скоростями $v_1 = 20$ м/с под углом $\alpha_1 = 60^\circ$ к направлению оси OX и $v_2 = 40$ м/с под углом $\alpha_2 = 120^\circ$ к тому же направлению. Найти среднюю скорость движения v_{cp} . [$v_{cp} = \frac{40\sqrt{3}}{3}$ м/с]

Равнопеременное прямолинейное движение

1.6. Локомотив находился на расстоянии 400 м от светофора и имел скорость 54 км/ч, когда началось торможение с ускорением, модуль которого равен $0,3$ м/с². На каком расстоянии от светофора остановится локомотив? [25 м]

1.7. Ракета, запущенная вертикально, достигла высоты 192 км. Во время работы двигателей ускорение ракеты равнялось 2 м/с². Сколько времени работал двигатель? [400 с]

1.8. За последние $\tau = 2$ с свободно падающее тело пролетело $\alpha = 3/4$ всего пути. Сколько времени t_0 и с какой высоты H падало тело? Начальная скорость тела равна нулю.

$$[t_0 = \frac{\tau}{1 - \sqrt{1 - \alpha}} = 4 \text{ с}; H = \frac{g\tau^2}{2} = 78,5 \text{ м}]$$

1.9. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью v_0 . Определить высоту подъема H , время подъема τ , время движения от момента броска до момента падения t_0 и конечную скорость тела v_k .

$$[H = \frac{v_0^2}{2g}; \tau = \frac{v_0}{g}; t_0 = \frac{2v_0}{g}; \vec{v}_k = -\vec{v}_0].$$

1.10. Камень свободно падает с высоты $H = 10$ м. За какое время τ он пройдет последние $l = 2$ м своего пути?

$$[\tau = \sqrt{\frac{2}{g}} \cdot (\sqrt{H} - \sqrt{H-l}) = 0,15 \text{ с}]$$

1.11. Аэростат поднимается с земли вертикально вверх с ускорением $a = 2$ м/с². Через $\tau = 5$ с от начала движения из него выпал предмет. На какую максимальную высоту H поднимется этот предмет? Через какое время t_0 этот предмет упадет на землю и какую конечную скорость v_k будет иметь при этом? Начальная скорость аэростата равна нулю.

$$[H = H_0 + \frac{v_0^2}{2g} = 30 \text{ м, где } H_0 = \frac{a\tau^2}{2} = 25 \text{ м; } v_0 = a\tau = 10 \text{ м/с;}$$

$$t_0 = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gH_0}}{g} \approx 3,5 \text{ с; } v_k = -\sqrt{v_0^2 + 2gH} = 24,3 \text{ м/с}]$$

1.12. Звук выстрела и пуля одновременно достигают высоты $H = 680$ м. Какова начальная скорость v_0 пули? Выстрел произведен вертикально вверх; сопротивление движению пули не учитывать. Скорость звука c принять равной 340 м/с.

$$[v_0 = c + \frac{gH}{2c} = 350 \text{ м/с}]$$

1.13. Два тела брошены вертикально вверх из одной точки одно вслед за другим с интервалом $\tau = 2$ с с одинаковыми начальными скоростями $v_0 = 50$ м/с. Через какое время t_B после броска первого тела и на какой высоте H_B они встретятся?

$$[t_B = \frac{v_0}{g} + \frac{\tau}{2} = 6 \text{ с, } H_B = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g\tau}{8} = 120 \text{ м}]$$

1.14. По наклонной доске скользит снизу вверх шарик. На расстоянии $l = 0,3$ м от начальной точки движения шарик побывал дважды: через $t_1 = 1$ с и $t_2 = 2$ с после начала движения. Определить начальную скорость и ускорение движения шарика, считая его постоянным.

$$[v_0 = \frac{t_1 + t_2}{t_1 t_2} \cdot l = 0,45 \text{ м/с, } a = \frac{2l}{t_1 t_2} = 0,3 \text{ м/с}^2]$$

1.15. Тело, двигаясь равноускоренно, за пятую секунду от начала движения проходит $45,5$ м. Определить модуль перемещения тела за 5 с и его скорость в конце пятой секунды. Начальная скорость тела равна нулю. [$\Delta r = 126,4$ м, $v = 50,6$ м/с]

Графики движения

1.16. Электropоезд начинает свое движение из состояния покоя и равномерно увеличивает скорость. Первый вагон прошел мимо наблюдателя, неподвижно стоявшего на платформе, за время $\tau_1 = 10$ с. За какое время τ пройдет мимо него седьмой вагон?

$$[\tau = (\sqrt{7} - \sqrt{6}) \cdot \tau_1 = 1,96 \text{ с}]$$

1.17. Мяч брошен вертикально вверх со скоростью $v_0 = 10$ м/с. На какой высоте скорость мяча будет вдвое меньше v_0 ?

$$[h = \frac{3v_0^2}{8g} = 3,75 \text{ м}]$$

1.18. Пуля, летящая со скоростью 400 м/с, попадает в преграду и проникает в нее на глубину 32 см. Найти ускорение a и время движения t пули внутри преграды. На какой глубине l_1 скорость пули уменьшится в 4 раза? Движение пули считать равнопеременным.

$$[a = \frac{v_0^2}{2l} = 2,5 \cdot 10^5 \text{ м/с}^2; t = \frac{v_0}{a} = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ с}; l_1 = \frac{15}{16} \cdot l = 0,3 \text{ м}]$$

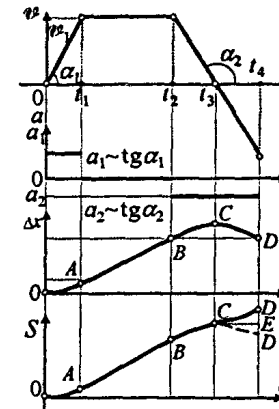
1.19. Поезд начинает движение из состояния покоя и равномерно увеличивает свою скорость. На первом километре она возросла на $\Delta v_1 = 10$ м/с. На сколько возрастет скорость на втором километре?

$$[\Delta v_2 = (\sqrt{2} - 1) \cdot \Delta v_1 = 4,1 \text{ м/с}]$$

1.20. Автомобиль начинает движение из состояния покоя и, двигаясь по прямой, проходит первый километр с ускорением a_1 , а второй – с ускорением a_2 . При этом его скорость на первом километре увеличивается на $\Delta v_1 = 10$ м/с, а на втором – на $\Delta v_2 = 5$ м/с. Какое ускорение больше: a_1 или a_2 ?

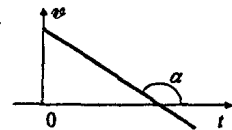
$$[a_1 = \frac{\Delta v_1^2}{2S} = 0,05 \text{ м/с}^2; a_2 = \frac{\Delta v_2^2 + 2\Delta v_1 \cdot \Delta v_2}{2S} = 0,0625 \text{ м/с}^2; S = 1000 \text{ м}, a_2 > a_1]$$

1.21. Дан график зависимости скорости тела, движущегося прямолинейно, от времени. Построить графики зависимости ускорения, приращения координаты и пройденного пути от времени.



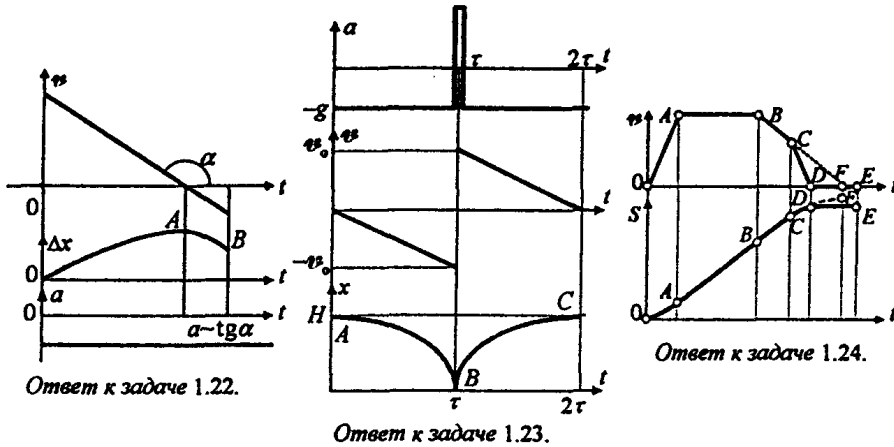
[Рис. слева, где участки OA и BCD – параболы, AB – прямая; параболы сопрягаются с прямой без изломов; участок CD' является симметричным к CD относительно прямой CE]

1.22. По графику скорости тела, движущегося прямолинейно (рис. справа) начертить графики изменения координаты и ускорения. [См. рис. на с. 11, где OAB – парабола, A – вершина параболы]



1.23. Шарик с высоты H падает на пол, отскакивает без потери скорости и поднимается на ту же высоту. Построить графики зависимости ускорения, скорости и перемещения от времени. Начало системы координат расположить на полу, ось X направить вверх.

[См. рис. на с. 11, где $\tau = \sqrt{2H/g}$; $v_0 = \sqrt{2gH}$; в момент удара о пол при $t = \tau$ в течение короткого промежутка времени возникает значительное ускорение, направленное вверх (на графике $a(t)$ показано условно); AB и BC – параболы, A и C – вершины парабол]



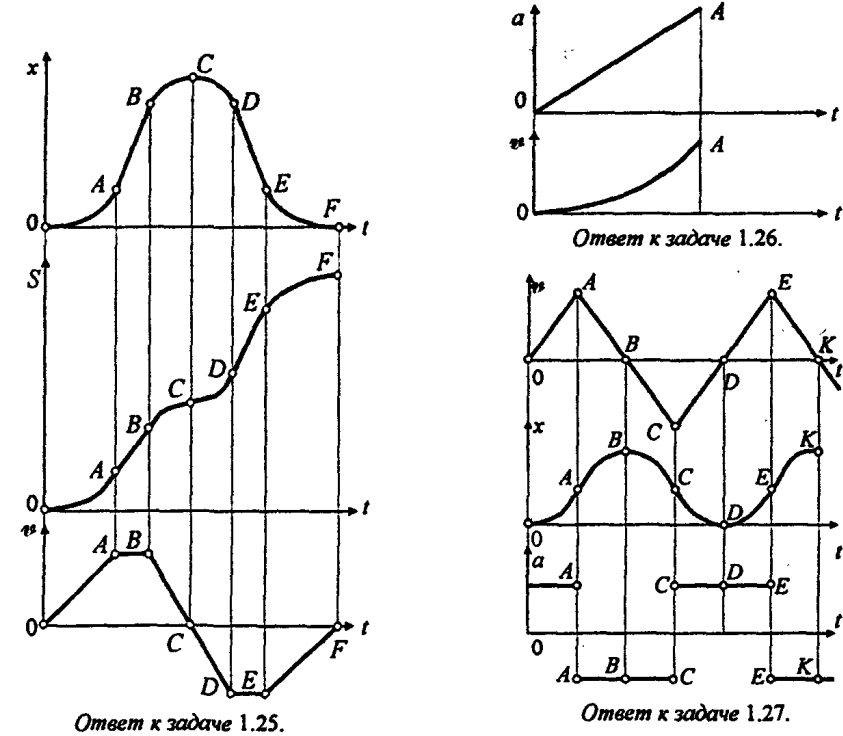
1.24. Исследовать график скорости прямолинейного движения автомобиля (рис. справа). Начертить график пути, соответствующий данному графику скорости. [На рис.верху, где OA , BC , CD – параболы, AB и DE – прямые. Вершина параболы OA – в точке O , BC – в точке F , CD – в точке D . Все кривые на графике $S(t)$ сопрягаются без изломов]

1.25. На рис. справа изображен график изменения координаты тела, движущегося прямолинейно (OA , BD , EF – параболы; AB , DE – прямые). Нарисовать графики изменения пути и скорости этого движения. [См. рис. на с. 12].

1.26. По графику зависимости ускорения от времени построить график зависимости скорости от времени. Начальная скорость равна нулю. [См. рис. на с. 12, где OA – параболы, O – вершина параболы]

1.27. На рис. справа дан график скорости тела, движущегося прямолинейно. Постро-

ить график его перемещения и ускорения, если треугольники OAB , BCD и DEK равны. [См. рис. внизу]



1.28. График зависимости скорости от времени имеет вид дуги окружности, опирающейся на диаметр (рис. справа). Значения u и T – заданы. Найти приращение координаты Δx . [$\Delta x = \pi u T / 4$]

1.29. На рис. справа представлен график изменения скорости тела от времени. Определите ускорение a на участке OA , AB , BC , CD и DE и приращение координаты Δx за все время движения. [$a_{OA} = 10 \text{ м/с}^2$; $a_{AB} = a_{CD} = 0$; $a_{BC} = -20 \text{ м/с}^2$; $a_{DE} = -5 \text{ м/с}^2$; $\Delta x = 155 \text{ м}$]

1.30. Точка движется по оси X по закону $x = 5 + 3t - 2t^2$ (x – в метрах). На каком расстоянии от начала координат скорость точки будет равна нулю? [6,125 м]

1.31. Движение тела вдоль оси X описывается уравнением $x = 3 + 2t + t^2$ (x – в метрах). Чему равна средняя скорость движения тела за вторую секунду? [5 м/с]

1.32. Движение материальной точки в данной системе отсчета характеризуется уравнениями $x = 2 + t$, $y = 1 + 2t$ (x, y – в метрах, t – в секундах). Найти уравнение траектории. Построить траекторию на плоскости XOY . Указать положение точки при $t = 0$, направление и скорость движения. [$y = 2x - 3$, траектория – прямая, $v = \sqrt{5}$ м/с]

1.33. Движение материальной точки описывается уравнениями $x = 10 \cos 3t$, $y = 10 \sin 3t$ (x, y – в сантиметрах). Определить скорость и ускорение точки.

[$v = 30$ см/с; $a = 90$ см/с²; траектория – окружность]

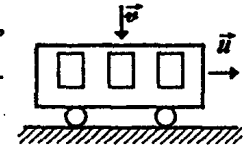
1.34. Точка движется согласно уравнениям $x = 2 + 3t$, $y = 1 + 4t$ (x, y – в метрах, t – в секундах). Какова ее скорость?
[$v = 5$ м/с]

1.35. Точка A движется согласно уравнениям $x_1 = 2t$, $y_1 = 5t$, а точка B – согласно уравнениям $x_2 = t + 1$, $y_2 = t^2 + 4$ (x, y – в метрах, t – в секундах). Встретятся ли эти точки? [Точки встретятся в момент времени $t = 1$ с; координаты точки встречи $x_0 = 2$ м, $y_0 = 5$ м]

1.36. Точка A движется согласно уравнениям $x_1 = 2t$, $y_1 = t$, а точка B – согласно уравнениям $x_2 = 10 - t$, $y_2 = 2t$ (x, y – в метрах, t – в секундах). Определите расстояние S между двумя точками в момент их максимального сближения.

[$S = \sqrt{10}$ м, через $t = 3$ с после начала движения]

1.37. Капли дождя, падающие вертикально, попадают на стекло окна вагона, движущегося со скоростью $u = 36$ км/ч, и оставляют на нем след под углом 60° к вертикали. Определить скорость падения капель v .



[$v = 5,8$ м/с]

1.38. Скорость течения реки u , скорость катера относительно воды v . Под каким углом к берегу должен двигаться катер, чтобы: а) пересечь реку за минимальное время? б) пересечь реку по кратчайшему пути?
[а) $\alpha = \pi/2$; б) $\alpha = \arccos(-u/v)$, при $u < v$]

1.39. Рыбак плывет на лодке вверх по реке. Проезжая под мостом, он уронил в воду соломенную шляпу. Через полчаса он заметил это и, повернув назад, догнал шляпу в 5 км ниже моста. Какова скорость течения реки, если рыбак, двигаясь вверх и вниз по реке, греб одинаково? [5 км/ч]

1.40. Расстояние S необходимо проплыть на лодке туда и обратно один раз по реке, скорость течения которой равна v_1 , а другой раз по озеру. Скорость лодки относительно воды оба раза равна v_2 ($v_1 < v_2$). Решив задачу в общем виде, докажите, что поездка туда и обратно по реке всегда занимает больше времени, чем по озеру.

1.41. Два корабля идут прямолинейными курсами, расположенными под углом 120° друг к другу: первый со скоростью 60 км/ч, второй – 80 км/ч. Какова скорость первого корабля относительно второго?

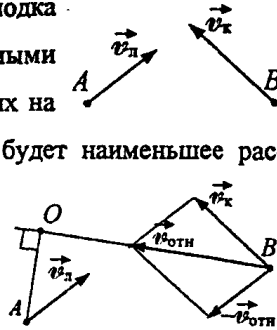
[122 км/ч]

1.42. Две машины отъехали от перекрестка по двум взаимно перпендикулярным улицам: одна со скоростью 50, вторая – 60 км/ч. С какой относительной скоростью они удаляются друг от друга?

[78,1 км/ч]

1.43. Заднее стекло автомобиля наклонено к горизонту под углом 60° . С какой скоростью должен двигаться автомобиль, чтобы на заднем стекле не оставалось следов от дождевых капель? Скорость падения капель дождя 53 км/ч . [30 км/ч]

1.44. В точках A и B находятся моторная лодка и катер, движущиеся с заданными постоянными скоростями v_1 и v_2 в направлениях, показанных на верхнем рис. Определите графически, каким будет наименьшее расстояние между лодкой и катером. [Нижний рис., где AO – наименьшее расстояние]



Движение тела, брошенного под углом к горизонту

1.45. Тело брошено под углом к горизонту с начальной скоростью v_0 . Определить максимальную высоту подъема H , время подъема τ , время движения от момента броска до момента падения t_0 и дальность броска по горизонтали S .

$$\left[\tau = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}; H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}; t_0 = 2\tau = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}; S = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \right]$$

1.46. Под каким углом к горизонту нужно бросить тело, чтобы горизонтальная дальность полета была в $n=2$ раза больше высоты подъема. [$\alpha = \arctg \frac{4}{n} = \arctg 2 \approx 63,43^\circ$]

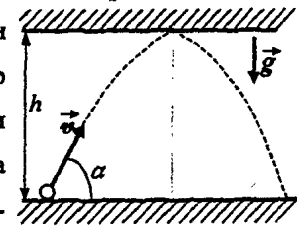
1.47. Два тела брошены с одной и той же скоростью под углом α и $\frac{\pi}{2} - \alpha$ к горизонту. Определить отношение наибольших высот подъема этих тел. [$H_1 : H_2 = \tg^2 \alpha$]

1.48. Из брандспойта (шланг с металлическим наконечником), расположенного около поверхности земли, вырывается струя воды со скоростью $v_0 = 10 \text{ м/с}$. Брандспойт медленно вращается вокруг вертикальной оси. Одновременно с этим меняется угол его наклона к земле. Определить максимальную площадь, которую можно полить этим брандспойтом. [$S_{\max} = 314 \text{ м}^2$].

1.49. Под каким углом α к горизонту должен быть направлен ствол орудия, чтобы поразить цель на высоте H и на расстоянии S от орудия (по горизонтали)? Начальная скорость снаряда v_0 .

[$\tg \alpha = \frac{1}{gS} (v_0^2 \pm \sqrt{D})$, где $D = v_0^4 - g(gS^2 + 2v_0^2 H)$; $D < 0$ – цель недостижима, $D > 0$ – две траектории: навесная и настильная]

1.50. Какое расстояние по горизонтали пролетит мяч, брошенный со скоростью $v = 10 \text{ м/с}$ под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту, если он ударится о потолок? Высота потолка $h = 3 \text{ м}$, удар упругий. Сопротивлением воздуха пренебречь.



$$\left[l = \frac{v^2 \sin 2\alpha}{g} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2gh}{v^2 \sin^2 \alpha}} \right) = 5 \text{ м} \right]$$

1.51. В потолке помещения проделаны две дыры на расстоянии L друг от друга. Мяч находится на расстоянии a от первой дыры по горизонтали. Под каким углом α к горизонту нужно бросить мяч, чтобы он пролетел через обе дыры? Высота потолка h .

$$\left[\alpha = \arctg \left(\frac{h}{a} \cdot \frac{2a+L}{a+L} \right) \right]$$

1.52. Тело брошено под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту с начальной скоростью $v_0 = 30 \text{ м/с}$. Определить величину v скорости и угол наклона траектории β по отношению к горизонту через $\tau = 0,5 \text{ с}$ после начала движения.

$$\left[\text{при } t = \tau, v_x = v_0 \cos \alpha = 15 \text{ м/с}, v_y = v_0 \sin \alpha - g\tau = 21,1 \text{ м/с}; v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 25,9 \text{ м/с}; \beta = \arctg \frac{v_y}{v_x} \approx 54,6^\circ \right]$$

1.53. Какую горизонтальную скорость имел самолет при сбрасывании бомбы с высоты 400 м , если она упала на расстоянии 500 м от места бросания по горизонтали? Сопротивлением воздуха пренебречь. [$v = 55,9 \text{ м/с}$].

1.54. С берега озера высотой H брошен под углом α к горизонту камень с начальной скоростью v_0 . Через какое время t_0 и на ка-

ком расстоянии S от места броска по горизонтали камень упадет в воду? Какую скорость v_x он будет иметь в момент падения?

$$\left[t_0 = \frac{v_0 \sin \alpha + \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gH}}{g}; S = v_0 \cos \alpha t_0; v_x = \sqrt{v_0^2 + 2gH} \right]$$

1.55. Тело брошено под углом α к горизонту с начальной скоростью v_0 . При этом на тело действует попутный горизонтальный ветер, сообщая ему постоянное ускорение a . Найти время полета, наибольшую высоту и наибольшую дальность полета.

$$\left[t_n = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}; h_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}; x_{\max} = \frac{2v_0^2}{g} \sin^2 \alpha (\operatorname{ctg} \alpha + a/g) \right]$$

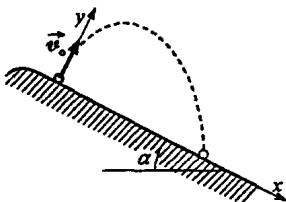
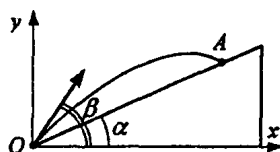
1.56. Небольшое тело скользит со скоростью $v=10$ м/с по горизонтальной плоскости, приближаясь к щели. Щель образована двумя отвесными параллельными стенками, находящимися на расстоянии $d=0,05$ м друг от друга. Глубина щели $H=1$ м. Сколько раз ударится тело о стенки, прежде чем упадет на дно? Удар о стенку абсолютно упругий (т. е. при ударе модуль скорости не меняется и угол отражения равен углу падения). $\left[N = \frac{v}{d} \sqrt{\frac{2H}{g}} \approx 89 \right]$

1.57. Из миномета ведут обстрел цели, расположенной на склоне горы. На каком расстоянии $l = OA$ от миномета будут падать мины, если угол наклона горы $\alpha = 30^\circ$, угол наклона ствола миномета $\beta = 60^\circ$. Начальная скорость мины v_0 .

$$\left[l = \frac{2}{3} \cdot \frac{v_0^2}{g} \right]$$

1.58. На горе с углом наклона α к горизонту бросают мяч с начальной скоростью v_0 перпендикулярно склону горы. Найти время полета мяча. На каком расстоянии от точки

$$\text{бросания упадет мяч? } \left[t_n = \frac{2v_0}{g \cos \alpha}, l = \frac{2v_0^2 \sin \alpha}{g \cos^2 \alpha} \right]$$



1.59. Мяч, брошенный со скоростью $v_0=10$ м/с под углом $\alpha=45^\circ$ к горизонту, ударяется о вертикальную стену, находящуюся на расстоянии $S=3$ м от места броска. Определить модуль и направление скорости мяча (v и угол β) после удара. Удар считать абсолютно упругим (т. е. углы падения и отражения равны).

$$\left[v = \sqrt{v_0^2 - 2gS \operatorname{tg} \alpha + \frac{g^2 S^2}{v_0^2} (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)} \approx 7,6 \text{ м/с}; \right.$$

$$\left. \beta = \operatorname{arctg} \left(\operatorname{tg} \alpha - \frac{gS}{v_0^2} (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \right) \approx 22^\circ \right]$$

1.60. С самолета, летящего горизонтально со скоростью $v_0=720$ км/ч, отделяется тело. Найти центростремительное и тангенциальное ускорение тела, а также радиус кривизны траектории движения тела в точке, которую оно достигает через $\tau=5$ с после начала движения. Сопротивлением воздуха пренебречь.

$$\left[a_n = g \cos \alpha = 9,52 \text{ м/с}^2; a_t = g \sin \alpha = 2,34 \text{ м/с}^2; \alpha = \operatorname{arctg} \frac{g\tau}{v_0} = 13,77^\circ; \right.$$

$$\left. v = \sqrt{v_0^2 + g\tau} = 200,12 \text{ м/с} \right]$$

Кинематика вращательного и плоского движения

1.61. Минутная стрелка в 3 раза длиннее секундной. Найти отношение линейных скоростей концов стрелок. $[v_m : v_c = 1 : 20]$

1.62. Линейная скорость точек окружности вращающегося диска равна $v_1=3$ м/с, а точек, находящихся на 10 см ближе к оси вращения, — $v_2=2$ м/с. Сколько оборотов делает диск в минуту? $[96 \text{ об/мин}]$

1.63. Найти линейную скорость и ускорение точек на поверхности Земного шара: а) на экваторе; б) на широте 60° ; в) на полюсах. $[a) v=465 \text{ м/с}, a=0,034 \text{ м/с}^2; б) v=232 \text{ м/с}, a=0,017 \text{ м/с}^2; в) v=0, a=0]$

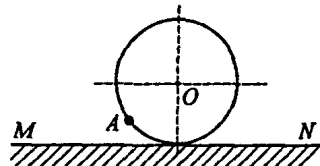
1.64. Гладкий диск радиусом R , плоскость которого горизонтальна, вращается вокруг своей оси с частотой $n=40$ об/мин. От поверхности

диска на расстоянии $R/2$ от оси отрывается небольшое тело, которое без трения скользит по диску. Через какое время оно соскользнет с диска? $[t=0,41 \text{ с}]$

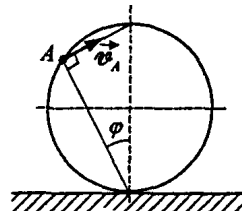
1.65. Диск начинает движение из состояния покоя и вращается равномерно ускоренно. Каким будет угол между векторами скорости и ускорения произвольной точки диска, когда он сделает один оборот? $[\alpha = \arctg 4\pi]$

1.66. Цилиндр радиусом $R = 20 \text{ см}$ вращается вокруг своей оси с частотой $n = 20 \text{ об/мин}$. Вдоль образующей цилиндра с постоянной скоростью $v = 30 \text{ см/с}$ относительно поверхности цилиндра движется материальная точка. Определить полную скорость и ускорение этой точки. $[u = 0,5 \text{ м/с}, a = 0,88 \text{ м/с}^2]$

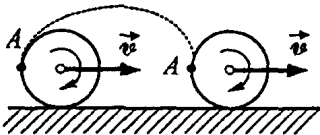
1.67. Диск радиуса R катится по плоскости без скольжения вдоль прямой MN . Чему равно перемещение точки A за один оборот диска? $[2\pi R]$



1.68. Колесо радиуса R катится без проскальзывания по гладкому горизонтальному пути. Скорость центра колеса v_0 – постоянна. Определить скорость v и ускорение a произвольной точки A колеса, положение которой задано углом φ . $[v = 2v_0 \cos \varphi; a = \frac{v_0^2}{R}]$



1.69. Колесо радиусом R равномерно катится по горизонтальной поверхности. От точки A колеса отрывается капля грязи. С какой минимальной скоростью v должно двигаться колесо, если капля, побывав в воздухе, снова опустилась на то же самое место колеса? $[v = \sqrt{\pi R g}]$

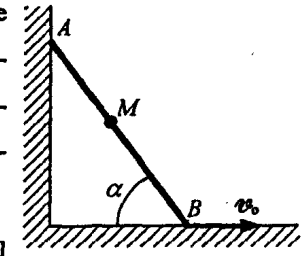


1.70. Автомобиль с колесами радиусом R движется без проскальзывания по горизонтальной дороге со скоростью v . На какую максимальную высоту над поверхностью земли поднимаются капли грязи, отрывающиеся от колес?

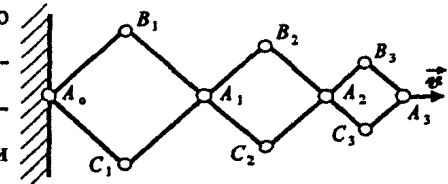
$$[h = R + \frac{v^2}{2g} + \frac{gR^2}{2v^2}]$$

1.71. Между двумя стенками, образующими прямой угол, движется без отрыва стержень AB длиной l_0 . Скорость точки B постоянна, равна v_0 и направлена горизонтально. Определите скорость v и ускорение a точки M , расположенной на расстоянии $MB = l$ от точки B , в момент времени, когда угол между горизонтальной стенкой и стержнем AB составляет α .

$$[v = v_0 \sqrt{1 - \frac{l^2}{l_0^2 \sin^2 \alpha} - 2 \frac{l}{l_0}}; a = v_0^2 \frac{l}{l_0^2 \sin^2 \alpha}]$$



1.72. Шарнирная конструкция состоит из трех ромбов, стороны которых относятся как $3:2:1$ (см. рис.). Вершина A_3 перемещается в горизонтальном направлении со скоростью v . Определить скорости вершин A_1, A_2, B_2 в тот момент, когда все углы конструкции прямые.

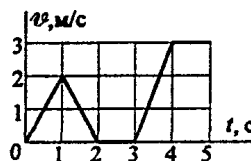


$$[v_{A_1} = v/2; v_{A_2} = 5v/6; v_{B_2} = v\sqrt{17/6}]$$

2. ДИНАМИКА. ЗАКОНЫ НЬЮТОНА

Движение по горизонтальной плоскости и в вертикальном направлении

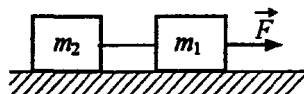
2.1. На рис. справа дан график зависимости скорости тела массой 4 кг от времени для прямолинейного движения. На каком временном интервале модуль силы, действующий на тело, равен 12 Н? [3 ... 4 с]



2.2. Поезд, подъезжая к станции со скоростью $v=72$ км/ч, начинает равномерно тормозить. Каково наименьшее время торможения поезда до полной остановки, безопасное для спящих пассажиров (пассажиры не упадут с полок)? Коэффициент трения о полки $k=0,2$.

$$[t = \frac{v}{kg} = 10 \text{ с}]$$

2.3. Два груза массой m_1 и m_2 , связанные между собой с помощью невесомой и нерастяжимой нити, движутся в горизонтальном направлении по гладкому столу под действием силы F , приложенной к первому грузу. Определить ускорение грузов и силу натяжения нити.



$$[a = \frac{F}{m_1 + m_2}; T = \frac{m_2 F}{m_1 + m_2}]$$

2.4. n одинаковых грузов, связанных между собой невесомыми и нерастяжимыми нитями, движутся по гладкому горизонтальному столу под действием силы F , приложенной к первому грузу. Определить силу натяжения нити между k и $k+1$ грузами ($k < n-1$).

$$[T = \frac{n-k}{n} F]$$

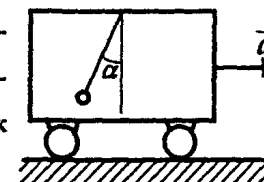
2.5. К концу толстого массивного каната постоянного сечения, лежащего на гладкой горизонтальной плоскости, приложена сила F . Нарисуйте график изменения силы натяжения каната по его длине.

[Сила натяжения каната изменяется по линейному закону; в месте приложения нагрузки она равна F , в конце каната — 0]

2.6. Два груза массой $m_1=20$ кг и $m_2=10$ кг связаны между собой тросом, масса которого равна 10 кг. Грузы движутся ускоренно вверх под действием вертикальной силы F , равной 600 Н и приложенной к верхнему грузу массой m_1 . Найти натяжение в верхнем конце, в середине и нижнем конце троса.

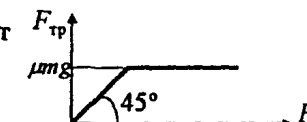
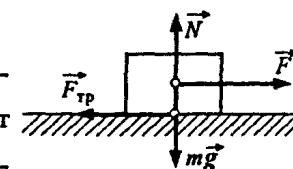
[Натяжение троса на верхнем конце $T_1=300$ Н, в середине $T_2=225$ Н, на нижнем конце $T_3=150$ Н]

2.7. Вагон движется в горизонтальном направлении с ускорением a . Определить угол отклонения от вертикали маятника, подвешенного к потолку вагона.



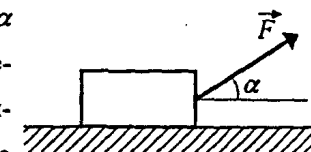
$$[\alpha = \arctg(a/g)]$$

2.8. На горизонтальной плоскости расположен брусок (верхний рис.). Коэффициент трения между бруском и плоскостью μ . Построить график зависимости силы трения от внешней приложенной силы: $F_{\text{тр}} = F_{\text{тр}}(F)$.



[См. нижний рис.]

2.9. По горизонтальной поверхности скользит тело массой m под действием силы $\vec{F}$, направленной под углом α к горизонту. Коэффициент трения между телом и поверхностью равен μ . Определить силу трения, действующую на тело и ускорение тела.



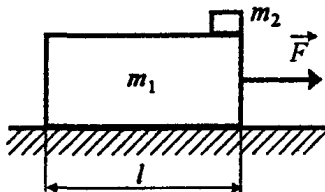
$$[F_{\text{тр}} = \mu(mg - F \sin \alpha); a = \frac{F}{m}(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu g]$$

2.10. На горизонтальной плоскости с коэффициентом трения μ лежит тело массой m . В момент $t=0$ к нему приложили горизонталь-

ную силу, зависимость которой от времени определяется выражением $\vec{F} = \vec{b} t$, где $\vec{b}$ – постоянный вектор. Найти путь, пройденный телом за первые t секунд действия этой силы.

$$[S = \frac{b(t-t_0)^3}{6m} + \frac{bt_0(t^2-t_0^2)}{2m} - \mu g \frac{(t-t_0)^2}{2}, \text{ где } t_0 = \frac{\mu mg}{b} - \text{ время начала движения}]$$

2.11. Брусок массой m_1 лежит на гладкой горизонтальной плоскости, по которой он может двигаться без трения. На бруске лежит тело массой m_2 . Коэффициент трения между телом и бруском равен μ . При каком значении силы F , приложенной к бруску в горизонтальном направлении, тело начнет скользить по бруску? Через сколько времени тело упадет с бруска? Длина бруска равна l .



$$[F > \mu(m_1 + m_2)g, \quad t = \sqrt{\frac{2lm_1}{F - \mu g(m_1 + m_2)}}]$$

2.12. На горизонтальной плоскости лежит доска массой $M = 2,0$ кг, на которой помещен груз массой $m = 1,0$ кг. Горизонтальная сила $F = 20$ Н приложена к грузу. Коэффициент трения между плоскостью и доской $\mu_1 = 0,1$, а между доской и грузом $\mu_2 = 0,5$. Найти ускорения обоих тел и необходимое условие для того, чтобы сдвинуть груз с доски.

$$[a_1 = \frac{\mu_2 m - \mu_1(M + m) \cdot g}{M} \approx 1 \text{ м/с}^2; \quad a_2 = \frac{F}{m} - \mu_2 g \approx 15 \text{ м/с}^2;$$

$$F > \frac{m(M + m)(\mu_2 - \mu_1)g}{M} = 6 \text{ Н}]$$

Блоки

2.13. Через вращающийся около горизонтальной оси блок перекинута невесомая нерастяжимая нить, к концам которой привязаны грузы массой m_1 и m_2 ($m_2 > m_1$). Определить ускорение грузов, силу натяжения

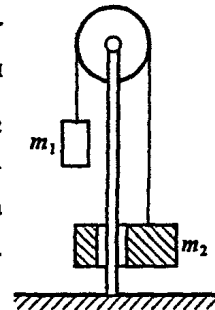
нити и силу давления блока на ось при движении грузов. Массой блока и трением в оси пренебречь.

$$[a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g; \quad T = \frac{2m_1 m_2 g}{m_1 + m_2}; \quad R = \frac{4m_1 m_2 g}{m_1 + m_2}]$$

2.14. Через невесомый неподвижный блок переброшена невесомая нерастяжимая нить. К концам нити подвешены грузы одинаковой массы M . На один из грузов поставили перегруз массой m . Определить ускорения грузов a , силу натяжения нити T , силу давления P груза m на M , а также силу давления на ось блока R .

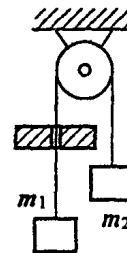
$$[a = \frac{m}{2M + m} g; \quad T = \frac{2M(M + m)g}{2M + m}; \quad P = \frac{2Mmg}{2M + m}; \quad R = \frac{4M(M + m)g}{2M + m}]$$

2.15. На штанге укреплен неподвижный невесомый блок, через который перекинута нить с двумя грузами массой $m_1 = 500$ г и $m_2 = 100$ г. В грузе m_2 имеется отверстие, через которое проходит штанга. Сила трения груза m_2 о штангу постоянна и равна $F_{\text{тр}} = 3$ Н. Найти ускорение a грузов и силу натяжения T нити.



$$[a = \frac{(m_1 - m_2)g - F_{\text{тр}}}{m_1 + m_2} = 1,53 \text{ м/с}^2; \quad T = m_1 \cdot \frac{2m_2 g + F_{\text{тр}}}{m_1 + m_2} = 4,13 \text{ Н}]$$

2.16. Невесомая нерастяжимая нить, перекинута через блок с неподвижной осью, пропущена через щель. При движении нити на нее со стороны щели действует постоянная сила трения F . К концам нити подвешены грузы массой m_1 и m_2 ($m_2 > m_1$). Определить ускорение a грузов и силы натяжения нити T_1 и T_2 .



$$[a = \frac{(m_2 - m_1)g - F}{m_1 + m_2}; \quad T_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} (2m_2 g - F); \quad T_2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} (2m_1 g + F)]$$

2.17. Через блок, прикрепленный к потолку кабины лифта, перекинута нить, к концам которой привязаны грузы массой m_1 и m_2 . Кабина начинает подниматься с ускорением a_0 . Пренебрегая массой блока и ни-

ти, а также трением, найти ускорение груза m_1 относительно кабины и силу, с которой блок действует на потолок кабины.

$$\left[a_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} (g + a_0); F = \frac{4m_1 m_2}{m_1 + m_2} (g + a_0) \right]$$

2.18. На гладком горизонтальном столе лежит брусок массой $M = 2$ кг, на нем находится брусок массой $m = 1$ кг. Оба бруска соединены легкой нитью, перекинутой через невесомый блок. Какую силу F нужно приложить к нижнему бруску, чтобы он начал двигаться от блока с постоянным ускорением $a = g/2$? Коэффициент трения между брусками $\mu = 0,5$. Трением между нижним бруском и столом пренебречь.

$$[F = (M + m)g/2 + 2mg\mu = 24,5 \text{ Н}]$$

2.19. Определить ускорение тел в системе. Коэффициент трения между телом и плоскостью $\mu = 0,1$. Массой блока и нити пренебречь. Нить нерастяжима. Масса грузов $m_1 = 1,5$ кг, $m_2 = 0,5$ кг. Сила $\vec{F}$ направлена под углом 30° к горизонту, а ее модуль равен 10 Н.

$$[a = 1,4 \text{ м/с}^2]$$

2.20. Груз массой m_1 находится на столе, который движется горизонтально с ускорением a . К грузу присоединена нить, перекинутая через блок. К другому концу нити подвешен второй груз массой m_2 . Найти силу натяжения нити, если коэффициент трения груза массой m_1 о стол равен μ .

$$\left[T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \left(\sqrt{a^2 + g^2} + \mu g - a \right) \right] \text{ в случае проскальзывания груза по столу и } T = m_2 \sqrt{a^2 + g^2} \text{ при отсутствии проскальзывания }]$$

$$[T = m_2 \sqrt{a^2 + g^2} \text{ при отсутствии проскальзывания}]$$

Наклонная плоскость

2.21. С плоскости, наклоненной под углом α к горизонту, соскальзывает без трения тело массой m . Найти ускорение тела a и силу давления N на наклонную плоскость.

$$[a = g \sin \alpha; N = mg \cos \alpha]$$

2.22. Доска массой M может двигаться без трения по наклонной плоскости с углом наклона α к горизонту. В каком направлении и с каким ускорением должна бежать по доске собака массой m , чтобы доска не соскальзывала с наклонной плоскости?

$$[\text{Вниз с ускорением } a = \frac{M+m}{m} g \sin \alpha]$$

2.23. Определить модуль ускорения грузов, силу натяжения нити, силу давления груза M на наклонную плоскость. Масса грузов M и m , угол при основании наклонной плоскости α , нити невесомы и нерастяжимы, блок невесом. Трения нет.

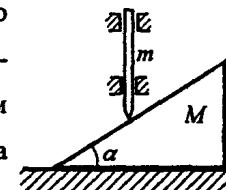
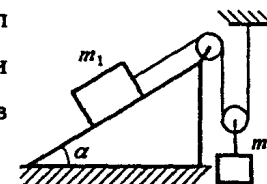
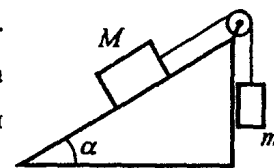
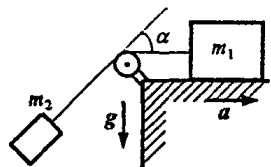
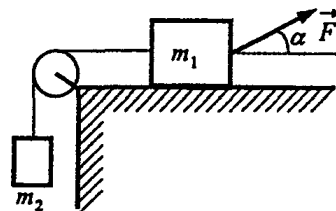
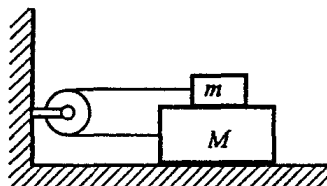
$$\left[a = \frac{m - M \sin \alpha}{m + M} g, T = \frac{m M (1 + \sin \alpha)}{m + M} g, N = M g \cos \alpha \right]$$

2.24. Определить ускорение каждого из тел в системе. Нити нерастяжимы. Массой блоков и нитей пренебречь. Трения нет. Масса грузов $m_1 = 0,1$ кг, $m_2 = 0,6$ кг. Угол $\alpha = 30^\circ$.

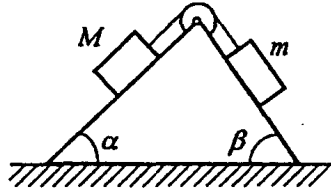
$$[a_1 = 9,8 \text{ м/с}^2; a_2 = 4,9 \text{ м/с}^2]$$

2.25. Между двумя неподвижными муфтами может без трения перемещаться вниз и вверх стержень, масса которого m . Стержень нижним концом касается гладкой поверхности клина массой M . Клин лежит на гладком горизонтальном столе. Определить ускорение клина и стержня.

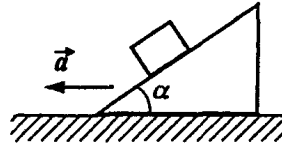
$$[a_{\text{ст}} = \frac{m \tan \alpha}{M + m \tan^2 \alpha} g; a_{\text{кл}} = a_{\text{ст}} \tan \alpha]$$



2.26. Определить модуль ускорения грузов, силу натяжения нити и силы давления грузов на наклонные плоскости. Масса грузов M и m , углы при основании плоскости – α и β , нити невесомы и нерастяжимы, блок невесом. Трения нет.

$$\left[a = \frac{M \sin \alpha - m \sin \beta}{M + m} g; T = \frac{mM (\sin \alpha + \sin \beta)}{M + m} g; N_M = Mg \cos \alpha; N_m = mg \cos \beta \right].$$


2.27. Клин с углом наклона α при основании движется в горизонтальном направлении с ускорением a . С каким ускорением a_1 относительно наклонной плоскости будет двигаться груз массой m , помещенный на нее? Трением пренебречь. Найти силу давления N груза на наклонную плоскость.

$$\left[a_1 = g \sin \alpha - a \cos \alpha; N = m(a \sin \alpha + g \cos \alpha) \right]$$


2.28. Гладкий клин массой M может скользить без трения по горизонтальной плоскости. На его грань, образующую угол α с горизонтом, положили гладкий брусок массой m . Определить ускорение клина a .

$$\left[a = \frac{mg \sin 2\alpha}{2(M + m \sin^2 \alpha)} \right]$$

2.29. На наклонную плоскость, образующую угол α с горизонтом, положили тело массой m . Коэффициент трения между телом и плоскостью равен μ . Исследовать зависимость ускорения тела и силы трения от угла наклона плоскости α . [Если $\operatorname{tg} \alpha \leq \mu$, то $a=0$ и $F_{\text{тр}} = mg \sin \alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha > \mu$, то $a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$, $F_{\text{тр}} = \mu mg \cos \alpha$]

2.30. Небольшое тело пустили снизу вверх по наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом. Найдите коэффициент трения между телом и плоскостью, если время подъема тела оказалось в 2 раза меньше времени спуска.

$$\left[\frac{3}{5} \operatorname{tg} \alpha \right]$$

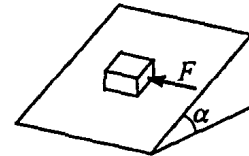
2.31. На какое максимальное расстояние S по плоскости с углом наклона α к горизонту сможет подняться тело, имеющее начальную скорость v_0 ? Определить время подъема τ_1 и спуска τ_2 тела. Коэффициент трения между плоскостью и телом μ .

$$\left[S = \frac{v_0^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}; \tau_1 = \frac{v_0}{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}; \tau_2 = \frac{v_0}{g\sqrt{\sin^2 \alpha - \mu^2 \cos^2 \alpha}} \right]$$

2.32. С каким максимальным ускорением может двигаться полно приводной автомобиль, если коэффициент трения колес об асфальт μ , угол наклона горки α . [$a = \mu g \cos \alpha - g \sin \alpha$]

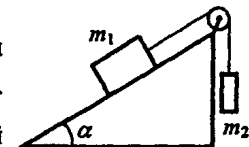
2.33. Колесо массой m скатывается с постоянной скоростью с наклонной плоскости. Определить значение и направление силы реакции $\vec{R}$ плоскости. [$\vec{R} = -m\vec{g}$].

2.34. Небольшой кубик массой m покоится на шероховатой плоскости, наклоненной к горизонту под углом α . Коэффициент трения кубика о плоскость μ ($\mu > \operatorname{tg} \alpha$). Определить минимальную горизонтальную силу F , параллельную наклонной плоскости, с которой нужно толкать кубик, чтобы он начал двигаться.



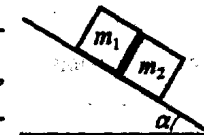
$$[F = mg\sqrt{\mu^2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}]$$

2.35. Определить при каком соотношении масс грузов m_2/m_1 груз будет покоиться, подниматься вверх и опускаться вниз по наклонной плоскости. Коэффициент трения между грузом m_1 и наклонной плоскостью μ , плоскость составляет с горизонтом угол α .



[$\frac{m_2}{m_1} > \sin \alpha + \mu \cos \alpha$ – движение вверх; $\frac{m_2}{m_1} < \sin \alpha - \mu \cos \alpha$ – движение вниз; $\sin \alpha - \mu \cos \alpha \leq \frac{m_2}{m_1} \leq \sin \alpha + \mu \cos \alpha$ – покой]

2.36. Два бруска с одинаковой массой $m = 0,2$ кг лежат на плоскости с углом наклона $\alpha = 45^\circ$ к горизонту. Коэффициент трения верхнего бруска о плоскость $\mu_1 = 0,01$, нижнего $\mu_2 = 1$. Определить силу взаимодействия бру-



сков при их совместном соскальзывании с наклонной плоскости.

$$[N = \frac{\mu_2 - \mu_1}{2} m g \cos \alpha = 0,686 \text{ Н}]$$

2.37. На плоскость с углом наклона к горизонту $\alpha = 30^\circ$ помещена плоская плита массой $m_2 = 10 \text{ кг}$, а на нее – брусок массой $m_1 = 5 \text{ кг}$. Коэффициент трения между бруском и плитой $\mu_1 = 0,15$, а между плитой и плоскостью $\mu_2 = 0,3$. Определить ускорение обоих тел. При каком коэффициенте трения μ_2 плита не будет двигаться?

$$[a_1 = g \sin \alpha - \mu_1 g \cos \alpha = 3,7 \text{ м/с}^2; a_2 = g \sin \alpha + \mu_1 \frac{m_1}{m_2} g \cos \alpha - \mu_2 \left(1 + \frac{m_1}{m_2} \right) g \cos \alpha = 1,8 \text{ м/с}^2; \mu_2 = \frac{\sin \alpha + \mu_1 \frac{m_1}{m_2} \cos \alpha}{\left(1 + \frac{m_1}{m_2} \right) \cos \alpha} = 0,43]$$

2.38. На плоскости с углом наклона α неподвижно лежит кубик, причем коэффициент трения между кубиком и плоскостью $\mu > \tan \alpha$. Наклонная плоскость движется с ускорением a в горизонтальном направлении. При каком минимальном значении этого ускорения кубик начнет соскальзывать? $[a \geq g \frac{\mu - \tan \alpha}{1 + \mu \tan \alpha}]$

2.39. При каком значении ускорения a груз, лежащий на поверхности клина с углом наклона α , начнет подниматься по нему? Коэффициент трения между грузом и клином μ . $[a \geq g \frac{\mu + \tan \alpha}{1 - \mu \tan \alpha}; \mu \tan \alpha < 1]$

2.40. На гладкой горизонтальной поверхности находится призма массы M с углом наклона α и на ней брусок массы m . Коэффициент трения между призмой и бруском k ($k > \tan \alpha$). В момент $t = 0$ на призму начала действовать горизонтальная сила, зависящая от времени: $F = bt$, где b – постоянная. Найдите путь, пройденный призмой до мо-

мента начала скольжения бруска по призме.

$$[S = \frac{(M + m)^2}{6b^2} \left(g \frac{k \cos \alpha - \sin \alpha}{\cos \alpha + k \sin \alpha} \right)^3]$$

Движение тел под действием сил упругости

2.41. На подставке лежит тело, подвешенное к потолку с помощью пружины. В начальный момент пружина недеформирована. Подставку начинают опускать вниз с ускорением a . Через какое время тело оторвется от подставки? Коэффициент жесткости

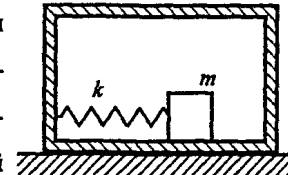
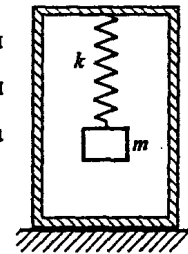
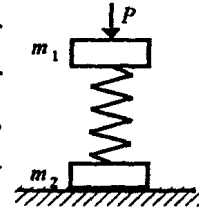
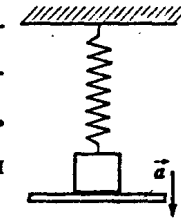
$$\text{пружины } k, \text{ масса тела } m. [t = \sqrt{\frac{2m}{k} \left(\frac{g}{a} - 1 \right)}]$$

2.42. Два груза массой m_1 и m_2 , связанные пружиной, стоят на горизонтальном столе. Какую минимальную силу нужно приложить к верхнему грузу, чтобы после снятия ее нижний груз оторвался от поверхности стола? $[P = (m_1 + m_2)g]$

2.43. Коробка массой M стоит на горизонтальном столе. В коробке на пружине с жесткостью k подвешен груз. При какой амплитуде A колебаний груза m коробка начнет подпрыгивать на столе?

$$[A \geq (M + m) \frac{g}{k}]$$

2.44. Коробка массой M стоит на горизонтальном столе. Коэффициент трения между столом и коробкой равен μ . Внутри коробки лежит груз массой m , который может без трения двигаться по дну коробки. Он прикреплен к стенке коробки пружиной с жесткостью k . При какой амплитуде колебаний груза коробка начнет двигаться по столу? $[A \geq \frac{\mu(M + m)g}{k}]$



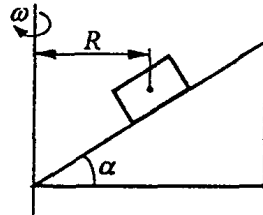
Динамика вращательного движения

2.45. На вращающемся горизонтальном столике на расстоянии $R = 50$ см от оси вращения лежит груз весом $P = 10$ Н. Коэффициент трения между грузом и поверхностью стола $\mu = 0,25$. Какова сила трения, удерживающая груз, если скорость вращения столика $n = 12$ об/мин? При какой угловой скорости $\omega_{\max}$ груз начнет скользить по столику? $[F_{\text{тр}} = m \omega^2 R \approx 0,8 \text{ Н}; \omega = 2\pi \frac{n}{60}; \omega_{\max} = \sqrt{\frac{\mu g}{R}} \approx 2,2 \text{ с}^{-1}]$

2.46. Какова должна быть наименьшая скорость мотоцикла, для того чтобы он мог ехать по внутренней поверхности кругового цилиндра радиусом R по горизонтальной окружности? Коэффициент трения скольжения между шинами мотоцикла и поверхностью цилиндра равен k . $[\sqrt{\frac{gR}{k}}]$

2.47. Плоскость с углом наклона α к горизонту вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси. На наклонной плоскости лежит груз. Определить расстояние R между осью вращения и центром масс груза. Трением пренебречь.

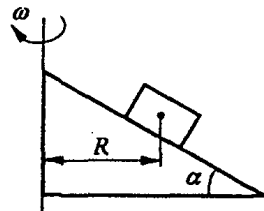
$$[R = \frac{g \tan \alpha}{\omega^2}]$$



2.48. Во сколько раз увеличится максимально допустимая скорость движения велосипедиста по наклонному треку с углом наклона α по сравнению с максимальной скоростью движения по горизонтальному треку при одинаковых радиусах кривизны траектории и коэффициентах трения μ ?

$$[\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{\mu + \tan \alpha}{\mu(1 - \mu \tan \alpha)}}]$$

2.49. Плоскость с углом наклона α к горизонту вращается с угловой скоростью ω



вокруг вертикальной оси. На наклонной плоскости на расстоянии R от оси вращения лежит груз. При каком минимальном коэффициенте трения он не будет скользить по плоскости?

$$[\mu = \frac{\omega^2 R + g \tan \alpha}{g - \omega^2 R \tan \alpha}]$$

2.50. Полусферическая чаша радиусом $R = 1$ м вращается вокруг вертикальной оси с угловой скоростью $\omega = 4,4 \text{ с}^{-1}$. В чаше лежит шарик, вращающийся вместе с ней. В каком месте чаши он находится?

Место определить углом. $[\alpha = \arccos \frac{g}{\omega^2 R} = \arccos \frac{1}{2} = 60^\circ]$

2.51. Чаша в форме полусферы радиусом $R = 0,8$ м вращается с постоянной угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси. Вместе с чашей вращается шарик, лежащий на ее внутренней поверхности. Расстояние от шарика до нижней точки чаши равно ее радиусу. Определить угловую скорость вращения чаши. $[\omega = \sqrt{\frac{2g}{R}} = 5 \text{ с}^{-1}]$

2.52. Нить маятника отклонена до горизонтального положения и отпущена. Какова должна быть минимальная прочность нити, чтобы она могла выдержать натяжение при прохождении маятником массой 1 кг положения равновесия? $[T = 3mg \approx 30 \text{ Н}]$

2.53. Тело массой $m = 0,1$ кг вращается в вертикальной плоскости на нити длиной $l = 1$ м. Ось вращения расположена над полом на высоте $H = 2$ м. При прохождении нижнего положения нить обрывается и тело падает на пол на расстоянии $L = 4$ м (по горизонтали) от точки обрыва. Определить силу натяжения нити в момент ее обрыва.

$$[N = mg \left(1 + \frac{L^2}{2(H-l)l} \right) = 9 \text{ Н}]$$

2.54. Груз массой m , привязанный к нерастяжимой нити, вращается в вертикальной плоскости. Найти разность сил натяжения нити в нижней и верхней точках траектории. $[\Delta T = 6mg]$

2.55. Тело, подвешенное на нити длиной l , вращается в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси, проходящей через точку подвеса (конический маятник). Угловая скорость вращения равна ω . Определить угол, который образует нить с осью вращения.

$$[\alpha = \arccos \frac{g}{\omega^2 l} \text{ при } g < \omega^2 l; \quad \alpha = 0 \text{ при } g \geq \omega^2 l]$$

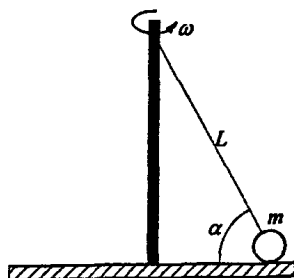
2.56. Тяжелый шарик, подвешенный на нити $l=1$ м, описывает окружность в горизонтальной плоскости (конический маятник). Найти период обращения шарика, если маятник находится в лифте, движущемся вниз с постоянным ускорением $a=5$ м/с². Нить составляет с вертикалью угол $\alpha=60^\circ$. $[T = 2\pi \sqrt{\frac{l \cos \alpha}{g-a}} \approx 2 \text{ с}]$

2.57. Шарик массой m , подвешенный на нити длиной l , приведен во вращательное движение в горизонтальной плоскости. Какова должна быть прочность нити F , чтобы радиус R окружности, по которой движется шарик, стал равным $2l/\sqrt{5}$? $[F = mg\sqrt{5}]$

2.58. Стержень длиной $l=1$ м закреплен жестко под углом $\varphi=30^\circ$ на вертикальной оси и вращается вместе с осью с угловой скоростью $\omega=10$ с⁻¹. К нижнему концу стержня прикреплен шарик массой $m=1$ кг. Найти силу, с которой стержень действует на шарик. $[F = m\sqrt{\omega^4 l^2 \sin^2 \varphi + g^2} \approx 51 \text{ Н}]$

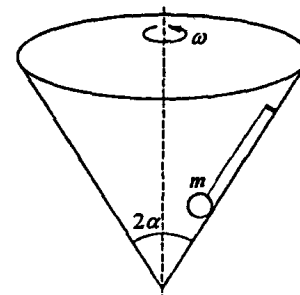
2.59. Круглая платформа вращается вокруг вертикальной оси с угловой скоростью ω . На платформе находится шарик массы m , прикрепленный к оси нитью. Угол наклона нити равен α , длина нити равна L . Определить натяжение нити в момент времени отрыва шарика от платформы.

$$[F = m \omega^2 L]$$



2.60. Конус с углом раствора 2α вращается вокруг вертикальной оси с угловой скоростью ω . В конусе находится шарик массы m , прикрепленный с помощью нити к боковой поверхности конуса и вращающийся вместе с ним по окружности радиуса R . Найдите натяжение нити.

$$[F = mg \cos \alpha - m \omega^2 R \sin \alpha]$$



2.61. Груз массой m лежит на горизонтальном плоском столе, вращающемся с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, к которой он прикреплен с помощью невесомой пружины в недеформированном состоянии длиной l_0 и жесткостью k . Коэффициент трения между столом и грузом μ . Определить, на каком расстоянии может находиться груз от оси вращения. $[\frac{k l_0 - \mu mg}{k - m \omega^2} \leq x \leq \frac{k l_0 + \mu mg}{k - m \omega^2} \text{ при } \omega < \sqrt{k/m}; \text{ при } \omega > \sqrt{k/m} \quad x = \frac{\mu mg - k l_0}{m \omega^2 - k}]$

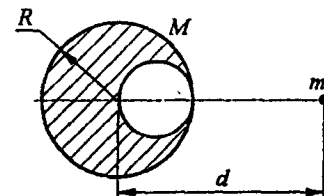
Закон всемирного тяготения

2.62. Оценить массу Земли по следующим данным: гравитационная постоянная $G=6,672 \cdot 10^{-11}$ м³/(кг·см²), радиус Земли $R_3=6378,5$ км.

$$[M_3 \approx \frac{g R_3^2}{G} \approx 5,98 \cdot 10^{24} \text{ кг}]$$

2.63. На какой высоте над поверхностью Земли (в долях радиуса Земли R_3) ускорение свободного падения равно 0,25 от ускорения свободного падения на поверхности Земли. $[R]$

2.64. В свинцовом шаре радиусом R и массой M сделана сферическая полость радиусом $R/2$, поверхность которой касается поверхности шара. Определить, с какой силой этот шар будет притягивать ма-



ленький шарик массой m , находящийся на расстоянии d от центра свинцового шара, на прямой, соединяющей центры шаров и сферической полости (см. рис.).

$$[F = G \frac{Mm}{7} \left(\frac{8}{d^2} - \frac{1}{(d - R/2)^2} \right), \text{ где } G - \text{гравитационная постоянная}]$$

2.65. Спутник движется по низкой круговой орбите вокруг Земли ($R_{\text{орб}} \approx R_3 \approx 6400$ км). Определить скорость движения спутника (первую космическую скорость) и период обращения.

$$[v_1 \approx \sqrt{gR_3} \approx 8 \text{ км/с}; \quad T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{R_3}{g}} \approx 5027 \text{ с} \approx 1,396 \text{ ч}]$$

2.66. Спутник движется по орбите, высота которой равна радиусу Земли. Определить скорость движения и период обращения спутника.

$$[v = \sqrt{\frac{gR_3^2}{R_{\text{орб}}}} = \sqrt{\frac{gR_3}{2}} \approx 5,66 \text{ км/с}; \quad T = \frac{2\pi}{R_3} \sqrt{\frac{R_{\text{орб}}^3}{g}} = 4\pi \sqrt{\frac{2R_3}{g}} \approx 3,95 \text{ ч}]$$

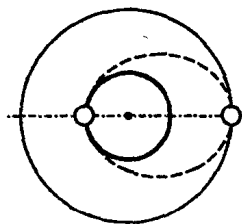
2.67. Определить радиус круговой орбиты искусственного спутника Земли, который “висел” бы над одной и той же точкой поверхности Земли (период обращения равен периоду обращения Земли вокруг своей оси). Продолжительность суток $T = 86400$ с. [Плоскость орбиты совпадает с плоскостью экватора, $R_{\text{орб}} = \sqrt[3]{g \frac{T^2 R_3^2}{4\pi^2}} \approx 42626$ км]

2.68. Какой должна быть продолжительность суток на Земле, чтобы тела на экваторе были невесомы. Радиус Земли 6400 км. [$T = 2\pi \sqrt{R_3/g} \approx 1,396$ ч]

2.69. Определить период обращения спутника по эллиптической орбите, апогей которой (максимальное удаление от центра Земли) равен утроенному радиусу Земли $R_a = 3R_3$, а перигей (минимальное удаление от центра Земли) $R_p \approx R_3$. Найти отношение скоростей в апогее и перигее. Для решения задачи применить законы Кеплера.

$$[T = 4\pi \sqrt{\frac{2R_3}{g}}; \quad \frac{v_a}{v_p} = \frac{R_p}{R_a} = \frac{1}{3}]$$

2.70. Спутник движется вокруг Земли по круговой орбите радиусом $R = 3R_3$, где $R_3 = 6400$ км – радиус Земли. В результате кратковременного действия тормозного устройства скорость спутника уменьшилась так, что он начинает



двигаться по эллиптической орбите, касающейся поверхности Земли. Через какое время после этого спутник приземлится?

$$[t = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\pi}{R_3} \left(\frac{R^3}{g} \right)^{1/2} \left(\frac{R+R_3}{2R} \right)^{3/2} \approx 2 \text{ ч}]$$

2.71. Масса двух звезд равна m_1 и m_2 , расстояние между ними l . Найти период обращения этих звезд по круговым орбитам вокруг их общего центра.

$$[T = 2\pi l \sqrt{\frac{l}{G(m_1 + m_2)}}, \text{ где } G - \text{гравитационная постоянная}]$$

3. ИМПУЛЬС

Основное уравнение динамики

3.1. Материальная точка массой m движется с постоянной угловой скоростью ω по окружности радиусом R . Определить изменение импульса точки за $1/4$ периода. [$\Delta p = \sqrt{2} m \omega R$]

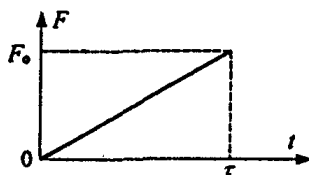
3.2. Тело массой m бросили под углом к горизонту с начальной скоростью v_0 . Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти приращение импульса тела за первые t секунд движения. [$\Delta p = mgt$]

3.3. Тело, имеющее начальную скорость v_0 , движется прямолинейно по шероховатой горизонтальной поверхности. Коэффициент трения между телом и поверхностью μ . Через какое время τ тело остановится? [$\tau = \frac{v_0}{\mu g}$]

3.4. К телу массой m , движущемуся прямолинейно по гладкой горизонтальной поверхности, приложена по направлению его движения

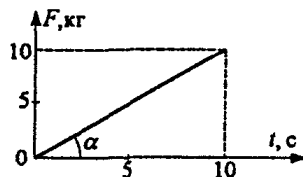
сила, изменяющаяся по линейному закону.

Определить конечную скорость тела v_x , если начальная скорость v_0 . Значения параметров F_0 и τ на рисунке считать известными.



$$[v_x = v_0 + \frac{F_0 \tau}{2m}]$$

3.5. Автомобиль массой $m = 2 \cdot 10^3$ кг движется со скоростью $v = 90$ км/ч. В момент времени $t = 0$ на него начинает действовать тормозящая сила F , которая нарастает по линейному закону (см. рис.). Через какое время автомобиль остановится? $[t = \sqrt{\frac{2mv}{\tan \alpha}} = 10 \text{ с}]$



3.6. Тело массой 1 кг начинает движение из состояния покоя под действием постоянной силы, равной 10 Н. Каков будет импульс тела, когда оно пройдет путь, равный 5 м? $[10 \text{ кг} \cdot \text{м/с}]$

3.7. Тело массой 1 кг брошено под углом к горизонту. За время полета его импульс изменился на $p = 10 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$. Определить наибольшую высоту подъема тела. $[h = \frac{p^2}{8m^2 g} = 1,25 \text{ м}]$

3.8. Металлический шарик, падая с высоты $h_1 = 1$ м на стальную плиту, отскакивает от нее на высоту $h_2 = 0,81$ м. Во сколько раз уменьшается импульс шарика при ударе? $[\text{в } 0,9 \text{ раз}]$

3.9. Две частицы массами m_1 и m_2 двигались со скоростями $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$, так, что направление движения второй частицы перпендикулярно к направлению движения первой. В течение некоторого времени на обе частицы действовали одинаковые по модулю и направлению силы. В результате действия этой силы первая частица стала двигаться со скоростью $\vec{u}_1$. Определить модуль скорости второй частицы $|\vec{u}_2| = u_2$ для следующих соотношений масс и скоростей:

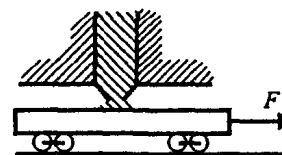
- а) $m_1 = m_2 = m$; $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = |\vec{u}_1| = v$; $\vec{u}_1 \perp \vec{v}_1$;
 б) $m_1 = m$; $m_2 = 2m$; $|\vec{v}_1| = |\vec{u}_1| = v$; $|\vec{v}_2| = v/2$; $\vec{u}_1 \perp \vec{v}_1$;
 в) $m_1 = m$; $m_2 = 2m$; $|\vec{v}_2| = v$; $|\vec{v}_1| = |\vec{u}_1| = 2v$; $\vec{u}_1 = -2\vec{v}_1$.
 [а) $u_2 = v\sqrt{5}$; б) $u_2 = \frac{v\sqrt{5}}{2}$; в) $u_2 = \frac{5v}{2}$]

3.10. Какова средняя сила давления F на плечо при стрельбе из автомата, если масса пули $m = 10$ г, а скорость пули при вылете из канала ствола $v = 300$ м/с? Автомат делает $n = 300$ выстрелов в минуту.

$$[F = mv \frac{n}{\tau} \approx 15 \text{ Н}; \tau = 60 \text{ с}]$$

3.11. Для проведения огневых испытаний жидкостной ракетный двигатель закрепили на стенде. С какой силой он действует на стенд, если скорость истечения продуктов сгорания из сопла v , а расход топлива за τ секунд составил m кг? $[F = m v / \tau]$

3.12. Платформа массой M начинает двигаться вправо под действием постоянной силы F . Из неподвижного бункера на нее высыпается песок. Скорость погрузки постоянна



и равна μ кг/с. Пренебрегая трением, найти зависимость от времени ускорения a платформы в процессе погрузки. Определить ускорение a_1 платформы в случае, если песок не насыпается на платформу, а из наполненной высыпается через отверстие в ее дне с постоянной скоростью μ кг/с.

$$[a = \frac{F}{(1 + \mu t/M)^2 M}; a_1 = \frac{F}{M - \mu t}]$$

3.13. Тело массой m , имеющее начальную скорость v_0 , попадает в вязкую среду, сила сопротивления движению тела которой пропорциональна его скорости: $F = \alpha v$, где α – известный коэффициент. Определить путь, пройденный телом до остановки.

$$[S = mv_0 / \alpha]$$

3.14. Водометный катер движется с постоянной скоростью, забирая забортную воду и выбрасывая назад струю со скоростью $u = 20$ м/с относительно катера. Площадь поперечного сечения струи $S = 0,01$ м². Найдите скорость катера, если действующая на него сила сопротивления пропорциональна квадрату скорости: $F = kv^2$, причем $k = 7,5$ Н·с²/м². [13,4 м/с]

3.15. Один конец каната удерживают на высоте h от земли, второй его конец касается земли. В момент времени $t = 0$ канат отпускают и он начинает свободно падать на землю. Получите аналитическую зависимость силы, с которой канат будет давить на землю, от времени. Масса единицы длины каната равна ρ . [$\frac{3}{2}\rho g^2 t^2$]

3.16. Два шарика, изготовленных из одного и того же материала, падают в облаке пыли. Во сколько раз отличаются установившиеся скорости падения шариков, если диаметр одного из них вдвое больше диаметра другого? Пыль не прилипает к шарикам, и масса их в процессе движения не изменяется.

[Скорость большего шарика в $\sqrt{2}$ раз больше]

3.17. На поверхности воды находится в покое лодка. Человек, находящийся в ней, переходит с кормы на нос. Как будет двигаться лодка, если сила сопротивления движению пропорциональна скорости лодки? [Лодка вернется в ту же точку, в которой она находилась до начала движения]

Закон сохранения импульса

3.18. Пуля массой m попадает в неподвижный брусок, покоящийся на гладкой горизонтальной поверхности. Масса бруска M , скорость пули v_0 направлена горизонтально. Пуля застревает в бруске. Определить скорость движения бруска после попадания в него пули.

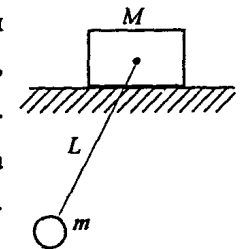
$$[u = \frac{mv_0}{m+M}]$$

3.19. Пуля массой m , летящая горизонтально со скоростью v_0 , попадает в брусок, лежащий на гладком полу, и пробивает его насквозь. Масса бруска M , скорость пули после вылета v . Определить скорость движения бруска. [$u = \frac{m(v_0 - v)}{M}$]

3.20. На тележку массой M , движущуюся со скоростью v , сверху падает груз массой m . Определить скорость тележки u после падения груза. [$u = \frac{Mv}{M+m}$]

3.21. Конькобежец массой M , стоящий на льду, бросает под углом α к горизонту камень массой m . Определить скорость конькобежца после броска, если скорость камня v_0 . [$u = \frac{mv_0 \cos \alpha}{M}$]

3.22. На гладкой горизонтальной плоскости стоит брусок массой M . К бруску привязана нить длиной L , на конце которой закреплен шарик массой m . В начальный момент нить была отклонена на некоторый угол и отпущена без начальной скорости. Найдите скорость бруска в момент, когда нить проходит через вертикальное положение, зная, что ее угловая скорость в этот момент равна ω .



$$[q = \frac{m\omega L}{M+m}]$$

3.23. Снаряд, который летел в горизонтальном направлении со скоростью v , разрывается на два осколка массой m_1 и m_2 . Скорость осколка массой m_1 равна v_1 и направлена вертикально вверх. Определить модуль и направление скорости осколка массой m_2 .

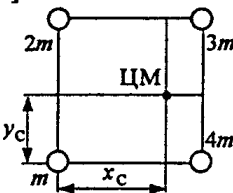
$$[v_2 = \frac{\sqrt{(m_1 + m_2)^2 v^2 + m_1^2 v_1^2}}{m_2}, \text{ под углом } \alpha = \arctg \frac{m_1 v_1}{(m_1 + m_2)v} \text{ к направлению движения снаряда}]$$

Движение центра масс системы

3.24. Десять шариков, масса которых соответственно равна 1 г, 2 г, ... 10 г, укреплены на невесомом стержне длиной 90 см так, что расстояние между центрами двух соседних шариков равно 10 см. Найти положение центра масс системы.

[Центр масс совпадает с центром шарика массой 7 г]

3.25. Определите положение центра масс проволочного квадрата со сторонами a , в вершины которого закреплены шарики массами m , $2m$, $3m$ и $4m$. [$x_c = 0,7a$, $y_c = 0,5a$]



3.26. Две частицы массами m_1 и m_2 двигаются со скоростями $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$, так что направление движения второй частицы перпендикулярно к направлению движения первой. Определите скорость $\vec{v}_c$ центра масс системы, состоящей из этих двух частиц, для следующих соотношений масс и скоростей: а) $m_1 = m_2 = m$; $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = v$; б) $m_1 = m$; $m_2 = 2m$; $|\vec{v}_1| = v$; $|\vec{v}_2| = v/2$; в) $m_1 = m$; $m_2 = 2m$; $|\vec{v}_1| = v$; $|\vec{v}_2| = 2v$. Значения v считать известными.

[а) $v_c = \frac{v}{\sqrt{2}}$; б) $v_c = \frac{\sqrt{2}v}{3}$; в) $v_c = \frac{v\sqrt{17}}{3}$]

3.27. Человек, находящийся в лодке, переходит с носа на корму. На какое расстояние S переместится лодка длиной L , если масса человека m , а масса лодки M . Сопротивлением воды пренебречь.

[$S = \frac{mL}{M+m}$]

3.28. На дне маленькой запаянной пробирки, подвешенной над столом на нити, сидит муха, масса которой равна массе пробирки, а расстояние от дна до поверхности стола равно длине пробирки l . Нить пережигают, и за время падения пробирки муха перелетает со дна в верхний конец пробирки. Определить время, за которое пробирка достигнет стола. [$t = \sqrt{l/g}$]

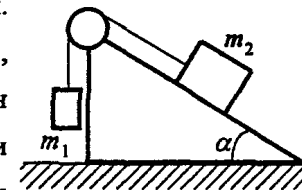
3.29. Два шарика, имеющих одинаковые массы и заряды и находящиеся на одной вертикали на высотах h_1 и h_2 , бросили одновременно в одну сторону в горизонтальном направлении с одинаковыми скоростями v_0 . Первый шарик коснулся земли на расстоянии l от вертикали бросания. На какой высоте h в этот момент будет второй шарик? Сопротивлением воздуха пренебречь.

[$h = h_1 + h_2 - \frac{gl^2}{v_0^2}$]

3.30. На нити, перекинутой через блок, подвешены два груза неравной массы ($m_2 > m_1$). Определить ускорение центра масс этой системы. Массой блока и нити пренебречь. [$a = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right)^2 g$]

3.31. Клин с углом при основании α может без трения перемещаться по гладкой горизонтальной поверхности.

При каком соотношении масс m_1 и m_2 грузов, связанных нитью, перекинутой через блок, клин будет неподвижен и при каком соотношении масс клин начнет перемещаться вправо или влево? Коэффициент трения между грузом массой m_2 и клином



равен k . [$\sin \alpha - k \cos \alpha \leq \frac{m_1}{m_2} \leq \sin \alpha + k \cos \alpha$]

4. РАБОТА, ЭНЕРГИЯ, МОЩНОСТЬ

4.1. Ящик массой 100 кг тянут с помощью веревки, наклоненной под углом $\alpha = 80^\circ$ к горизонту. Коэффициент трения между ящиком и полом $\mu = 0,5$. Какую наименьшую работу нужно совершить, чтобы передвинуть ящик на расстояние $S = 100$ м по прямой.

[$A = \frac{\mu mgS \cos \alpha}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha} = 38 \text{ кДж}$]

4.2. Тело массой 1 кг движется прямолинейно из состояния покоя под действием постоянной силы. Какую работу должна совершить эта сила, чтобы скорость тела стала равной 10 м/с? [100 Дж]

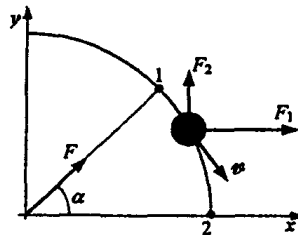
4.3. Во сколько раз возрастает импульс тела при увеличении его кинетической энергии в два раза? [В $\sqrt{2}$ раз]

4.4. Гибкий однородный канат длиной l лежит на гладком горизонтальном столе. В некоторый момент от небольшого толчка канат начал двигаться, непрерывно соскальзывая со стола. Какова будет скорость каната к моменту сползания со стола? [$v = \sqrt{gl}$]

4.5. Веревка длиной $l=20$ м переброшена через блок. В начальный момент времени веревка висит симметрично и покоится, а затем в результате незначительного толчка начинает двигаться по блоку. Будет ли движение веревки равноускоренным? Какова будет скорость веревки, когда она сойдет с блока? Массой блока пренебречь, радиус блока считать малым. [$v = \sqrt{gl/2} = 10$ м/с]

4.6. Нить с подвешенным грузом отклонили на угол α и отпустили. На какой угол β отклонится нить с грузом, если при своем движении она будет задержана штифтом, поставленным вертикально, по середине длины нити? [$\beta = \arccos(2 \cos \alpha - 1)$]

4.7. Небольшая муфта массой $m = 0,2$ кг движется в горизонтальной плоскости по гладкому проводу, изогнутому в виде дуги окружности радиуса $R=1,0$ м. В точке 1, где скорость муфты $v_0 = 10$ м/с, на нее начали действовать две постоянные горизонтальные силы $F_1 = 30$ Н, направленная вдоль оси OX , и F_2 , направленная вдоль оси OY . Определите скорость муфты в точке 2, если $\alpha = \pi/4$.



$$[v = \sqrt{v_0^2 + \frac{2R}{m} \cdot (F_1 \cdot (1 - \cos \alpha) - F_2 \sin \alpha)} = 10,8 \text{ м/с}]$$

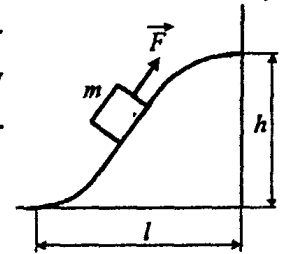
4.8. Телу, находившемуся на горизонтальной поверхности, сообщили скорость v_0 . Какое расстояние пройдет тело до полной остановки, если коэффициент трения тела о поверхность равен μ ?

$$[S = \frac{v_0^2}{2\mu g}]$$

4.9. Тело скользит по наклонной плоскости с высоты h . Плоскость наклонена под углом α к горизонту. Коэффициент трения между телом и плоскостью равен μ . Определить скорость тела в конце плоскости. [$v = \sqrt{2gh(1 - \mu \operatorname{ctg} \alpha)}$]

4.10. Конькобежец, разогнавшись до скорости v_0 , въезжает на ледяную гору. На какую высоту от начального уровня въедет конькобежец, если склон горы составляет угол α с горизонтом и коэффициент трения коньков о лед равен μ ? [$h = \frac{v_0^2}{2g(1 + \mu \operatorname{ctg} \alpha)}$]

4.11. Небольшое тело массой m медленно втащили на горку, действуя силой F , которая в каждой точке направлена по касательной к траектории. Найти работу этой силы, если высота горки h , длина ее основания l и коэффициент трения k .



$$[A = mgh + kmgl]$$

4.12. Трактор массой $m = 10$ т, развивающий мощность $W = 147,2$ кВт, поднимается в гору со скоростью $v = 5$ м/с. Определить угол наклона горы. Сопротивлением пренебречь. [$\alpha = \arcsin \frac{W}{mgv} \approx 17^\circ$]

4.13. Скатываясь под уклон $\alpha = 6^\circ$, автомобиль массой $m = 10^3$ кг разгоняется при выключении двигателя до максимальной скорости $v = 72$ км/ч, после чего движение становится равномерным. Какую мощность развивает двигатель автомобиля при подъеме с такой же скоростью и по той же дороге вверх? [$N = 2mgv \sin \alpha = 41$ кВт]

4.14. Какую работу нужно совершить, чтобы за время t подняться по движущемуся вниз эскалатору метро? Высота подъема равна h , скорость эскалатора постоянна и равна v , угол наклона эскалатора к горизонту равен α . [$A = mgh + mgvt \sin \alpha$]

4.15. Посадочный модуль висит над поверхностью планеты с работающим двигателем. Определить мощность, развиваемую дви-

гателем, если масса модуля m , ускорение свободного падения вблизи поверхности планеты g , а скорость истечения продуктов сгорания из сопла двигателя v . $[N = \frac{1}{2}mgv]$

4.16. Определить кинетическую энергию обруча массой m , катящегося без проскальзывания со скоростью v . $[mv^2]$

4.17. По плоскости, наклоненной под углом α к горизонту, катится без проскальзывания тонкий обруч. При каком значении коэффициента трения μ груз, скользящий по наклонной плоскости, будет иметь скорость, равную скорости обруча? Масса груза и обруча одинакова, начальные скорости равны нулю. $[\mu = \frac{1}{2}\tan \alpha]$

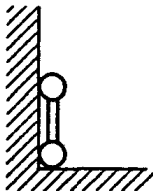
4.18. Два груза массами m_1 и m_2 ($m_2 > m_1$) соединены между собой невесомой и нерастяжимой нитью, перекинутой через блок. Блок может вращаться без трения вокруг горизонтальной оси, а вся его масса M сосредоточена в ободе. Пренебрегая проскальзыванием нити по блоку, определить ускорение a грузов.

$$[a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2 + M}g]$$

4.19. На концах и в середине невесомого стержня длиной l расположены одинаковые шарики. Стержень ставят вертикально и отпускают. Считая, что трение между плоскостью и нижним шариком отсутствует, найти скорость верхнего шарика в момент удара о горизонтальную поверхность. $[v = 2\sqrt{\frac{3gl}{5}}]$

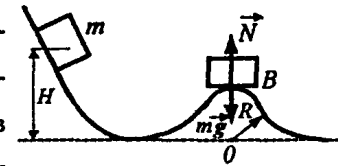
4.20. Гантелька длиной L стоит в углу, образованном гладкими плоскостями. Нижний шарик гантельки смещают горизонтально на очень маленькое расстояние, и гантелька начинает двигаться. Найти скорость нижнего шарика в тот момент, когда верхний шарик оторвется от вертикальной плоскости. Масса шариков одинакова.

$$[v = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}gL}]$$



4.21. На горизонтальной поверхности находится гладкая полу-сфера радиусом R . С верхней ее точки без начальной скорости соскальзывает тело. На какой высоте от основания сферы тело оторвется от ее поверхности. $[H = \frac{2}{3}R]$

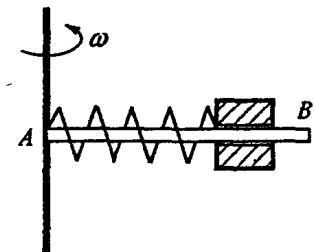
4.22. Тело массой $m = 2$ кг соскальзывает с горки высотой $H = 4,5$ м по наклонной поверхности, плавно переходящей в цилиндрическую поверхность радиусом $R = 2$ м. Определить силу давления тела на цилиндрическую поверхность в верхней точке B , если работа сил трения при движении тела до этой точки $A = 40$ Дж. $[N = 10 \text{ Н}]$



4.23. Тело массой $m = 0,2$ кг соскальзывает с высоты $H = 8$ м по наклонной плоскости, плавно переходящей в вертикальную петлю радиусом $R = 2$ м. Определить работу силы трения при движении тела до верхней точки петли, если давление тела на петлю в верхней точке N равно 2 Н. $[A_{\text{тр}} = mgH - \frac{5}{2}mgR - \frac{RN}{2} = 4 \text{ Дж}]$

4.24. Гладкий легкий горизонтальный стержень AB может вращаться без трения вокруг вертикальной оси, проходящей через его конец A . На стержне находится небольшое тело массой m , соединенное невесомой пружиной длиной l_0 с концом A . Коэффициент жесткости пружины равен k . Какую работу надо совершить, чтобы эту систему медленно раскрутить до угловой скорости ω ?

$$[A = \frac{m\omega^2 l^2}{2} \cdot \frac{1 + m\omega^2/k}{(1 - m\omega^2/k)^2}]$$



4.25. Прикрепленный к вертикальной пружине груз медленно опускают до положения равновесия, причем пружина растягивается на длину x_0 . На сколько растянется пружина, если тому же грузу предоставить возможность падать свободно с такого

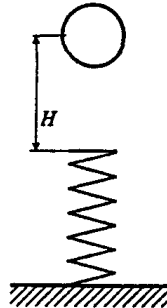
положения, при котором пружина не растянута? Какой максимальной скорости достигнет при этом груз? Массой пружины пренебречь.

$$[x = 2x_0, \quad v = \sqrt{gx_0}]$$

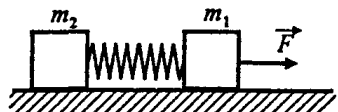
4.26. Груз массой $m = 10^3$ кг опускается с помощью лебедки с постоянной скоростью $v = 4$ м/с. Какова будет максимальная сила натяжения троса при внезапной остановке лебедки, если жесткость троса $k = 5 \cdot 10^5$ Н/м? $[T_{\max} = v\sqrt{km} + mg \approx 10^5 \text{ Н}]$

4.27. Легкая пружина с жесткостью k стоит вертикально на столе. С высоты H на нее падает небольшой шарик массой m . Какую максимальную скорость будет иметь шарик при своем движении вниз? Каково будет максимальное сжатие пружины?

$$[v_{\max} = \sqrt{\frac{2gH + mg^2}{k}}; \quad x_{\max} = \frac{mg}{k} \sqrt{1 + \frac{2kH}{mg}}]$$



4.28. Два груза массой m_1 и m_2 , соединенные между собой пружиной, лежат на горизонтальном столе. Пружина в начальный момент не натянута. С какой минимальной силой F нужно потянуть первый груз, чтобы при этом второй сдвинулся с места? Коэффициент трения между столом и грузом μ . $[F = \mu g(m_1 + m_2/2)]$



4.29. Телу, находящемуся на поверхности Земли, сообщена вертикальная скорость 6 км/с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти максимальную высоту его подъема. Радиус Земли $R_3 = 6400$ км.

$$[H = \frac{v_0^2}{2gR_3 - v_0^2} R_3 \approx 2500 \text{ км}]$$

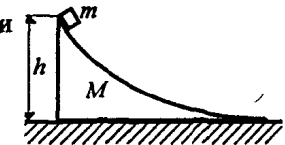
4.30. Определить скорость, которую необходимо сообщить телу, чтобы оно могло преодолеть силу притяжения Земли (вторую космическую скорость). $[v = \sqrt{2gR_3} \approx 11,3 \text{ км/с}]$

5. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

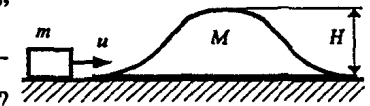
Сохранение механической энергии и импульса

5.1. На гладком горизонтальном столе постоит "горка", угол наклона которой плавно изменяется от некоторого значения до нуля. С вершины "горки" соскальзывает без трения небольшое тело массой m . Какова будет скорость тела после соскальзывания, если высота "горки" h , масса M . Трением между горкой и столом пренебречь.

$$[u = \sqrt{\frac{2gh}{1 + m/M}}]$$

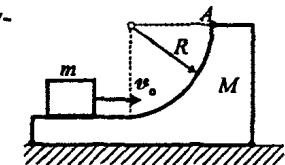


5.2. На пути тела A , скользящего по гладкому горизонтальному столу, находится незакрепленная "горка" высотой H . При какой минимальной скорости тело сможет преодолеть горку? Тело движется не отрываясь от горки. Трения нет. Масса горки M , масса тела m . $[u = \sqrt{2gH(1 + m/M)}]$

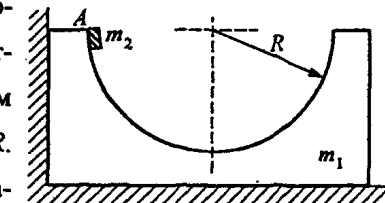


5.3. Преграда массой $M = 10$ кг, имеющая цилиндрическую поверхность с радиусом $R = 0,2$ м, расположена на горизонтальной плоскости. Тело массой $m = 1$ кг с начальной горизонтальной скоростью $v_0 = 3$ м/с, скользя, поднимается по цилиндрической поверхности. Определить скорость тела на высоте, равной радиусу R (в точке A). Трением пренебречь.

$$[v = \sqrt{\left(1 - \frac{mM}{(m + M)^2}\right) v_0^2 + 2gR} \approx 2,06 \text{ м/с}]$$



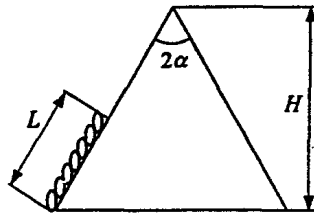
5.4. На гладкой горизонтальной поверхности около стенки стоит симметричный брусок массой m_1 с углублением полусферической формы радиусом R . Из точки A без трения соскальзывает ма-



ленькая шайба массой m_2 . Найти максимальную скорость бруска при его последующем движении.

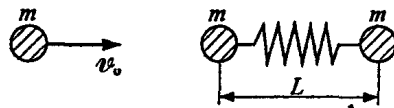
$$[v_{\max} = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2gR}]$$

5.5. Гибкая однородная цепь длиной L может двигаться по желобу, имеющему форму равнобедренного треугольника с углом 2α при вершине и расположенному в вертикальной плоскости. Трение отсутствует, предполагается, что цепь прилегает к желобу. Найти наименьшую начальную скорость цепи, необходимую для преодоления такой горки. В начальный момент времени положение цепи показано на рисунке. $[v = \sqrt{2g \left(H - \frac{3}{4} L \cos \alpha \right)}]$



5.6. Два шарика с одинаковой массой m соединены невесомой пружиной жесткости k и длиной L и лежат неподвижно на гладком горизонтальном столе. Третий шарик массой m движется со скоростью v_0 по линии, соединяющей центры первых двух, и упруго соударяется с одним из них. Предполагая, что время соударения шариков мало по сравнению с временем деформации пружины, определить максимальное расстояние между первыми двумя шариками при их дальнейшем движении.

$$[L_{\max} = L + v_0 \sqrt{\frac{m}{2k}}]$$



Прямой центральный абсолютно упругий удар

5.7. В результате упругого лобового столкновения частицы массой m_1 с неподвижной частицей m_2 обе частицы разлетелись в противоположных направлениях с одинаковыми скоростями. Найти массу неподвижной частицы. Удар абсолютно упругий. $[m_2 = 3m_1]$

5.8. Во сколько раз уменьшится скорость атома гелия после упругого столкновения с неподвижным атомом водорода, масса которого в четыре раза меньше массы атома гелия? $[\text{В } 5/3 \text{ раза}]$

5.9. Две частицы массой m_1 и m_2 со скоростями v_1 и v_2 сталкиваются абсолютно упруго. Определить скорости частиц после столкновения, которое является центральным.

$$[v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2}, v_2' = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2}]$$

5.10. Определить максимальную потенциальную энергию упругой деформации при прямом центральном абсолютно упругом ударе двух тел массой m_1 и m_2 , имевших скорости до удара v_1 и v_2 соответственно. $[W_{\max} = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_1 - v_2)^2]$

5.11. Шарик, движущийся со скоростью v , налетает на стенку, движущуюся со скоростью u ($u < v$) в том же направлении, и ударяется о нее абсолютно упруго. Плоскость стенки перпендикулярна скорости движения шарика. Определить скорость шарика после удара в системе отсчета, связанной с Землей. $[v - 2u]$

5.12. В переднюю стенку башни танка, идущего со скоростью $u = 72$ км/ч, ударяется пуля, летящая со скоростью $v_0 = 750$ м/с навстречу танку и упруго отскакивает от стенки башни. С какой скоростью относительно земли полетит отскакивающая пуля? Стенка наклонена к вертикали под углом $\varphi = 60^\circ$.

$$[v = \sqrt{(v_0 + u)^2 - 2(v_0 + u \cos(\pi - 2\varphi) + u^2)} \approx 780 \text{ м/с}]$$

Непрямой упругий удар

5.13. На горизонтальной плоскости покоится шар. С ним сталкивается другой шар с такой же массой. Удар абсолютно упругий и не прямой. Определить угол, под которым разлетаются шары после удара.

$$[\pi/2]$$

5.14. Тело массой m_1 , движущееся со скоростью v , налетает на неподвижное тело и после упругого соударения отскакивает от него под углом 90° к первоначальному направлению своего движения со скоростью $v/2$. Определить массу неподвижного тела. [$m_2 = \frac{5m_1}{3}$]

5.15. Шар массой m , движущийся со скоростью v , налетает на покоящийся шар массой $m/2$ и после упругого удара продолжает двигаться под углом $\alpha = 30^\circ$ к направлению своего первоначального движения. Найти скорости шаров после столкновения.

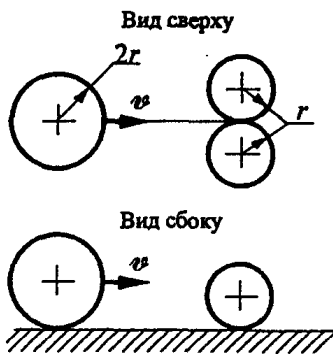
[$v_1 = v/\sqrt{3}; v_2 = 2v/\sqrt{3}$]

5.16. Два одинаковых шара покоятся, касаясь друг друга. Третий такой же шар налетает на них, двигаясь по прямой, касающейся обоих шаров, со скоростью v . Найти скорости шаров после столкновения. Удар абсолютно упругий.

[$u_1 = -v/5; u_2 = u_3 = 2\sqrt{3}v/5$].

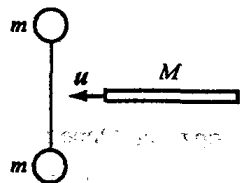
5.17. Два гладких упругих шара радиусом r лежат, соприкасаясь друг с другом, на гладкой горизонтальной плоскости. Третий упругий шар радиусом $2r$, скользящий со скоростью v по той же плоскости, ударяется одновременно в оба шара (см. рис.). Найти скорость большого шара после удара. Все шары сделаны из одного материала.

[$u = 25v/39$]



Неупругий удар

5.18. Два одинаковых шара массой m каждый связаны прочной нитью. Доска массой $M = 2m$ налетает со скоростью $u = 1$ м/с на эту систему и



ударяет по середине нити. Найти скорость шаров при ударе о доску. Толщина доски и радиусы шаров малы по сравнению с длиной нити. [$v = 0,78$ м/с; составляющая скоростей шаров, сонаправленная со скоростью доски: $v_{\parallel} = \frac{Mu}{M+2m} = \frac{u}{2} = 0,5$ м/с; составляющая, перпендикулярная доске: $v_{\perp} = \frac{u}{\sqrt{1+2m/M}} = 0,6$ м/с]

5.19. Две частицы массой m и $2m$, имеющие импульсы P и $P/2$, движутся по взаимно перпендикулярным направлениям. После соударения частицы обмениваются импульсами. Определить потерю механической энергии при соударении. [$\Delta W = \frac{3P^2}{16m}$]

5.20. Минимальная энергия электрона, необходимая для ионизации атома водорода, равна W_0 . Определить минимальные начальные скорости ионов водорода и гелия, необходимые для ионизации атома водорода. Ионизация происходит в результате полностью неупругого удара: потерянная механическая энергия переходит в энергию ионизации. По сравнению с массами ионов водорода и гелия массой электрона можно пренебречь. [$v_{0H} = 2\sqrt{\frac{W_0}{m_H}}$; $v_{0He} = \sqrt{\frac{10W_0}{m_{He}}}$]

Комплексные задачи на энергию и импульс

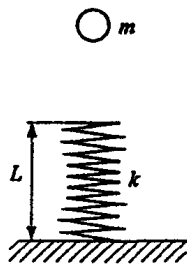
5.21. Пуля, летевшая горизонтально со скоростью $v_0 = 400$ м/с, попадает в брусок, подвешенный на нити длиной $l = 4$ м, и застревает в нем. Определить угол α , на который отклонится брусок, если масса пули $m = 20$ г, а масса бруска $M = 5$ кг.

[$\alpha = \arccos\left(1 - \frac{1}{2gl} \cdot \frac{v_0^2}{(1+M/m)^2}\right) \approx 15^\circ$]

5.22. Тело массой M под действием пружин совершает колебания с амплитудой A_0 на гладком горизонтальном столе. В тот момент, когда тело проходит положение равновесия, на него сверху падает и прилипа-

ет к нему кусок пластилина массой m . Чему будет равна амплитуда колебаний? $[A = A_0 \sqrt{\frac{M}{M+m}}]$

5.23. Легкая пружина жесткости k и длины L стоит вертикально на столе и не прикреплена к нему. На пружину падает небольшой шарик массой m , имеющий начальную скорость, равную нулю. Пружина упруго деформируется, и шарик подскакивает вертикально вверх. Максимальная скорость шарика при его движении оказалась равной $v_{\max}$. На какую высоту поднимается центр тяжести пружины? $[h = \frac{v_{\max}^2 - m g^2 / k}{8g}]$



5.24. Из духового ружья стреляют в спичечный коробок, лежащий на расстоянии $l = 30$ см от края стола. Пуля массой $m = 1$ г, летящая горизонтально со скоростью $v_0 = 150$ м/с, пробивает коробок и вылетает из него со скоростью $v_0/2$. Масса коробка 50 г. При каких значениях коэффициента трения μ между коробком и столом коробок упадет со стола? $[\mu \leq \frac{m^2}{M^2} \cdot \frac{v_0^2}{8gl} \approx 0,38]$

5.25. Орудие, масса ствола которого $M = 400$ кг, стреляет в горизонтальном направлении. Масса снаряда $m = 8$ кг, его начальная скорость $v_0 = 10^3$ м/с. При выстреле ствол откатывается на $S = 50$ см. Определить среднее значение силы торможения, развивающейся в противооткатном устройстве орудия. $[F_{\text{ср}} = \frac{m^2 v_0^2}{2MS} = 160 \text{ кН}]$

5.26. От удара копра массой $m = 50$ кг, падающего с высоты $H = 5$ м, свая массой $M = 200$ кг погружается в грунт на глубину $l = 20$ см. Определить силу сопротивления грунта, считая ее постоянной. Удар копра о сваю абсолютно неупругий.

$$[F = (m+M) \left(\frac{m^2}{(m+M)^2} \cdot \frac{H}{l} + 1 \right) g = 5 \text{ кН}]$$

5.27. Космический корабль массой $M = 12$ т движется вокруг

Луны по круговой орбите на высоте $h = 100$ км.

Для перехода на орбиту прилунения на короткое время включается двигатель торможения.

Скорость вытекающих из сопла ракеты газов

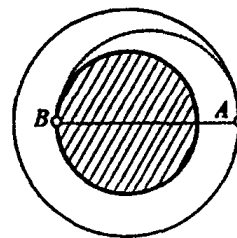
$u = 10^4$ м/с. Радиус Луны $R_{\text{л}} = 1700$ км, ускорение

свободного падения у поверхности Луны

$g_{\text{л}} = 1,7$ м/с². Какую массу топлива m необходимо израсходовать для то-

го, чтобы при включении тормозного двигателя в точке A траектории корабль опустился на Луну в точке B ?

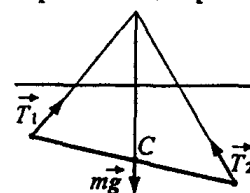
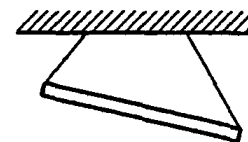
$$[m = \frac{M}{u} \sqrt{\frac{g_{\text{л}} R_{\text{л}}^2}{R_{\text{л}} + h}} \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{2R_{\text{л}}}{R_{\text{л}} + h}} \right) = 29 \text{ кг}]$$



6. СТАТИКА

Центр тяжести

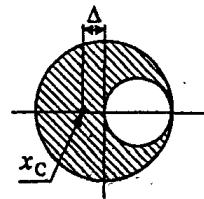
6.1. Неоднородный стержень висит на двух невесомых нитях (рис. справа). Определить построением центр тяжести стержня.



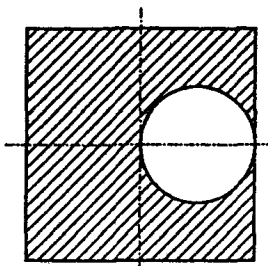
[Рис. слева, где C – центр тяжести]

6.2. Однородная тонкая пластинка радиусом R имеет форму круга, в котором вырезано отверстие вдвое меньшего радиуса, касающееся края пластинки. Где находится центр тяжести?

[На оси симметрии, $\Delta = R/6$ от центра]



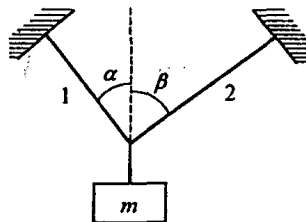
6.3. Из однородной тонкой пластины в форме квадрата со стороной a вырезано отверстие диаметром $a/2$, касающееся стороны квадрата. Определить положение центра тяжести. [На оси симметрии, на расстоянии $\Delta = \frac{\pi a}{4(16-\pi)}$ слева от центра квадрата]



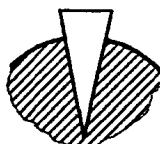
Условия равновесия тел

6.4. Груз массой m удерживается в вертикальном положении с помощью двух тросов, составляющих с вертикалью углы α и β . Определить силы натяжения тросов.

$$[T_1 = mg \frac{\sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}; T_2 = mg \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}]$$

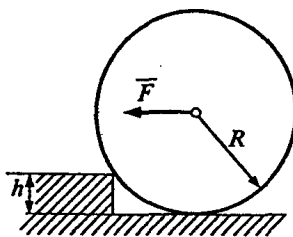


6.5. Каков должен быть коэффициент трения μ для того, чтобы клин, заколоченный в бревно, не выскальзывал из него? Угол при вершине клина α . [$\mu \geq \tan \frac{\alpha}{2}$]



6.6. Колесо радиусом R и массой m стоит перед ступенькой высотой h . Какую горизонтальную силу F нужно приложить к оси колеса, чтобы оно могло подняться на ступеньку? Трением пренебречь.

$$[F \geq \frac{mg\sqrt{h(2R-h)}}{R-h}]$$



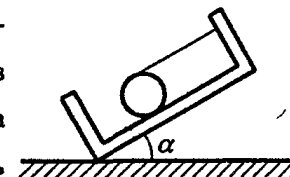
6.7. На плоскости с углом наклона α к горизонту стоит цилиндр радиусом r . Какова наибольшая высота цилиндра, при которой он не опрокидывается? [$H = 2r \cot \alpha$]

6.8. К вертикальной гладкой стенке в точке A на веревке длиной l подвешен шар массой m . Чему равна сила натяжения веревки и сила давления шара на стенку, если радиус шара R ?

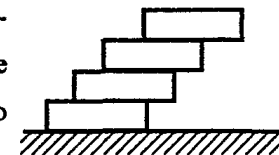
$$[T = \frac{mg(l+R)}{\sqrt{(l+R)^2 - R^2}}; N = \frac{mgR}{\sqrt{(l+R)^2 - R^2}}]^*$$



6.9. На плоском шероховатом дне чаши находится шар. Дно чаши наклонено на некоторый угол по отношению к горизонту. Шар удерживается в равновесии нитью, параллельной дну. На какой наибольший угол α можно наклонить дно чаши, чтобы шар все еще оставался в равновесии? Коэффициент трения $\mu = 0,5$. [$\alpha = 45^\circ$]

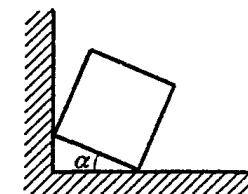


6.10. Кирпичи укладывают один на другой без связующего вещества так, что часть каждого последующего кирпича выступает над нижележащим. На какое максимальное расстояние правый край верхнего кирпича может выступать над правым краем самого нижнего кирпича, служащего основанием всей кладки? Длина каждого кирпича равна l . [$11l/12$; длина выступающих концов кирпичей: $1/2, 1/4, 1/6$, считая от верхнего кирпича]

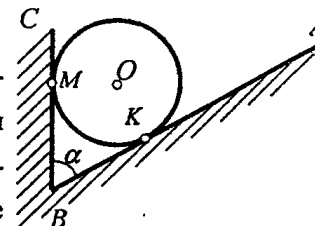


6.11. Кубик стоит у стены так, что одна из его граней образует угол α с полом. При каком значении коэффициента трения кубика о пол это возможно, если трением о стену пренебречь?

$$[\mu \geq \frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{2 \sin \alpha}]$$

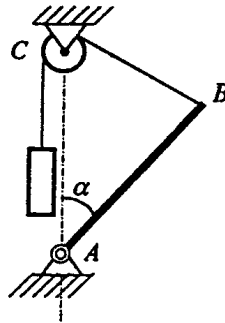


6.12. Шар лежит в щели ABC , образованной двумя плоскими стенками. Найти угол между плоскостями, если давление шара на вертикальную стенку BC вдвое больше



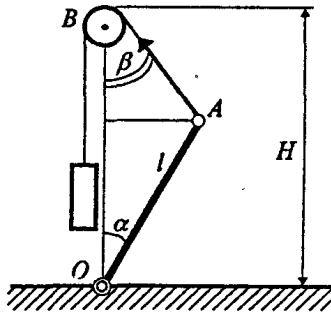
больше силы тяжести, действующей на шар. Трением пренебречь.
 $[\alpha = \arctg 0,5]$

6.13. Стержень AB массой m прикреплен к неподвижной опоре шарниром A и может вращаться в вертикальной плоскости. К концу стержня B прикреплена нить. Нить перекинута через блок C , и к ней подвешен груз массой $m_1 = 0,5m$. Оси блока и шарнира расположены на одной вертикали, причем $AB = AC$. При каком угле α между стержнем и вертикалью система будет в равновесии?



$[\alpha = 2 \arcsin \frac{m_1}{m} = 60^\circ]$

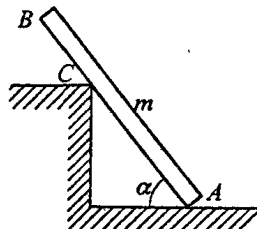
6.14. Штанга массой m и длиной l закреплена нижним концом на шарнире O . К верхнему концу штанги привязана нить, перекинута через блок, укрепленный на высоте H от шарнира и на одной с ним вертикали. Какой минимальный груз нужно подвесить на другой конец нити, чтобы штанга устойчиво стояла в



вертикальном положении? $[M > \frac{m(H-l)}{2H}]$

6.15. На земле лежат вплотную два одинаковых бревна цилиндрической формы. Сверху на них кладут такое же бревно. При каком коэффициенте трения μ между ними они не раскатятся (по земле бревна не скользят). $[\mu = 0,27]$

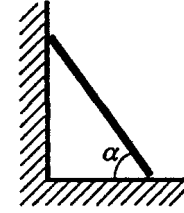
6.16. Однородный стержень AB массой m опирается о гладкий пол и шероховатый выступ C . Расстояние $AC = 0,75 AB$. Угол наклона стержня α , коэффициент трения между



ним и уступом μ . Определить нормальные реакции N_A и N_C в точках A и C и силу трения F , между стержнем и уступом. При каких значениях угла α возможно равновесие?

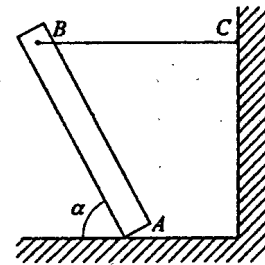
$[N_A = \frac{1}{3}mg; N_C = \frac{2}{3}mg \cos \alpha; F_T = \frac{2}{3}mg \sin \alpha; \alpha \geq \arctg \mu]$

6.17. Верхний конец лестницы опирается на гладкую вертикальную стену, а нижний находится на шероховатом полу. Коэффициент трения между лестницей и полом $\mu = 0,5$. При каком предельном значении угла наклона она будет находиться в равновесии?



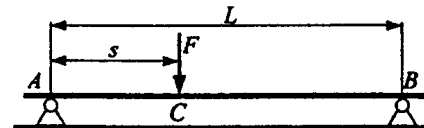
$[\alpha_{\text{пред}} = 45^\circ]$

6.18. Однородный стержень AB опирается о шероховатый пол и удерживается в равновесии горизонтальной нитью BC . Коэффициент трения между стержнем и полом $\mu = 0,5$. При каких значениях угла, образованного стержнем с горизонтом, это возможно?



$[\alpha \geq \arctg \frac{1}{2\mu}]$

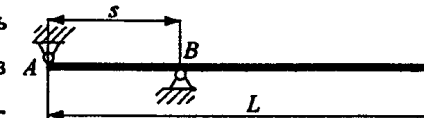
6.19. Невесомый жесткий стержень длиной L свободно лежит на двух опорах A и B . В точке



C , отстоящей от A на расстоянии s , на стержень действует вертикальная сила F . Определите силы реакции R_A и R_B в опорах A и B .

$[R_A = \frac{F(L-s)}{L}; R_B = \frac{Fs}{L}]$

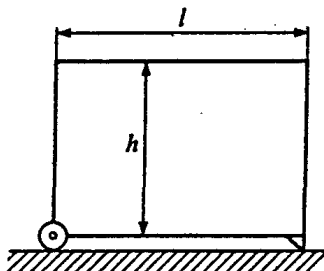
6.20. Однородный стержень длины L и массы m удерживается в



горизонтальном положении с помощью двух опор A и B , расстояние между опорами равно s . Определите силы реакции R_A и R_B в опорах A и B .

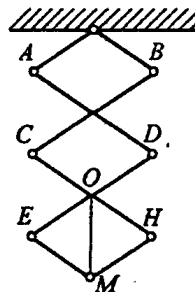
$[R_A = \frac{mg(L-2s)}{2s}; R_B = \frac{mgL}{2s}]$

6.21. Контейнер в виде однородного прямоугольного параллелепипеда высотой h и длиной l стоит на опоре малых размеров. Левая опора, в отличие от правой, сделана на роликах, которые обеспечивают пренебрежимо малое трение. Чтобы сдвинуть контейнер вправо, его нужно толкать с силой F_1 , приложенной к середине левой стороны, а чтобы сдвинуть влево, нужно толкать с силой F_2 ($F_1 > F_2$), приложенной к центру правой стороны.



Найти массу контейнера. $[m = \frac{2F_1 F_2 h}{(F_1 - F_2)gl}]$

6.22. Имеется подвеска, состоящая из стержней, соединенных шарнирно. Стержни AD , BC , DE и CH — сплошные. Определить силу T натяжения нити OM , если масса всей системы равна m .



$[T = \frac{3}{2}mg]$

Равновесие упругих тел. Закон Гука

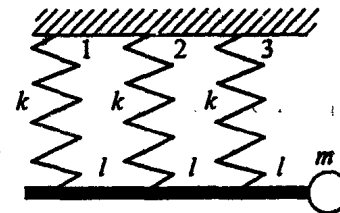
6.23. Две пружины с коэффициентами упругости k_1 и k_2 соединяют один раз последовательно, другой раз параллельно. Какой должна быть жесткость k пружины, которой можно было бы заменить эту систему из двух пружин?

$[k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$ в первом случае, $k = k_1 + k_2$ во втором случае]

6.24. Пружину длиной l_0 поместили между жесткими стенками, расстояние между которыми $l < l_0$. Определить силу, с которой пружина давит на стенки, если коэффициент жесткости пружины k .

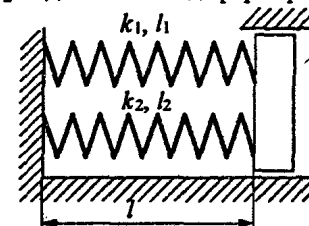
$[F = k(l - l_0)]$

6.25. На конце невесомого стержня, прикрепленного с помощью трех одинаковых пружин к потолку, находится груз массой m . Расстояние между пружинами и от крайней пружины до груза одинаковы. Определите усилия в пружинах.



$[F_1 = -\frac{2}{3}mg; F_2 = \frac{1}{3}mg; F_3 = \frac{4}{3}mg]$

6.26. Две пружины жесткостью k_1 и k_2 и длиной в недеформированном состоянии l_1 и l_2 соединены между собой жесткой планкой. Какова будет длина пружин l в положении равновесия?



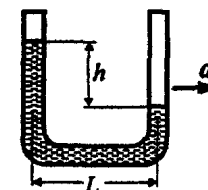
$[l = \frac{k_1 l_1 + k_2 l_2}{k_1 + k_2}]$

7. МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ

Давление, равновесие

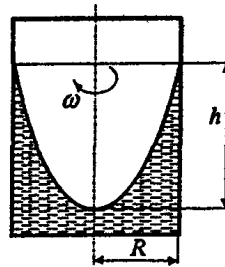
7.1. В сосуд, имеющий форму куба с ребром a , доверху налита жидкость плотностью ρ . Определить силы давления жидкости на дно и стенки сосуда. [На дно $F_1 = \rho g a^3$, на стенки $F_2 = \frac{1}{2} \rho g a^3$]

7.2. U-образная трубка движется горизонтально с ускорением a . Определить разность уровней между коленами трубки, если расстояние между коленами L . Радиус трубки $R \ll L$, капиллярными эффектами пренебречь. $[h = \frac{L a}{g}]$



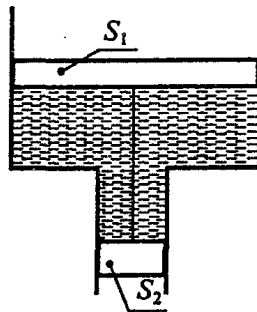
7.3. Сосуд с жидкостью движется горизонтально с ускорением a . Определить угол наклона поверхности жидкости по отношению к горизонту. $[\alpha = \arctg \frac{a}{g}]$

7.4. Цилиндрический сосуд радиусом R , заполненный жидкостью, вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, совпадающей с осью цилиндра. Найти разность уровней жидкости h между точками, лежащими на оси и на стенке цилиндра.



$$\left[h = \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega^2}{g} R^2 \right]$$

7.5. В вертикально расположенном сосуде с сечениями S_1 и S_2 находятся два невесомых поршня. Поршни соединены тонкой проволокой длиной l . Найти силу натяжения проволоки T , если пространство между поршнями заполнено водой. Концы сосуда открыты в атмосферу.



$$\left[T = \rho g l \frac{S_1 S_2}{S_1 - S_2} \right]$$

7.6. Открытая с двух сторон длинная труба с гладкими внутренними стенками вертикально опущена в резервуар с водой. Внутри трубы находится невесомый поршень площадью $S = 0,1 \text{ м}^2$, плотно прилегающий к стенкам. Какую работу нужно совершить, чтобы поднять поршень на высоту H ? Рассмотреть два случая: а) $H = 5 \text{ м}$; б) $H = 15 \text{ м}$. Нормальное атмосферное давление $p_0 \approx 10^5 \text{ Па}$.

$$\left[\text{а) } A = \rho g S \frac{H^2}{2} = 1,25 \cdot 10^4 \text{ Дж; б) } A = p_0 S \left(H - \frac{p_0}{2\rho g} \right) = 1 \cdot 10^5 \text{ Дж} \right]$$

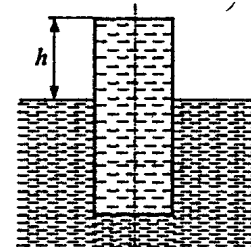
7.7. В один из сообщающихся сосудов налита вода плотностью ρ_1 , в другой – масло плотностью ρ_2 . На какое расстояние x сместится граница раздела жидкостей в горизонтальной трубке, если на поверхность воды налить слой масла толщиной h ? Площади поперечного сечения сосудов в k раз больше площади поперечного сечения трубки.

$$\left[x = \frac{k \rho_2 h}{\rho_1 + \rho_2} \right]$$

7.8. Ртуть находится в U-образной трубке, площадь сечения левого колена которой в 3 раза меньше, чем правого. Уровень ртути в узком колене расположен на расстоянии $l = 30 \text{ см}$ от верхнего конца трубки. На сколько поднимется уровень ртути в правом колене, если левое колено доверху заполнить водой? Плотность воды $\rho_s = 1000 \text{ кг/м}^3$, ртути $\rho_{Hg} = 13600 \text{ кг/м}^3$.

$$\left[\Delta h = \frac{\rho_s l}{\frac{S_2}{S_1} (\rho_{Hg} - \rho_s) + \rho_{Hg}} = 0,58 \text{ см} \right]$$

7.9. В воде плавает в вертикальном положении труба. Высота выступающей части трубы $h = 5 \text{ см}$. Внутри трубы наливается масло плотностью $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$. Какой длины должна быть труба для того, чтобы ее можно было целиком заполнить маслом?



$$\text{Плотность воды } \rho_s = 1000 \text{ кг/м}^3. \quad \left[H = \frac{\rho_s h}{\rho_s - \rho} = 50 \text{ см} \right]$$

Закон Архимеда. Условия плавания тел

7.10. Вес тела в воде в 3 раза меньше, чем в воздухе. Какова плотность тела? $[\rho = 1,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3]$

7.11. Однородное тело плавает на поверхности керосина так, что объем погруженной части составляет 0,92 всего объема тела V . Определить объем погруженной части при плавании тела на поверхности воды. Плотность керосина $\rho_k = 0,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, плотность воды $\rho_s = 10^3 \text{ кг/м}^3$. $[0,74 V]$

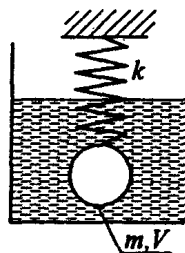
7.12. Сплошной однородный шар объемом V плавает на границе двух несмешивающихся жидкостей. Плотность верхней жидкости ρ_1 , нижней ρ_2 . Плотность материала шара ρ ($\rho_1 < \rho < \rho_2$). Кака

часть объема шара будет находиться в верхней, а какая в нижней жидкости? $\left[\frac{V_1}{V} = \frac{\rho_2 - \rho}{\rho_2 - \rho_1}; \frac{V_2}{V} = \frac{\rho - \rho_1}{\rho_2 - \rho_1} \right]$

7.13. Тонкостенный стакан массой m плавает на границе раздела двух жидкостей с плотностями ρ_1 и ρ_2 , сохраняя вертикальное положение вниз дном. Дно стакана имеет толщину h и площадь S . На какую глубину стакан погружен в более плотную жидкость, если свободная поверхность менее плотной жидкости расположена выше краев стакана? Толщиной стенки стакана пренебречь. $\left[H = \frac{m - \rho_1 h S}{(\rho_2 - \rho_1) S} \right]$

7.14. Стальной шар с объемом V и массой m удерживается под водой от погружения на дно пружиной жесткости k . Найдите энергию деформации пружины. Массой и объемом пружины пренебречь. Плотность воды равна ρ .

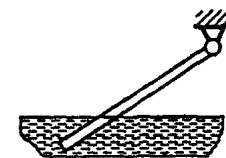
$$\left[\frac{g^2 (m - \rho V)^2}{2k} \right]$$



7.15. В цилиндрический сосуд диаметром $d = 4$ см налита вода. После того как в воду опустили деревянный шарик, уровень воды поднялся на $h = 1$ см. Определить радиус шарика, если его плотность $\rho = 700$ кг/м³, плотность воды $\rho_s = 10^3$ кг/м³. $\left[r = \sqrt[3]{\frac{3}{16} d^2 h \frac{\rho_s}{\rho}} \approx 1,63 \text{ см} \right]$

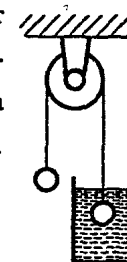
7.16. Металлический стержень, к верхнему торцу которого прикреплен пружинный динамометр, медленно погружается в цилиндрический сосуд с водой, имеющий площадь поперечного сечения $S = 20 \text{ см}^2$. На сколько изменится показание динамометра в тот момент, когда уровень воды в сосуде поднимется на высоту $h = 10$ см? Плотность воды $\rho_s = 10^3$ кг/м³. $\left[\Delta F = 2 \text{ Н} \right]$

7.17. Верхний конец тонкой однородной палочки шарнирно закреплен, нижний ее конец погружен в воду. При равновесии под водой находится 1/5 часть длины палочки. Определить плотность вещества палочки. $\left[\rho = 360 \text{ кг/м}^3 \right]$



7.18. Шар массой m и объемом V падает в жидкости с плотностью ρ с постоянной скоростью u . С какой силой F нужно тянуть этот шар вверх, чтобы он поднимался в той же жидкости со скоростью $u_1 = 4u$? Сопротивление вязкой жидкости движению шара пропорционально его скорости. $\left[F = 5(mg - \rho V g) \right]$

7.19. Два одинаковых шарика связаны невесомой нитью, перекинутой через невесомый блок, причем один из шариков погружен в сосуд с жидкостью. С какой установившейся скоростью u будут двигаться шарики, если известно, что установившаяся скорость падения одиночного шарика в той же жидкости равна u_0 ? Сила сопротивления пропорциональна скорости. Плотность жидкости ρ_0 , плотность материала шариков ρ .



$$\left[u = \frac{u_0 \rho_0}{\rho - \rho_0} \right]$$

Работа архимедовых сил

7.20. Лыдина площадью поперечного сечения $S = 1 \text{ м}^2$ и высотой $H = 0,4$ м плавает в воде. Какую работу надо совершить, чтобы полностью погрузить лыдину в воду? Плотность воды $\rho_s = 1000$ кг/м³, плотность льда $\rho_l = 900$ кг/м³. $\left[A = \frac{(\rho_s - \rho_l)^2 g S H^2}{2 \rho_s} = 7,84 \text{ Дж} \right]$

7.21. Бетонная однородная свая массой m лежит на дне водоема глубиной h , большей, чем длина сваи l . Привязав трос к одному концу сваи, ее медленно вытаскивают из воды так, что центр тяжести сваи поднимается на высоту H от поверхности воды ($H > l$). Какая работа

совершается при подъеме свай? Плотность бетона в n раз больше плотности воды. Силами сопротивления пренебречь.

$$[A = mg \left[H + h \left(1 - \frac{1}{n} \right) \right]]$$

7.22. В сосуде имеются две несмешивающиеся жидкости с плотностями ρ_1 и ρ_2 ; толщины слоев этих жидкостей равны h_1 и h_2 соответственно. С поверхности жидкости в сосуд опускают маленькое обтекаемое тело, которое достигает дна как раз в тот момент, когда его скорость становится равной нулю. Какова плотность материала, из которого сделано тело? $[\rho = \frac{\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2}{h_1 + h_2}]$

7.23. Удерживаемый за верхний конец на высоте h над поверхностью воды тонкий металлический стержень длиной l выпускают, и он падает на дно водоема глубиной H ($l < H$), соприкасаясь с дном по всей своей длине. Какова скорость стержня в момент касания дна, если плотность материала стержня ρ и воды ρ_w известны, а сопротивление движению стержня не учитывается?

$$[v = \sqrt{2g(H(1 - \rho_w/\rho) + h - l)}]$$

7.24. Стекланный шарик массой $m = 100$ г, находящийся у поверхности глицерина, погружается на глубину $H = 1$ м. Найти изменение потенциальной энергии шарика ΔU . Плотность глицерина $\rho_1 = 1,6 \cdot 10^3$ кг/м³, плотность стекла $\rho_2 = 2,4 \cdot 10^3$ кг/м³.

$$[\Delta U = mgH(\rho_1/\rho_2 - 1) = -0,49 \text{ Дж}]$$

Уравнение Бернулли

7.25. В подвале дома вода отопительной системы поступает в трубу диаметром 4 см со скоростью 0,5 м/с под давлением 3 атм. Каковы скорость течения и давление в трубке диаметром 2,6 см на втором этаже, расположенном на 5 м выше?

$$[v_2 = \frac{\rho v_1 S_1}{\rho S_2} = 1,18 \text{ м/с}; \quad p_2 = \frac{\rho v_1^2}{2} - \frac{\rho v_2^2}{2} + p_1 - \rho gh = 2,5 \cdot 10^5 \text{ Па}]$$

7.26. Определить максимальную дальность полета струи из шприца диаметром 4 см, на поршень которого давит сила $F = 30$ Н. Площадь отверстия шприца много меньше площади поршня, сопротивлением воздуха пренебречь. Плотность жидкости $\rho_s = 1000$ кг/м³.

$$[L_{\max} = \frac{8F}{\pi d^2 \rho g} \approx 4,9 \text{ м}]$$

7.27. Цилиндр диаметром D заполнен водой и расположен горизонтально. С какой скоростью перемещается в цилиндре поршень, если на него действует сила F , а из отверстия в дне цилиндра вытекает струя диаметром d . Силу тяжести не учитывать. Плотность жидкости ρ . $[v = \frac{d^2}{D} \sqrt{\frac{8F}{\pi \rho (D^4 - d^4)}}]$

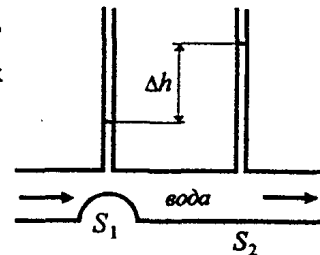
7.28. С какой скоростью вытекает вода из маленького отверстия в дне широкого цилиндрического бака в момент времени, когда он заполнен до высоты h ? $[v = \sqrt{2gh}]$

7.29. Широкий сосуд с небольшим отверстием в дне наполнен водой и керосином. Пренебрегая вязкостью, найти скорость вытекающей воды, если толщина слоя воды h_1 , а слоя керосина h_2 .

$$[v = \sqrt{\frac{2g(h_1 \rho_1 + h_2 \rho_2)}{\rho_1}}]$$

7.30. Две манометрические трубки установлены на горизонтальной трубе переменного сечения в местах, где сечения трубы равны S_1 и S_2 . По трубе течет вода. Найти объем воды Q , протекающей в единицу времени через сечение трубы, если разность уровней воды в манометрических трубках равна Δh .

$$[Q = S_1 S_2 \sqrt{\frac{2g \Delta h}{(S_2^2 - S_1^2)}}]$$



8. ГАЗОВЫЕ ЗАКОНЫ. МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ

Молекулярная физика

8.1. Оценить массу m_0 и размер a следующих молекул: а) воды (молекулярная масса 18 а.е.м, плотность $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$); б) ртути (молекулярная масса 200 а.е.м, плотность $\rho = 13600 \text{ кг/м}^3$); в) этилового спирта (молекулярная масса 46 а.е.м, плотность $\rho = 790 \text{ кг/м}^3$).
[а) $m_0 = 2,99 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$, $a \approx 3,1 \cdot 10^{-10} \text{ м}$; б) $m_0 = 3,32 \cdot 10^{-25} \text{ кг}$, $a \approx 2,9 \cdot 10^{-10} \text{ м}$; в) $m_0 = 7,64 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$, $a \approx 4,6 \cdot 10^{-10} \text{ м}$]

8.2. Плотность гелия при нормальных условиях $\rho = 0,179 \text{ кг/м}^3$. Оценить среднее расстояние a между центрами его молекул. Молярная масса гелия $\mu = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$. [$a \approx \sqrt[3]{\frac{\mu}{\rho N_A}} = 3,34 \cdot 10^{-9} \text{ м}$]

8.3. Плотность водяного пара при 100°C $\rho = 0,88 \text{ кг/м}^3$. Какую часть объема η занимают молекулы? Принять, что молекулы имеют шарообразную форму, а диаметр равен $3,1 \cdot 10^{-10} \text{ м}$. [$\eta = 4,59 \cdot 10^{-2} \%$]

8.4. Два сосуда, содержащих одинаковое число молекул гелия, соединены краном. В первом сосуде средняя квадратичная скорость молекул равна $\bar{u}_1 = 1000 \text{ м/с}$, во втором $\bar{u}_2 = 1300 \text{ м/с}$. Какой будет эта скорость, если открыть кран, соединяющий сосуды? Процесс считать адиабатным. [$\bar{u} = \sqrt{\frac{\bar{u}_1^2 + \bar{u}_2^2}{2}} = 1160 \text{ м/с}$]

8.5. Найти отношение средних квадратичных скоростей молекулярного водорода и гелия при одинаковых температурах.
[$v_H : v_{He} = \sqrt{2}$]

8.6. В закрытом сосуде находится идеальный газ. Как изменится его давление, если средняя квадратичная скорость его молекул увеличится на 30%? [Давление возрастет на 69%]

8.7. В 1 см^3 объема при давлении 20 кПа находится $5 \cdot 10^{19}$ молекул гелия. Определить среднюю квадратичную скорость молекул при этих условиях. [$u = \sqrt{\frac{3pN_A}{\mu n}} = 425 \text{ м/с}$]

8.8. Идеальный одноатомный газ при давлении 10^5 Па занимает объем 100 м^3 . Определить суммарную кинетическую энергию E его молекул. [$E = \frac{3}{2} pV = 1,5 \cdot 10^7 \text{ Дж}$]

8.9. Плотность газа при нормальном атмосферном давлении равна $\rho = 1 \text{ кг/м}^3$. Определить среднюю квадратичную скорость молекул. [$u = \sqrt{\frac{3p}{\rho}} = 547,7 \text{ м/с}$]

8.10. Как изменится средняя квадратичная скорость молекул газа, если температура возрастет в 2 раза? [Увеличится в $\sqrt{2}$ раз].

8.11. Вычислить среднюю квадратичную скорость атомов гелия при температуре 27°C .
[$\bar{u} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = 1367 \text{ м/с}$]

8.12. Вычислить среднее расстояние между центрами молекул идеального газа при нормальных условиях, постоянная Больцмана $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$. [$a \approx \sqrt[3]{\frac{kT}{p}} = 3,35 \cdot 10^{-9} \text{ м}$]

8.13. Газ нагревается в открытом сосуде при нормальном атмосферном давлении от 300 до 600 К . На сколько при этом изменяется число молекул в единице объема газа?

$$[\Delta n = n_0 \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_1} \right) = 1,22 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}]$$

8.14. Закрытый сосуд заполнен водой при температуре $t = 27^\circ\text{C}$. Чему станет равно давление внутри сосуда, если взаимодействие между молекулами воды внезапно исчезнет?

$$[p = \frac{\rho RT}{\mu} = 1,385 \cdot 10^8 \text{ Па}; \mu = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}]$$

8.15. В сосуде объемом $V = 1 \text{ л}$ при температуре $t = 183^\circ\text{C}$ находится $N = 1,62 \cdot 10^{22}$ молекул газа. Чему будет равно давление газа в сосуде, если его объем изотермически увеличить в 5 раз? При нормальных

условиях 1 см^3 газа содержит $n = 2,7 \cdot 10^{19}$ молекул.

$$[p = \frac{p_0 N T}{5n V T_0} = 0,2 \cdot 10^5 \text{ Па}]$$

8.16. В сосуде объемом $V = 1 \text{ дм}^3$ содержится некоторый газ при температуре $T = 290 \text{ К}$. На сколько понизится давление газа в сосуде, если вследствие утечки газа из него выйдет $\Delta N = 10^{21}$ молекул?

$$[\Delta p = \frac{\Delta N k \Delta T}{V} = 4 \cdot 10^3 \text{ Па}]$$

8.17. Для дальней космической связи используется спутник объемом $V = 100 \text{ м}^3$, наполненный воздухом при нормальных условиях. Метеорит пробивает в его корпусе отверстие площадью $S = 1 \text{ см}^2$. Через какое время давление внутри спутника изменится на $\varepsilon = 1\%$? Температуру газа считать неизменной.

$$[t = 6 \varepsilon \frac{V}{S} \sqrt{\frac{\mu}{3RT}} \approx 2 \text{ мин, где } \mu = 29 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}]$$

8.18. Теплоизолированная полость очень маленькими отверстиями соединена с двумя сосудами, содержащими газообразный гелий. Давление гелия в этих сосудах поддерживается равным p ; температура в одном сосуде T , в другом $2T$. Найти установившееся давление и температуру внутри полости.

He		He
$p; T$	$p_x; T_x$	$p; 2T$

$$[p_x = \frac{1 + \sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \cdot p \approx p; T_x = \sqrt{2} T \approx 1,41 T]$$

Газовые законы

8.19. На какой глубине пузырьки воздуха имеют диаметр вдвое меньший, чем у поверхности воды? Атмосферное давление на уровне воды — нормальное. Считать, что температура воды не изменяется с глубиной. $[H \approx 70 \text{ м}]$

8.20. Каково давление газа в электрической лампочке, объем которой $V_0 = 1 \text{ л}$, если через скол под поверхностью воды на глубине $h = 1 \text{ м}$ в лампочку вошло $m = 998,7 \text{ г}$ воды? Атмосферное давление — нормальное. Процесс считать изотермическим. $[144 \text{ Па}]$

8.21. На какую глубину в жидкость плотностью ρ надо погрузить открытую трубку длиной L , чтобы, закрыв верхнее отверстие, вынуть столбик жидкости длиной $L/2$? Атмосферное давление p_0 .

$$[h = \frac{L}{2} + \frac{\rho g}{p_0} \cdot \frac{L^2}{4}]$$

8.22. Открытую стеклянную трубку длиной $l = 1 \text{ м}$ наполовину погружают в ртуть. Затем сверху трубку закрывают пробкой и вынимают. Какой длины столбик ртути останется в трубке? Атмосферное давление равно $H = 750 \text{ мм рт.ст.}$

$$[h = \frac{1}{2} \left(l + \frac{H}{1000} - \sqrt{l^2 + \frac{H^2}{1000^2}} \right) = 0,25 \text{ м}]$$

8.23. Посередине лежащего на боку заполненного газом запаянного цилиндрического сосуда длиной $L = 1 \text{ м}$ находится тонкий поршень массой $m = 1 \text{ кг}$ и площадью $S = 10 \text{ см}^2$. Если сосуд поставить на основание, то поршень перемещается на расстояние $l = 10 \text{ см}$. Каково было начальное давление p газа в сосуде? Трение между стенками сосуда и поршнем отсутствует. Процесс считать изотермическим.

$$[p = \frac{(L^2 - 4l^2)mg}{4LS} = 24 \text{ кН/м}^2]$$

8.24. В запаянной с одного конца стеклянной трубке длиной $l = 0,9 \text{ м}$ находится столбик воздуха, ограниченный сверху столбиком ртути высотой $h = 30 \text{ см}$. Ртуть доходит до верхнего края трубки. Трубку закрывают, поворачивают закрытым концом вниз, а затем открывают, при этом часть ртути выливается. Какова высота оставшегося столбика ртути? Атмосферное давление $p_0 = 10^5 \text{ Па}$. $[x = 2,9 \text{ см}]$

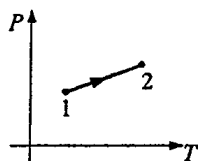
8.25. За сколько циклов работы поршневого насоса с объемом цилиндра V_1 можно откачать газ из стеклянного баллона объемом V до давления p , если вначале давление в баллоне было равно атмосферному? Процесс считать изотермическим, атмосферное давление p_0 .

$$[k = \lg \frac{p}{p_0} : \lg \left(\frac{V}{V + V_1} \right)]$$

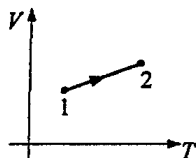
8.26. Идеальный газ, занимающий объем V_1 и находящийся под давлением p_1 , сжимают сначала изотермически до объема V_2 , потом изобарически до объема V_3 , а затем опять изотермически до объема V_4 . Под каким давлением будет находиться этот газ в конце указанного процесса? [$p_4 = p_3 \frac{V_3}{V_4} = p_1 \frac{V_1 V_3}{V_4 V_2}$]

Графики процессов

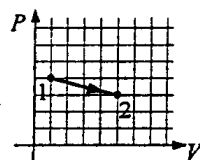
8.27. График изменения состояния идеального газа в осях T, P представляет собой прямую линию 1–2. Как изменялся объем газа в этом процессе? [Объем увеличивался]



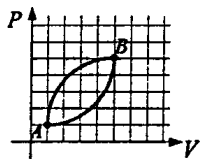
8.28. График изменения состояния идеального газа в осях T, V представляет собой прямую линию 1–2. Как изменялось давление газа в этом процессе? [Давление увеличивалось]



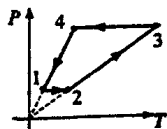
8.29. График изменения состояния идеального газа в осях V, P представляет собой прямую линию 1–2. Как изменялась температура газа в этом процессе? [Температура увеличивалась]



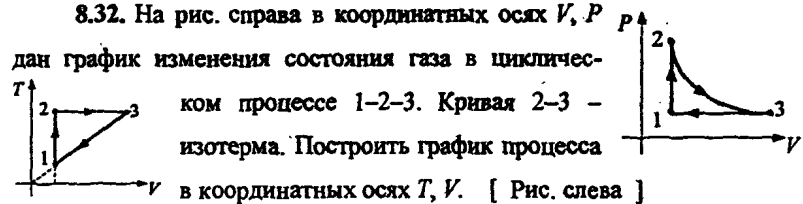
8.30. В координатных осях V, P дан график изменения состояния газа в циклическом процессе. В какой точке газ имел максимальную температуру, а в какой минимальную? [Минимальная температура – в точке A, максимальная – в точке B]



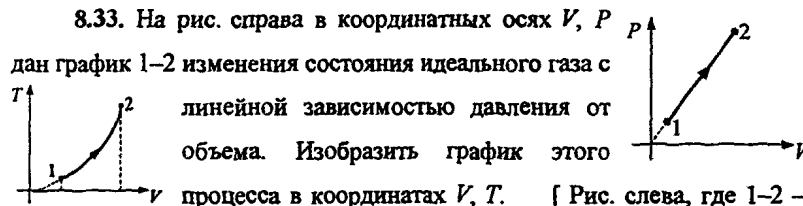
8.31. На рис. справа в координатных осях V, P дан график изменения состояния газа в циклическом процессе 1–2–3–4. Изобразить график этого процесса в координатных осях T, P . [Рис. слева]



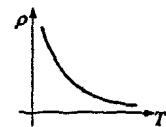
8.32. На рис. справа в координатных осях V, P дан график изменения состояния газа в циклическом процессе 1–2–3. Кривая 2–3 – изотерма. Построить график процесса в координатных осях T, V . [Рис. слева]



8.33. На рис. справа в координатных осях V, P дан график 1–2 изменения состояния идеального газа с линейной зависимостью давления от объема. Изобразить график этого процесса в координатах V, T . [Рис. слева, где 1–2 – отрезок параболы, проходящий через начало координат]



8.34. Изобразить примерный вид графика зависимости плотности идеального газа от абсолютной температуры. [См. рис., $\rho = \frac{\mu P}{RT}$]



Объединенный газовый закон

8.35. Нагревается или охлаждается идеальный газ, если он расширяется по закону $p = kV^n$, где k и n – некоторые постоянные, причем $n > 0$? [Газ нагревается: $T_2 = T_1 \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{n+1}$]

8.36. Нагревается или охлаждается идеальный газ в процессе расширения, если оно осуществляется в соответствии с уравнением $pV^n = \text{const}$, причем $n > 0$? [$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1}$, $n < 1$ – нагревается; $n = 1$ – температура не изменяется; $n > 1$ – температура падает]

8.37. Цилиндрический сосуд длиной $L = 1,5$ м, разделенный легким теплонепроницаемым поршнем, заполнен идеальным газом. В начальном состоянии объем левой части сосуда вдвое больше правой, а температура в обеих частях одинакова. На сколько переместится поршень, если температуру в правой части увеличить вдвое? Температура в ле-

вой части поддерживается постоянной.

$$[x = L/6 = 0,25 \text{ м}]$$

8.38. В вертикальном цилиндре, закрытом сверху поршнем, находится газ при температуре $t_1 = 20^\circ\text{C}$. Площадь поршня $S = 20 \text{ см}^2$, масса $m = 2 \text{ кг}$. На поршень положили груз массой $M = 5 \text{ кг}$. До какой температуры нужно нагреть газ, чтобы объем газа составил 0,9 от его первоначального значения? Трение между стенками цилиндра и поршнем отсутствует. Атмосферное давление $p_0 = 10^5 \text{ Н/м}^2$.

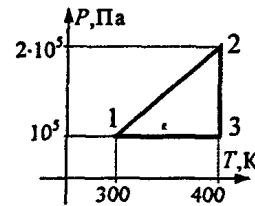
$$[T_2 = 0,9 T_1 \frac{p_0 S + (m + M)g}{p_0 S + mg} = 324 \text{ К}]$$

8.39. В цилиндре с площадью сечения $S = 5 \text{ см}^2$ под поршнем массой $M = 1 \text{ кг}$ находится некоторый газ. При увеличении абсолютной температуры газа в $n = 1,5$ раза поршень поднимается вверх и упирается в уступы. При этом объем газа по сравнению с первоначальным увеличивается в $k = 1,2$ раза. Определить силу, с которой поршень давит на уступы. Атмосферное давление $p_0 = 100 \text{ кПа}$.

$$[F = (n/k - 1)(p_0 S + Mg) = 15 \text{ Н}]$$

Уравнение Менделеева – Клапейрона

8.40. На графике изображен замкнутый процесс, который совершает некоторая масса кислорода O_2 . Известно, что максимальный объем, который занимал газ в этом процессе $V_{\text{max}} = 16,4 \text{ дм}^3$. Определить массу газа и его



объем в точке 1. $[V_1 = V_3 \frac{T_1}{T_3} = 12,3 \text{ дм}^3; m = \frac{p_3 V_3 \mu}{R T_3} = 16 \cdot 10^{-3} \text{ кг}]$

8.41. Баллон, содержащий азот N_2 под давлением $p_1 = 15 \cdot 10^4 \text{ Па}$ и при температуре $t_1 = 27^\circ\text{C}$, имеет массу $M_1 = 97 \text{ кг}$. Когда часть азота была израсходована, так что при температуре $t_2 = 3^\circ\text{C}$ давление в баллоне стало равным $p_2 = 6 \cdot 10^4 \text{ Па}$, масса баллона оказалась равной $M_2 = 93,5 \text{ кг}$. Сколько молей азота осталось в баллоне? $[100 \text{ молей}]$

8.42. Воздух, находившийся в открытом баллоне при температуре 27°C , нагревают. В результате масса воздуха, оставшаяся в баллоне, составляет 40 % от массы воздуха, первоначально находившегося в баллоне. До какой температуры нагрет воздух в баллоне в этот момент? $[T_2 = 750 \text{ К}]$

8.43. Температура воздуха в помещении объемом 50 м^3 при давлении $0,98 \cdot 10^5 \text{ Па}$ была равна 288 К . После подогрева воздуха калорифером его температура поднялась до 293 К . Найти массу воздуха, вытесненного из комнаты за время нагрева. Молярная масса воздуха $\mu = 29 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$. $[M_{\text{в}} = 1,58 \text{ кг}]$

8.44. Компрессор захватывает при каждом такте нагнетания $V_k = 0,5 \text{ л}$ воздуха при давлении $p_0 = 10^5 \text{ Па}$ и температуре $T_k = 276 \text{ К}$ и нагнетает его в автомобильный баллон объемом $V_6 = 0,5 \text{ м}^3$. Температура воздуха в баллоне $T_6 = 290 \text{ К}$. Сколько качаний должен сделать компрессор, чтобы уменьшить площадь соприкосновения покрышки с полотном дороги на $\Delta S = 100 \text{ см}^2$? До этого площадь соприкосновения была равна $S = 450 \text{ см}^2$; колесо находится под нагрузкой $F = 5 \text{ кН}$.

$$[n = \frac{T_k}{T_6} \frac{V_6}{V_k} \frac{F \Delta S}{p_0 S (S - \Delta S)} = 302]$$

8.45. На дне цилиндра, наполненного воздухом, лежит полый металлический шарик радиусом $r = 1 \text{ см}$. До какого давления нужно сжать воздух в цилиндре, чтобы шарик всплыл? Опыт проводят при 290 К . Воздух считать идеальным газом, $\mu = 29 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$. Масса шарика 5 г . $[p = \frac{3}{4} \frac{mRT}{M \pi r^3} = 99 \text{ МПа}]$

8.46. На сколько надо нагреть воздух внутри воздушного шара, чтобы он взлетел? Объем оболочки шара $V = 525 \text{ м}^3$, ее масса $m = 10 \text{ кг}$. Атмосферное давление $p_0 = 105 \text{ Па}$, температура окружающего воздуха $T = 300 \text{ К}$. Молярная масса воздуха $\mu = 29 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$. Считать оболочку нерастяжимой и имеющей небольшое отверстие в нижней своей части. $[\Delta T = \frac{mRT^2}{\mu pV - mRT} \approx 5 \text{ К}]$

8.47. Вертикально расположенный цилиндр, закрытый с обеих сторон, разделен тяжелым теплонепроницаемым поршнем на две части; обе части сосуда содержат одинаковое количество воздуха. При одинаковой температуре воздуха в обеих частях $T_1 = 400$ К давление p_2 в нижней части сосуда вдвое больше давления p_1 в верхней части. До какой температуры T_2 надо нагреть воздух в нижней части сосуда, чтобы объемы верхней и нижней частей стали одинаковыми?

$$[T_2 = 1,75 T_1 = 700 \text{ К}]$$

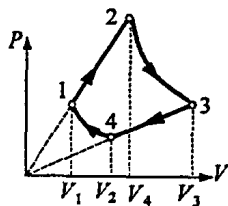
8.48. Два одинаковых сосуда наполнены кислородом при температуре $t_1 = 27^\circ\text{C}$ и соединены между собой трубкой, объем которой мал по сравнению с объемом сосудов. Во сколько раз изменится давление кислорода в сосудах, если один из них нагреть до температуры $t_2 = 87^\circ\text{C}$, а во втором поддерживать температуру прежней?

$$[\frac{p_2}{p_1} = \frac{2T_2}{T_1 + T_2} = 1,09]$$

8.49. Два баллона соединены трубкой с краном. В первом находится газ под давлением $p_1 = 10^5$ Па, во втором $p_2 = 0,6 \cdot 10^5$ Па. Объем первого баллона $V_1 = 10^{-3}$ м³, а второго $V_2 = 3 \cdot 10^{-3}$ м³. Какое давление установится в баллонах, если открыть кран? Температура постоянна. Объемом трубки можно пренебречь. [$0,7 \cdot 10^5$ Па]

8.50. Один моль идеального газа участвует в некотором процессе, изображенном в координатах P, V . Продолжения отрезков прямых 1–2 и 3–4 проходят через начало координат, а кривые 1–4 и 2–3 являются изотермами. Изобразить этот процесс в координатах T, V , найти объем V_3 , если известны объемы V_1, V_2 и V_4 .

$$[V_3 = \frac{V_2 V_4}{V_1}; \text{ в координатах } T, V: \text{ 1–4 и 2–3 – }]$$



прямые, параллельные оси абсцисс; 1–2 и 3–4 – параболы с вершиной в начале координат]

8.51. По газопроводной трубе идет углекислый газ CO_2 ($\mu = 44 \cdot 10^{-3}$ кг/моль) под давлением $p = 4 \cdot 10^5$ Па и с температурой $t = 7^\circ\text{C}$. Какова средняя скорость движения газа в трубе, если за время $\tau = 10$ течет масса газа $m = 2$ кг? Площадь поперечного сечения трубы $S = 5$ см². [$v = \frac{mRT}{\mu p S \tau} = 0,9$ м/с]

8.52. В камеру сгорания реактивного двигателя поступает в секунду масса m водорода и необходимое для полного сгорания количество кислорода. Площадь выходного сечения сопла двигателя S , давление в этом сечении p , абсолютная температура T , молярная масса воды – $\mu = 18 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Определить силу тяги F двигателя.

$$[F = \frac{81 m^2 R T}{p \mu S}]$$

Закон Дальтона

8.53. Определите среднюю молярную массу смеси, состоящей из $\alpha_1 = 75$ % азота и $\alpha_2 = 25$ % кислорода. Молярную массу азота принять равной $M_1 = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, а кислорода $M_2 = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

$$[M = \frac{M_1 M_2 \cdot 100\%}{\alpha_1 M_1 + \alpha_2 M_2} \approx 29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}]$$

8.54. В сосуде объемом $V = 110$ л находится $m_1 = 0,8$ кг водорода и $m_2 = 1,6$ кг кислорода. Определить давление смеси, если температура окружающей среды $t = 27^\circ\text{C}$. [$p = 10,2$ МПа]

8.55. В сосуде объемом $V = 3 \cdot 10^{-3}$ м³ находится $m_1 = 4$ мг гелия, $m_2 = 70$ мг азота и $N = 5 \cdot 10^{21}$ молекул водорода; μ_1, μ_2 – молярные массы гелия и азота. Каково давление смеси, если ее температура 300 К?

$$[p = \frac{RT}{V} \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} + \frac{N}{N_A} \right) = 9,8 \cdot 10^3 \text{ Па}]$$

8.56. Сосуд емкостью $2V$ разделен пополам тонкой полупроницаемой перегородкой. В левую половину ввели газ массой m_1 и газ массой m_2 . В правой половине – вакуум. Через перегородку может

диффундировать только первый газ. Температура T остается постоянной. Молярная масса газов равна μ_1 и μ_2 соответственно. Какие давления p_1 и p_2 установятся в обеих половинах сосуда?

$$[p_1 = \frac{RT}{V} \left(\frac{m_1}{2\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} \right); p_2 = \frac{RTm_1}{2V\mu_1}]$$

8.57. В сосуде находится смесь азота и водорода. При температуре T , когда азот полностью диссоциирован на атомы, а диссоциацией водорода можно пренебречь, давление равно p . При температуре $2T$, когда оба газа полностью диссоциированы, давление в сосуде равно $3p$. Каково отношение масс азота и водорода в смеси?

[Масса азота в 7 раз больше массы водорода]

9. ТЕПЛОТА И РАБОТА

Уравнение теплового баланса

9.1. В калориметре смешиваются три химически не взаимодействующих жидкости в количествах: $m_1 = 1$ кг, $m_2 = 10$ кг, $m_3 = 5$ кг, имеющие соответственно температуры: $t_1 = 6^\circ\text{C}$, $t_2 = -40^\circ\text{C}$, $t_3 = 60^\circ\text{C}$ и удельные теплоемкости $c_1 = 2$ кДж/(кг·К), $c_2 = 4$ кДж/(кг·К) и $c_3 = 2$ кДж/(кг·К). Определить температуру θ смеси и количество теплоты, необходимое для последующего нагревания смеси до $t = 6^\circ\text{C}$.

$$[\theta = \frac{c_1 m_1 t_1 + c_2 m_2 t_2 + c_3 m_3 t_3}{c_1 m_1 + c_2 m_2 + c_3 m_3} = -19^\circ\text{C}; Q = (c_1 m_1 + c_2 m_2 + c_3 m_3)(t - \theta) = 1300 \text{ кДж}]$$

9.2. В воду массой $m = 1$ кг при $t = 20^\circ\text{C}$ брошен комок мокрого снега массой $m_k = 250$ г. Когда весь снег растаял, общая температура стала равной $\theta = 5^\circ\text{C}$. Определить количество воды в комке снега. Теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·К), удельная теплота плавления снега $\lambda = 334$ кДж/кг.

$$[m_{\text{сн}} = \frac{c(m(t - \theta) - m_k \theta)}{\lambda} = 0,1729 \text{ кг}; m_{\text{в}} = m_k - m_{\text{сн}} = 77,09 \text{ г}]$$

9.3. В сосуд, содержащий $m_1 = 10$ кг воды при температуре $t_1 = 10^\circ\text{C}$, положили кусок льда, охлажденного до $t_2 = -50^\circ\text{C}$, после чего температура образовавшейся ледяной массы стала $\theta = -4^\circ\text{C}$. Какое количество m_2 льда было положено в сосуд? Удельная теплоемкость воды $c_1 = 4,2$ кДж/(кг·К), льда $c_2 = 2,1$ кДж/(кг·К). Удельная теплота плавления льда $\lambda = 0,33$ МДж/кг.

$$[m_2 = \frac{m_1(c_1 t_1 - c_2 \theta + \lambda)}{c_2(\theta - t_2)} = 39,4 \text{ кг}]$$

9.4. В латунный калориметр массой $m_k = 128$ г, содержащий $m_{\text{в}} = 240$ г воды при $t_0 = 8,4^\circ\text{C}$, опущено металлическое тело массой $m_T = 192$ г, нагретое до $t_T = 100^\circ\text{C}$. Определить удельную теплоемкость испытуемого тела c_T , если в калориметре установилась температура $\theta = 21,6^\circ\text{C}$. Удельная теплоемкость воды $c_{\text{в}} = 4200$ Дж/(кг·К), латуни $c_{\text{л}} = 380$ Дж/(кг·К). [$c_T = \frac{(c_{\text{в}} m_{\text{в}} + c_{\text{л}} m_k)(\theta - t_0)}{m_T(t_T - \theta)} \approx 930 \text{ Дж/(кг·К)}]$

9.5. В теплоизолированном сосуде при температуре $t_1 = 0^\circ\text{C}$ находится смесь, состоящая из воды массой $m_1 = 1,5$ кг и льда массой $m_2 = 0,5$ кг. В сосуд введено некоторое количество сухого насыщенного пара, имеющего температуру $t_2 = 100^\circ\text{C}$. Через некоторое время в сосуде установилась температура $\theta = 80^\circ\text{C}$. Найти массу m_3 пара, введенного в сосуд. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,3 \cdot 10^5$ Дж/кг, удельная теплота парообразования воды $r = 2,3 \cdot 10^6$ Дж/кг, удельная теплоемкость воды $c_1 = 4,2$ кДж/(кг·К).

$$[m_3 = \frac{m_2 \lambda + c(m_1 + m_2)(\theta - T_1)}{r + c(T_2 - \theta)} = 0,35 \text{ кг}]$$

9.6. В термосе находится вода при температуре 0°C . Масса воды $M = 100$ г. Выкачивая из термоса воздух, воду замораживают посредством ее испарения. Какова масса m льда, образовавшегося в термосе? Удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,3 \cdot 10^5$ Дж/кг, удельная теплота парообразования воды $r = 24,8 \cdot 10^5$ Дж/кг.

$$[m = \frac{Mr}{\lambda + r} = 0,088 \text{ кг}]$$

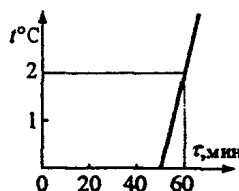
9.7. В калориметр, содержащий 0,4 кг воды, при температуре 20°C поместили 0,6 кг льда при температуре -10°C. Какая температура установится в калориметре? Какова будет масса воды и льда? Удельная теплоемкость воды 4,2 кДж/(кг·К), льда - 2,1 кДж/(кг·К). Удельная теплота плавления льда $\lambda = 340$ кДж/кг. [0°C; 0,46 кг воды и 0,54 кг льда]

9.8. В калориметре находится $m_1 = 300$ г льда при температуре $t_1 = -10^\circ\text{C}$. Туда же помещают $m_2 = 250$ г алюминия, нагретого до температуры $t_2 = +200^\circ\text{C}$. Какая температура установится в калориметре? $c_{\text{ал}} = 0,9$ кДж/(кг·К); $c_{\text{л}} = 2,1$ кДж/(кг·К); $\lambda_{\text{л}} = 330$ кДж/кг. [0°C]

9.9. В латунном калориметре массой $m_1 = 0,1$ кг находится $m_2 = 5$ г льда при температуре $t = -10^\circ\text{C}$. В калориметр вливают $m_3 = 30$ г расплавленного свинца при температуре плавления. Какая температура θ установится в калориметре? Удельная теплоемкость латуни $c_1 = 0,38 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К), льда - $c_2 = 2,1 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К), свинца - $c_3 = 0,13 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К). Удельная теплота плавления льда $\lambda_2 = 3,35 \cdot 10^5$ Дж/кг, свинца - $\lambda_3 = 0,25 \cdot 10^5$ Дж/кг. Температура плавления свинца $T_3 = 600$ К. [$\theta = 0^\circ\text{C}$, в калориметре будет 0,4 г льда, 4,6 г воды, 30 г твердого свинца]

9.10. В герметически закрытом сосуде в воде плавает кусок льда массой $M = 0,1$ кг, в который вмерзла свинцовая дробинка массой $m = 5$ г. Какое количество тепла нужно затратить, чтобы дробинка начала тонуть? Теплота плавления льда $\lambda = 3,3 \cdot 10^5$ Дж/кг. Температура воды в сосуде - 0°C; плотность льда - $\rho_{\text{л}} = 0,9 \cdot 10^3$ кг/м³, свинца - $\rho_{\text{св}} = 11,3 \cdot 10^3$ кг/м³. [$Q = 19,5 \cdot 10^3$ Дж]

9.11. В ведре находится смесь воды со льдом массой $m = 10$ кг. Ведро внесли в комнату и сразу начали измерять температуру смеси. Получившаяся зависимость температуры смеси от времени изображена на рис. Удельная теп-



лоемкость воды $c_{\text{в}} = 4,2$ кДж/(кг·К), удельная теплота плавления льда $\lambda = 340$ кДж/кг. Определить массу льда в ведре, когда его внесли в комнату; теплоемкостью ведра пренебречь. [$m_{\text{л}} = 1,23$ кг]

Работа газа. КПД циклов. Внутренняя энергия. Теплоемкость

9.12. Идеальный газ, масса которого m и молярная масса μ , расширяется изобарно при некотором давлении. Начальная температура газа T_1 , конечная T_2 . Определить работу, совершаемую газом. [$A = \frac{m}{\mu} R (T_2 - T_1)$]

9.13. В вертикальном цилиндре с площадью поперечного сечения S под поршнем, масса которого равна M , находится 1 моль идеального одноатомного газа. В некоторый момент времени под поршнем включается нагреватель, передающий газу за единицу времени количество теплоты q . Определить установившуюся скорость v движения поршня при условии, что давление газа над поршнем постоянно и равно p_0 ; газ под поршнем теплоизолирован. [$v = \frac{2q}{5(p_0 S + Mg)}$]

9.14. В цилиндре под поршнем находится некоторое количество газа, занимающего при температуре $t_1 = 27^\circ\text{C}$ и давлении $p = 2 \cdot 10^5$ Н/м² объем $V = 9 \cdot 10^{-3}$ м³. Какую работу A пришлось совершить, сжимая газ при постоянном давлении, если его температура при этом повысилась до $t_2 = 77^\circ\text{C}$? Трение между стенками цилиндра и поршнем отсутствует. [$A = pV \frac{T_2 - T_1}{T_1} = 300$ Дж]

9.15. Моль идеального газа медленно нагревают так, что он переходит из состояния p_0, V_0 в состояние $2p_0, 2V_0$. Как при этом изменяется температура газа T в зависимости от его объема V , если зависимость давления газа от объема на графике изображается прямой линией? Определить работу A , совершаемую газом в этом процессе.

$$\left[T = \frac{p_0}{R V_0} V^2; A = 1,5 p_0 V_0 \right]$$

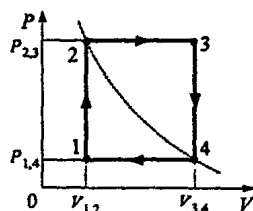
9.16. Температура некоторой массы m идеального газа с молярной массой μ меняется по закону $T = \alpha V^2$. Найти работу, совершаемую газом при увеличении объема от V_1 до V_2 . Поглощается или выделяется теплота в таком процессе? $[A = \frac{\alpha}{2} \cdot \frac{m}{\mu} \cdot R(V_2^2 - V_1^2), \text{ газ поглощает теплоту}]$

9.17. Моль идеального газа адиабатически сжали, уменьшив объем в 5 раз. Если газ перевести из начального в то же конечное состояние сначала по изобаре, а потом по изохоре, то потребуется подвести к газу $Q = 26$ кДж тепла. Наименьшая температура при этом равна $T_{\min} = 300$ К. Найти работу газа в адиабатическом процессе.

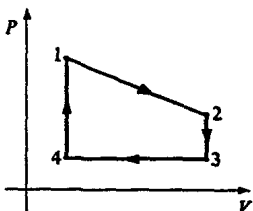
$$[A = Q + 4RT_{\min} = -35972 \text{ Дж}]$$

9.18. Масса m идеального газа, находящегося при температуре T , охлаждается изохорно так, что давление падает в n раз. Затем газ расширяется при постоянном давлении. В конечном состоянии его температура равна первоначальной. Молярная масса газа μ . Определить совершаемую газом работу. $[A = \frac{m}{\mu} RT(1 - 1/n)]$

9.19. Параметры 1 моля идеального газа изменяются по циклическому процессу, состоящему из двух изохор и двух изобар, в направлении 1-2-3-4-1. Температура газа в точках 1 и 3 равна соответственно T_1 и T_3 . Определить работу, совершаемую газом за цикл, если известно, что точки 2 и 4 лежат на одной изотерме. $[A = R(T_3 + T_1 - 2\sqrt{T_1 T_3})]$

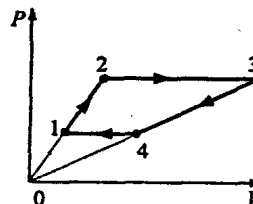


9.20. Один моль идеального газа изменяет свое состояние по циклу, в котором (4-1) и (2-3) – изохоры, (3-4) – изобара, (1-2) – процесс с линейной зависимостью давления от объема. Температура в состояниях 1, 2, 3, 4 равна соответственно T_1, T_2, T_3, T_4 . Какую работу совершает газ за один цикл?



$$[A = \frac{R(T_3 - T_4)(\frac{T_1}{T_4} + \frac{T_2}{T_3} - 2)]$$

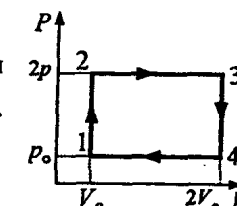
9.21. Параметры идеального одноатомного газа, взятого в количестве $\gamma = 3$ моля, изменились по изображенному циклу. Температура газа в состояниях 1, 2, 4: $T_1 = 400$ К, $T_2 = 800$ К, $T_4 = 1200$ К. Определить работу, которую совершил газ за цикл.



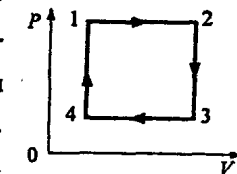
$$[A = \frac{1}{2} \gamma R(T_3 - T_4 - T_2 + T_1) \approx 10 \text{ кДж}; T_3 = \frac{T_4 T_2}{T_1} = 2400 \text{ К}]$$

9.22. Тепловая машина имеет КПД $\eta = 40\%$. Каким станет КПД машины, если количество теплоты, потребляемое за цикл, увеличится на 20 %, а количество теплоты, отдаваемое холодильнику, уменьшится на 10 %? $[\eta_1 = 55\%]$

9.23. Тепловая машина, рабочим телом которой является 1 моль идеального одноатомного газа, работает по изображенному циклу. Определить КПД. $[\eta = 15,4\%]$

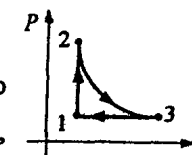


9.24. Параметры одноатомного идеального газа в количестве 1 моль изменяются по циклическому процессу, состоящему из двух изобар и двух изохор, в направлении 1-2-3-4-1. Известно, что при изобарическом расширении объем увеличился вдвое. T_2 – температура в конце изобарического процесса 1-2, T_3 – в конце изохорического процесса 2-3. Определить коэффициент полезного действия цикла.



$$[\eta = \frac{2(T_2 - T_3)}{8T_2 - 3T_3} 100\%]$$

9.25. С одним молем идеального одноатомного газа осуществляется цикл, состоящий из изохоры 1-2,

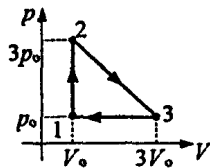


адиабаты 2–3 и изобары 3–1. Температуры в точках 1, 2 и 3 равны T_1, T_2, T_3 . Определить КПД цикла.

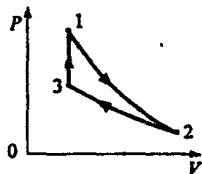
$$[\eta = \frac{3T_2 + 2T_1 - 5T_3}{3(T_2 - T_1)} 100\%]$$

9.26. С одним молем идеального одноатомного газа осуществляется цикл, в котором 1–2 – изохора, 3–4 – изобара, 2–3 – процесс с линейной зависимостью давления от объема. Определить КПД цикла.

$$[\eta \approx 29\%]$$



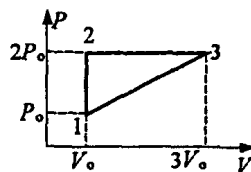
9.27. Найти КПД тепловой машины, работающей с ν молями одноатомного идеального газа по циклу, состоящему из адиабатного расширения (1–2), изотермического сжатия (2–3) и изохорного процесса (3–1). Работа, совершенная над газом в изотермическом процессе, равна $|A|$. Разность максимальной и минимальной температур газа в цикле равна ΔT .



$$[\eta = \left(1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{|A|}{\nu R \Delta T} \right) \cdot 100\%]$$

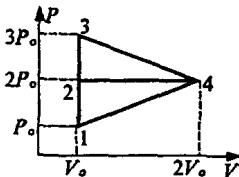
9.28. На диаграмме P – V изображен цикл, проводимый с одноатомным идеальным газом. Чему равен коэффициент полезного действия этого цикла?

$$[\eta = 8,7\%]$$



9.29. Определить отношение КПД циклов 1–2–4–1 и 2–3–4–2, совершаемых с идеальным одноатомным газом?

$$[\eta_I / \eta_{II} = 13/11]$$

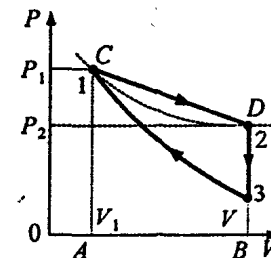


9.30. В сосуде с теплонепроницаемыми стенками объемом $V = 5,6$ л находится кислород при температуре $t_1 = 85^\circ\text{C}$ и давлении $p = 2,5 \cdot 10^5$ Па. Для нагрева этого газа до $t_2 = 87^\circ\text{C}$ требуется количество теплоты $Q = 21$ Дж. Какова удельная теплоемкость кислорода в этих

условиях? Теплоемкостью и тепловым расширением стенок сосуда пренебречь. Объем 1 моля газа при нормальных условиях равен 22,4 л. $[c = \frac{q p_0 V_0 T_1}{\mu \nu p T_0 (T_2 - T_1)} = 0,697 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{K)}]$

9.31. Над молем идеального одноатомного газа совершают замкнутый процесс, причем работа в нем $A = 2026$ Дж. Процесс состоит из участка 1–2, в котором давление является линейной функцией объема, изохоры 2–3 и процесса 3–1, в котором теплоемкость считается постоянной. Найти эту теплоемкость, если известно, что $T_1 = T_2 = 2T_3 = 100$ К, $V_2/V_1 = 8$.

$$[c = \frac{2A}{T_1} - \frac{51}{8} R = -12,4 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{K)}]$$



9.32. Один моль идеального одноатомного газа расширяется по политропическому закону $pV^3 = \text{const}$ от объема V_1 и давления p_1 до объема V_2 . Определить изменение внутренней энергии газа.

$$[\Delta U = \frac{3}{2} p_1 V_1 \left(\frac{V_1^2}{V_2^2} - 1 \right)]$$

9.33. В длинной закрытой трубке между двумя поршнями массой m каждый находится 1 моль идеального газа, масса которого много меньше массы поршней. В остальном пространстве трубки – вакуум. В начальный момент правый поршень имеет скорость v , а левый – $3v$. Найти максимальную температуру газа, если стенки трубки и поршни теплонепроницаемы. Температура газа в начальный момент равна T_0 . Внутренняя энергия одного моля газа $U = cT$. Трением пренебречь.



$$[T = T_0 + m \frac{v^2}{c}]$$

9.34. Теплоизолированный сосуд откачан до глубокого вакуума. После открытия крана сосуд быстро заполняется атмосферным воздухом. Какова будет температура воздуха T в сосуде после его заполнения?

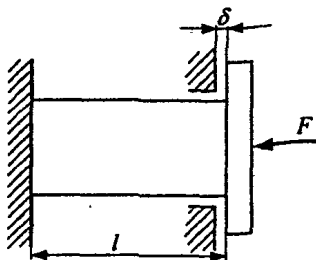
Температура атмосферного воздуха T_0 , удельная теплоемкость при постоянном объеме c_V , средняя молярная масса M . Теплоемкостью сосуда пренебречь.

$$\left[T = T_0 \frac{M c_V + R}{M c_V} \right]$$

10. СВОЙСТВА ТВЕРДЫХ ТЕЛ, НАСЫЩЕННЫХ ПАРОВ, ЖИДКОСТЕЙ

Деформация твердых тел

10.1. К концу алюминиевого стержня длиной $l = 1$ м и сечения площадью $S = 1 \text{ см}^2$ приложена сила $F = 10^4$ Н. С какой силой F_0 стальная пластина прикрепленная к концу стержня будет давить на жесткие уступы A и B , если зазор между пластиной и уступами $\delta = 1$ мм. Модуль упругости алюминия принять равным $E = 0,7 \cdot 10^{11}$ Па. $\left[F_0 = F - ES \frac{\delta}{l} = 3000 \text{ Н} \right]$



10.2. Длинный тонкий цилиндрический сосуд радиуса R и толщины δ нагружен внутренним давлением P . На сколько увеличится радиус сосуда, если модуль упругости материала, из которого изготовлен сосуд, равен E ? $\left[\Delta R = \frac{PR^2}{E\delta} \right]$

10.3. Стержень длиной l подвешен к потолку. Найти удлинение стержня под действием его собственного веса. Плотность материала стержня ρ , модуль Юнга E . $\left[\Delta l = \frac{\rho g l^2}{2E} \right]$

10.4. К стержню длиной 1 м, изготовленному из пластичного материала с модулем упругости $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па и пределом текучести $\sigma_T = 600$ МПа приложили нагрузку, которая привела к увеличению его длины на 6 мм. Каково будет остаточное увеличение длины после снятия нагрузки? $[3 \text{ мм}]$

Тепловое расширение твердых тел

10.5. Как должны относиться длины l_1 и l_2 двух стержней, сделанных из разных материалов с коэффициентами линейного расширения β_1 и β_2 , чтобы при любой температуре разность длин стержней оставалась постоянной? $\left[\frac{l_1}{l_2} = \frac{\beta_2}{\beta_1} \right]$

10.6. На сколько будут уходить за сутки часы при $t = 0^\circ\text{C}$, если они выверены при $t = 20^\circ\text{C}$, а материал, из которого сделан маятник, имеет коэффициент линейного расширения $\beta = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$?

$$\left[\tau = (\sqrt{1 + \beta t} - 1) \cdot 86400 = 10,4 \text{ с}; 86400 \text{ с} - \text{продолжительность суток} \right]$$

10.7. Стальной стержень (модуль упругости $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па) площадью поперечного сечения $S = 25 \text{ см}^2$ установили без зазора между двумя жесткими стенками и нагрели на $\Delta t = 100$ К. Определить силу, с которой стержень действует на стенки. Коэффициент линейного расширения материала стержня принять равным $\beta = 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.

$$\left[F = ES\beta\Delta t = 5 \cdot 10^5 \text{ Н} \right]$$

Влажность

10.8. В комнате объемом 120 м^3 при температуре $t = 15^\circ\text{C}$ относительная влажность составляет $\phi = 60 \%$. Определить массу водяных паров в воздухе комнаты. При $t = 15^\circ\text{C}$ давление насыщенного водяного пара $p_0 = 1701$ Па. $\left[m = \phi \frac{\mu p_0 V}{RT} \approx 0,921 \text{ кг} \right]$

10.9. В сосуд объемом $V = 10 \text{ дм}^3$, наполненный сухим воздухом при давлении $p_0 = 10^5 \text{ Па}$ и температуре $T_0 = 273 \text{ К}$, вводят $m = 3 \text{ г}$ воды. Сосуд нагревают до температуры $T = 373 \text{ К}$. Каково давление влажного воздуха в сосуде при этой температуре? [$p = 1,88 \cdot 10^5 \text{ Па}$]

10.10. Относительная влажность воздуха при $t_1 = 30^\circ\text{С}$ равна $\varphi_1 = 80 \%$. Какова будет относительная влажность φ_2 , если этот воздух нагреть при постоянном объеме до $t_2 = 50^\circ\text{С}$? При 30°С давление насыщенных паров воды $p_{01} = 4229 \text{ Па}$, при 50°С $p_{02} = 12303 \text{ Па}$. [$\varphi_2 \approx 29,3 \%$]

10.11. В цилиндре под поршнем в пространстве объемом $V_1 = 1,5 \text{ л}$ находится воздух и насыщенный водяной пар при температуре $t_1 = 20^\circ\text{С}$. Какова будет относительная влажность воздуха в цилиндре, если объем уменьшить до $V_2 = 0,1 \text{ л}$, а температуру повысить до $t_2 = 100^\circ\text{С}$? При 20°С давление насыщенного пара $p_n = 2,3 \text{ кПа}$. Пар считать идеальным газом. [$\varphi = \frac{V_1 p_n T_2}{p_0 V_2 T_1} = 0,44$]

10.12. В сосуде при атмосферном давлении $p_0 = 10^5 \text{ Па}$ находится воздух, температура которого $t_1 = 10^\circ\text{С}$, а относительная влажность $r = 60 \%$. На сколько изменится относительная влажность воздуха, если сосуд нагреть до температуры $t_2 = 100^\circ\text{С}$ и уменьшить объем в 3 раза? При 10°С давление насыщенного пара воды $p_n = 1224 \text{ Па}$. Считать содержащийся в воздухе пар идеальным газом. [$\Delta\varphi = \varphi \left(\frac{3 p_n T_2}{p_0 T_1} - 1 \right) \approx -57 \%$]

10.13. Объем воздуха V_1 с относительной влажностью φ_1 смешали с объемом воздуха V_2 с относительной влажностью φ_2 . Процесс происходил при постоянных температуре и давлении. Определить влажность воздуха после перемешивания объемов. [$\varphi = \frac{\varphi_1 V_1 + \varphi_2 V_2}{V_1 + V_2}$]

10.14. Определить плотность насыщенного водяного пара ρ_n при нормальном атмосферном давлении и температуре 100°С и сравнить ее с плотностью воздуха ρ_a при тех же условиях.

$$[\rho_n = 0,58 \text{ кг/м}^3; \rho_a : \rho_n \approx 1,6]$$

10.15. Шар-зонд объемом $V = 1 \text{ м}^3$ заполняют воздухом с температурой $T = 373 \text{ К}$ и давлением $p_0 = 10^5 \text{ Па}$. На сколько отличаются подъемные силы двух шаров, один из которых заполнен сухим воздухом, а другой – воздухом с относительной влажностью $\varphi = 30 \%$? Молярная масса воздуха $\mu = 29 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$. Изменением температуры от высоты пренебречь. [$\Delta F_{\text{под}} \approx 1,07 \text{ Н}$, при одинаковом давлении и температуре влажный воздух весит меньше, чем сухой]

10.16. В закрытом сосуде объемом $V = 100 \text{ л}$ при температуре $t = 30^\circ\text{С}$ находится воздух с относительной влажностью $\varphi = 30 \%$. Какова будет относительная влажность, если в сосуд ввести $m = 1 \text{ г}$ воды? Давление насыщенных паров воды при 30°С $p_n = 4,2 \cdot 10^3 \text{ Па}$. μ – молярная масса воды. [$\varphi' = \varphi + \frac{mRT}{p_n \mu V} = 63 \%$]

10.17. В закрытом помещении объемом $V = 60 \text{ м}^3$ при температуре $t = 18^\circ\text{С}$ относительная влажность воздуха $\varphi = 50 \%$. Сколько воды необходимо испарить, чтобы в этом объеме водяные пары при той же температуре стали насыщенными? При 18°С давление насыщенного пара $p_n = 2063 \text{ Па}$, $R = 8,31 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кмоль} \cdot \text{К)}$. [$\Delta m = \left(1 - \frac{\varphi}{100\%} \right) p_n \frac{\mu V}{RT} = 0,46 \text{ кг}$]

10.18. В закрытом сосуде объемом $V = 1 \text{ л}$ находятся воздух и водяной пар при температуре 100°С . Относительная влажность воздуха $\varphi = 25 \%$. Какая масса водяного пара сконденсируется, если объем изотермически уменьшить в $n = 5$ раз? p_0 – нормальное атмосферное давление, M – молярная масса воды.

$$[\Delta m \approx \frac{M p_0 \left(\frac{\varphi}{100} - \frac{1}{n} \right) \cdot V}{RT} \approx 0,03 \text{ г}]$$

Силы поверхностного натяжения

10.19. Чему равен коэффициент поверхностного натяжения σ воды, если с помощью пипетки, имеющей кончик диаметром $d = 0,4$ мм, можно дозировать воду с точностью до $m = 0,01$ г?

$$[\sigma = \frac{mg}{\pi d} = 0,078 \text{ Н/м}]$$

10.20. Капиллярная длинная открытая с обоих концов трубка радиусом $r = 1$ см опущена одним концом в воду. Продольная ось трубки расположена вертикально, смачиваемость стенок трубки – абсолютная. Определить высоту h , на которую поднимется вода в трубке. Коэффициент поверхностного натяжения воды $\sigma = 7,3 \cdot 10^{-2}$ Н/м.

$$[h = \frac{2\sigma}{\rho g r} \approx 1,5 \text{ см}]$$

10.21. Капиллярная длинная открытая с обоих концов трубка радиусом $r = 1$ мм наполнена водой и поставлена вертикально. Какова будет высота столба воды, оставшегося в капилляре? $[h = 3 \text{ см}]$

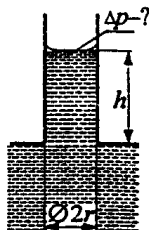
10.22. Вода кипит при нормальном атмосферном давлении. Оценить давление пара в пузырьке радиусом $r = 1$ мм, находящемся на глубине $h = 10$ см. Коэффициент поверхностного натяжения воды при 100°C $\sigma = 53,8 \cdot 10^{-3}$ Н/м, p_0 – нормальное атмосферное давление.

$$[p = p_0 + \rho g h + 2\sigma/r = 102179 \text{ Па}]$$

10.23. Оценить избыточное давление внутри мыльного пузыря радиусом $R = 2,5$ см. Коэффициент поверхностного натяжения мыльного раствора при 20°C $\sigma = 4 \cdot 10^{-2}$ Н/м. Толщина стенок пузыря мала по сравнению с его радиусом. $[\Delta p = 4\sigma/R = 6,4 \text{ Па}]$

10.24. Определить, насколько давление под мениском жидкости отличается от атмосферного. Смачиваемость капилляра абсолютная. Коэффициент поверхностного натяжения σ , радиус капилляра r , плотность жидкости ρ . Выполнить расчет для воды при $r = 1$ мм и $\sigma = 7 \cdot 10^{-2}$ Н/м.

$$[\Delta p = 2\sigma/r; \Delta p = 140 \text{ Па}]$$

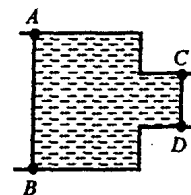


10.25. Капилляр радиусом r опускают в смачивающую жидкость с коэффициентом поверхностного натяжения σ и плотностью ρ . Определить высоту h_0 , на которую поднимется жидкость в капилляре. Подсчитать работу, совершенную силами поверхностного натяжения и сравнить эту работу с результатами независимого подсчета запаса потенциальной энергии, приобретенной жидкостью в капилляре. Объяснить смысл расхождения полученных результатов.

$$[h_0 = \frac{2\sigma}{\rho g r}; \text{ работа сил } A = \frac{4\pi\sigma^2}{\rho g}; \text{ потенциальная энергия } V = \frac{2\pi\sigma^2}{\rho g}]$$

10.26. Мыльная пленка ограничена проволочным каркасом и двумя подвижными планками: AB длиной $l_1 = 10$ см и CD длиной $l_2 = 5$ см. Планки жестко скреплены между собой. Коэффициент поверхностного натяжения пленки $\sigma = 0,07$ Н/м. Какую работу надо совершить для перемещения планки AB влево на $h = 5$ см?

$$[A = 2\sigma h(l_1 - l_2); A = 2,25 \cdot 10^{-4} \text{ Дж}]$$



10.27. Две капельки золота радиусом $r = 1$ мм, находящиеся в расплавленном состоянии при температуре 1130°C , сливаются в одну. Какое количество теплоты при этом выделится? Коэффициент поверхностного натяжения золота при этой температуре $1,1$ Н/м.

$$[Q = (2 - \sqrt[3]{4}) 4\pi r^2 \sigma = 5,7 \cdot 10^{-4} \text{ Дж}]$$

11. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Закон Кулона

11.1. Два маленьких проводящих шарика одинакового радиуса и массы подвешены в воздухе на длинных нитях так, что их поверхности соприкасаются. После того, как шарикам был сообщен заряд $2q$, шарики разошлись на угол 2α . Найти массу m шариков, если длина нити l .

$$[m = \frac{kq^2 \cos \alpha}{4gl^2 \sin^3 \alpha}]$$

11.2. Определить величину и направление силы F взаимодействия положительного заряда Q и диполя, представляющего собой систему из двух зарядов q и $-q$, жестко закрепленных на расстоянии d друг от друга. Заряд Q находится в точке, расположенной на одинаковом расстоянии r от каждого из зарядов $\pm q$.

[Сила направлена параллельно оси диполя, $F = \frac{kQqd}{r^3}$]

11.3. Определить силу взаимодействия F_k электрона с ядром в атоме водорода. Рассчитать скорость вращения v электрона по орбите, считая ее окружностью радиусом $r = 0,5 \cdot 10^{-10}$ м. Масса электрона $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг, элементарный заряд $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

[$F_k = \frac{ke^2}{r^2} = 9,2 \cdot 10^{-8}$ Н; $v = e \sqrt{\frac{k}{m_e r}} = 2,25 \cdot 10^6$ м/с]

11.4. На нити подвешен шарик массой $m = 9,8$ г, которому сообщили заряд $q = 1$ мкКл. Когда к нему поднесли снизу заряженный таким же зарядом шарик, сила натяжения нити уменьшилась в 4 раза. Определить расстояние между центрами шариков.

[$r = 2q \sqrt{\frac{1}{12\pi\epsilon_0 mg}} = 0,353$ м]

11.5. Два заряженных шарика, подвешенных на нитях одинаковой длины, опускают в керосин. Какова должна быть плотность шариков, чтобы угол расхождения нитей в воздухе и керосине был одинаков? Массы шариков равны. Диэлектрическая проницаемость керосина $\epsilon = 2$, плотность керосина $\rho = 800$ кг/м³.

[$\rho_x = \frac{\epsilon \rho_k}{\epsilon - 1} = 1600$ кг/м³]

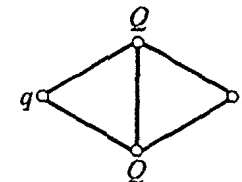
11.6. Три положительных заряда q_1 , q_2 и q_3 расположены на одной прямой и связаны между собой двумя нитями длиной l каждая. Определить натяжение нитей, если q_2 связан одновременно с q_1 и q_3 .

[$T_{12} = \frac{q_1(4q_2 + q_3)}{16\pi\epsilon_0 l^2}$; $T_{23} = \frac{q_3(4q_2 + q_1)}{16\pi\epsilon_0 l^2}$]

11.7. В вершинах квадрата со стороной a находятся одинаковые одноименные заряды, равные q . Какой заряд необходимо поместить в центре квадрата, чтобы система находилась в равновесии?

[$|Q| = \frac{1}{4}(1 + 2\sqrt{2})|q| \approx 0,957|q|$]

11.8. Четыре заряда q , Q , q , Q связаны пятью нитями длиной l (рис.). Определить натяжение нити, связывающей заряды Q ($Q > q$).



[$N = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 l^2} \left(Q^2 - \frac{q^2}{3} \right)$]

11.9. Тонкое проволочное кольцо радиусом R несет электрический заряд q . В центре кольца расположен одноименный с q заряд Q , причем $Q \gg q$. Определить силу, растягивающую кольцо.

[$T = \frac{|q| \cdot |Q|}{8\pi^2 \epsilon_0 R^2}$]

Напряженность поля. Принцип суперпозиции

11.10. Расстояние между двумя точечными зарядами $q_1 = 3 \cdot 10^{-8}$ Кл и $q_2 = -5 \cdot 10^{-8}$ Кл равно $r_1 = 5$ см. Найти напряженность электрического поля E в точке, находящейся на расстоянии $r_2 = 3$ см от положительного и 4 см от отрицательного заряда.

[$E = k \sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4}} = 4 \cdot 10^5$ В/м, $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$]

11.11. В трех вершинах квадрата со стороной a находятся одинаковые положительные заряды q . Найдите напряженность электрического поля E в четвертой вершине. [$E = k \left(\sqrt{2} + \frac{1}{2} \right) \frac{q}{a^2}$, $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$]

11.12. В вершинах квадрата, со стороной a , находятся заряды: $q_1 = q$, $q_2 = -q$, $q_3 = -2q$, $q_4 = 2q$. Найти напряженность электрического поля E в точке, совпадающей с центром квадрата.

[$E = k \frac{6q\sqrt{2}}{a^2}$; $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$]

11.13. В вершинах равностороннего треугольника со стороной a находятся заряды $q_1 = q$, $q_2 = -2q$, $q_3 = -2q$. Найти напряженность электрического поля E в точке, находящейся в центре вписанной в треугольник окружности. $[E = k \frac{9q}{a^2}; k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}]$

11.14. По кольцу радиусом R равномерно распределен заряд Q . Определить напряженность в центре кольца и в точке A , отстоящей на расстоянии h от центра кольца по перпендикуляру к его плоскости.

$$[E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qh}{\sqrt{(R^2 + h^2)^3}}]$$

11.15. Две концентрические металлические сферы радиусом R_1 и R_2 имеют заряды Q_1 и Q_2 . Найти зависимость напряженности поля от расстояния r до центра сфер.

$$[\text{При } R < R_1 \quad E = 0; \text{ при } R_1 \leq R < R_2 \quad E = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2}; \text{ при } R \geq R_2 \quad E = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}]$$

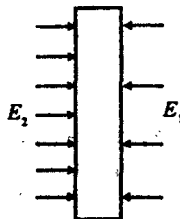
11.16. На вертикальной пластине больших размеров равномерно распределен электрический заряд с поверхностной плотностью $\sigma = 3 \cdot 10^{-6}$ Кл/м². На прикрепленной к пластине нити подвешен маленький шарик массой $m = 2$ г, несущий заряд того же знака, что и пластина. Найти его заряд, если нить образует с вертикалью угол $\alpha = 45^\circ$.

$$[q = \frac{2\epsilon_0 mg \tan \alpha}{\sigma} = 1,18 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}]$$

11.17. Две плоские вертикальные пластины площадью S каждая находятся на расстоянии d , малом по сравнению с их размерами. На одной из пластин находится заряд $+q$, на другой $+3q$. Определить силу взаимодействия между пластинами.

$$[F = \frac{3q^2}{2\epsilon_0 S}]$$

11.18. Электрическое поле образовано внешним однородным электрическим полем и электрическим полем заряженной металлической пластины, которое вблизи пластины тоже можно считать одно-



родным. Напряженность результирующего электрического поля справа от пластины $E_1 = 3 \cdot 10^4$ В/м, а слева $E_2 = 5 \cdot 10^4$ В/м. Определить заряд пластины, если сила, действующая на пластину со стороны внешнего электрического поля $F = 0,7$ Н.

$$[q = -7 \cdot 10^{-5} \text{ Кл}]$$

11.19. Сосуд с маслом, диэлектрическая проницаемость которого $\epsilon = 5$, помещен в вертикальное однородное электрическое поле. В масле находится во взвешенном состоянии алюминиевый шарик диаметром $d = 3$ мм, имеющий заряд $q = 10^{-7}$ Кл. Определить напряженность электрического поля, если плотность алюминия $\rho_{\text{ал}} = 2,6 \cdot 10^3$ кг/м³, а масла $\rho_{\text{м}} = 0,9 \cdot 10^3$ кг/м³.

$$[E_0 = \frac{\pi d^3 \epsilon g}{6q} (\rho_{\text{ал}} - \rho) = 12 \text{ кВ/м}]$$

11.20. В однородном электрическом поле с вектором напряженности $\vec{E}$, направленным вертикально вниз, равномерно вращается шарик массой m с положительным зарядом q , подвешенный на нити длиной l . Угол отклонения нити от вертикали равен α . Найти силу натяжения нити и кинетическую энергию шарика.

$$[N = \frac{mg + qE}{\cos \alpha}; W_{\text{к}} = \frac{1}{2}(mg + qE)l \sin \alpha \tan \alpha]$$

11.21. Точечный заряд $+q$ находится на расстоянии h от плоской поверхности проводника, заполняющего нижнее полупространство. С какой силой притягивается заряд к проводнику? Определить модуль напряженности электрического поля вблизи поверхности проводника как функцию расстояния r от основания перпендикуляра, опущенного из заряда на поверхность проводника.

$$[F = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 (2h)^2}; E = \frac{qh}{2\pi\epsilon_0 (r^2 + h^2)^{3/2}}]$$

11.22. В пространство, где одновременно действуют горизонтальное и вертикальное однородные электрические поля с напряженностью $E_x = 4 \cdot 10^2$ В/м и $E_y = 3 \cdot 10^2$ В/м, вдоль направления силовой

линии результирующего электрического поля влетает электрон, скорость которого на пути $l = 2,7$ мм изменяется в 2 раза. Определить скорость электрона в конце пути. $[v_k = \sqrt{\frac{2|e|El}{3m}} = 4 \cdot 10^5 \text{ м/с}]$

11.23. В однородное горизонтальное электростатическое поле с напряженностью $E = 10^3$ В/м помещена система, состоящая из двух одинаковых и противоположно заряженных шариков, соединенных тонким изолирующим стержнем длиной $l = 0,1$ м. Система может только вращаться в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси, проходящей через середину стержня. Масса и модуль заряда каждого шарика соответственно равны: $m = 5$ г и $q = 1$ мКл. Система кратковременным воздействием выводится из состояния устойчивого равновесия и приводится во вращательное движение с начальной угловой скоростью $\omega_0 = 2 \text{ с}^{-1}$. Определить максимальный угол поворота этой системы. Массой стержня пренебречь. Шарiki рассматриваются как материальные точки.

$$[\varphi = \arccos\left(1 - \frac{m\omega_0^2 l}{4qE}\right) = 60^\circ]$$

Потенциал. Принцип суперпозиции.

Связь напряженности с потенциалом

11.24. На расстоянии r от центра незаряженного металлического шара находится точечный заряд q . Определить потенциал шара.

$$[\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}]$$

11.25. На расстоянии r от заземленного металлического шара находится точечный заряд q . Считая потенциал земли равным нулю, определить заряд шара. Радиус шара R . $[Q = -q \frac{R}{r}]$

11.26. По кольцу радиусом R равномерно распределен заряд Q . Определить потенциал в центре кольца, а также в точке A , отстоящей на

расстоянии h от центра кольца по перпендикуляру к его плоскости.

$$[\text{В центре кольца } \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}; \text{ на расстоянии } h \varphi_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\sqrt{R^2 + h^2}}]$$

11.27. Две концентрические металлические сферы радиусом R_1 и R_2 имеют заряды Q_1 и Q_2 . Найти зависимость потенциала поля от расстояния r до центра сфер. [При $0 < r \leq R_1$ $\varphi_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q_1}{R_1} + \frac{Q_2}{R_2}\right)$; при $R_1 < r \leq R_2$ $\varphi_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q_1}{r} + \frac{Q_2}{R_2}\right)$; при $r > R_2$ $\varphi_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 + Q_2}{r}$]

11.28. Два проводящих шарика радиусом r и R соединены длинным проводником. Найти отношение зарядов q и Q и отношение поверхностных плотностей зарядов шариков σ_r и σ_R , если системе сообщен некоторый заряд. $[q:Q = r:R; \sigma_r:\sigma_R = R:r]$

11.29. В одну большую каплю сливают n одинаковых капелек ртути, заряженных до потенциала φ . Каков будет потенциал Φ этой капли? Считать, что капли имеют сферическую форму.

$$[\Phi = \varphi \sqrt[3]{n^2}]$$

11.30. Металлический шар радиусом r помещен в жидкий диэлектрик с плотностью ρ_2 . Плотность материала, из которого изготовлен шар, ρ_1 ($\rho_1 > \rho_2$). Чему равен заряд шара, если в однородном электрическом поле, направленном вертикально вверх, шар оказался взвешенным в жидкости? Электрическое поле создается двумя параллельными пластинами, расстояние между которыми d , а разность потенциалов U . $[q = \frac{4\pi r^3 g(\rho_1 - \rho_2)d}{3U}]$

11.31. Проводник длиной l движется с постоянным ускорением a , направленным вдоль его оси. Определите напряжение, возникающее между концами проводника; m_e — масса электрона, $|e|$ — элементарный заряд. $[U = \frac{m_e a l}{|e|}]$

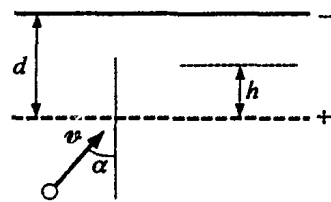
11.32. В двух противоположных вершинах квадрата в начальный момент времени покоятся два протона, а в двух других вершинах — два

позитрона. После разлета частиц: v_1 – скорость позитрона, v_2 – скорость протона. Отношение их масс $M:m=2000$, а заряды одинаковые. Найти отношение скоростей протонов и позитронов после их разлета (на бесконечности). [$v_2:v_1=0,01$]

11.33. В плоский конденсатор длиной $L=5$ см влетает электрон под углом $\alpha=15^\circ$ к пластинам. Энергия электрона $W=2,4 \cdot 10^{-16}$ Дж. Расстояние между пластинами $d=1$ см. Определить величину напряжения на пластинах конденсатора U , при котором электрон при выходе из пластин будет двигаться параллельно им. [$U=150$ В]

11.34. Электроны, ускоренные разностью потенциалов U , влетают в электрическое поле отклоняющих пластин параллельно им, а затем попадают на экран, расположенный на расстоянии L от конца пластин. На какое расстояние h сместится электронный луч на экране, если на пластины, имеющие длину l и расположенные на расстоянии d одна от другой, подать напряжение U_n ? [$h=\frac{U_n l}{4dU}(l+2L)$]

11.35. Электрон со скоростью $v=10^9$ см/с влетает в пространство между пластинами плоского конденсатора, между которыми под-держивается разность потенциалов $U=425$ В. Определить максимальное удаление электрона h от нижней пластины конденсатора. Отношение заряда электрона к его массе $e:m=1,76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг, угол падения электронов $\alpha=30^\circ$. Расстояние между пластинами $d=1$ см. [$h=\frac{d v^2 \cos^2 \alpha}{2U e/m}=5$ мм]

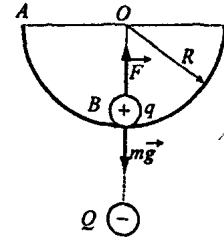


11.36. Четыре положительных точечных заряда Q расположены в вершинах жестко закрепленной квадратной рамки со стороной a . Частица массой m , имеющая положительный заряд q , движется вдоль оси, перпендикулярной плоскости рамки и проходящей через центр

квадрата O . На расстоянии $OA \gg a$ скорость частицы равна v_0 . Определить скорость частицы при подлете к рамке на расстоянии z от центра O . Какую минимальную скорость должна иметь частица, чтобы пролететь эту рамку?

$$[v = \sqrt{v_0^2 - \frac{2qQ}{\pi \epsilon_0 m \sqrt{z^2 + a^2/2}}}; v_{0 \min} = \sqrt{\frac{2\sqrt{2} qQ}{\pi \epsilon_0 m a}}]$$

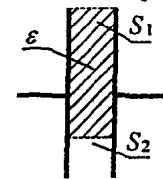
11.37. Шарик массой $m=2$ г, имеющий положительный заряд q , начинает скользить без начальной скорости из точки A по сферической поверхности радиусом $R=10$ см. Потенциальная энергия взаимодействия заряда Q в начальный момент времени равна $W_A=-2 \cdot 10^{-3}$ Дж. Определить потенциальную энергию взаимодействия зарядов, когда заряд q находится в точке B , если в этом случае результирующая сил реакции со стороны сферической поверхности и кулоновского взаимодействия, приложенная к шарiku, $F=0,1$ Н. Трением между шариком и сферической поверхностью пренебречь.



$$[W_B = W_A + \frac{3}{2} mgR - \frac{FR}{2} = -4,0 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}]$$

Емкость. Конденсаторы

11.38. Часть пространства между обкладками конденсатора заполнили диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ϵ (см. рис.). Определить емкость конденсатора с диэлектриком. Расстояние между обкладками конденсатора d , площадь пластин заполненной части S_1 , незаполненной S_2 . [$C=\frac{\epsilon_0}{d}(\epsilon S_1 + S_2)$]



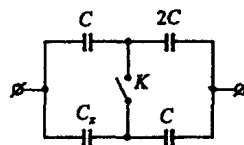
11.39. В пространство между обкладками воздушного конденсатора внесли параллельно пластинам металлическую пластинку

толщиной a . Определить емкость конденсатора с учетом пластины, если расстояние между обкладками d , а площадь пластин S .

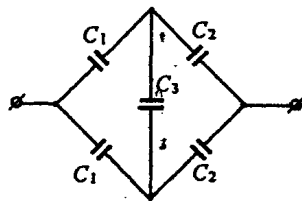
$$[C = \frac{\epsilon_0 S}{d-a}]$$

11.40. В пространство между обкладками воздушного конденсатора внесли параллельно пластинам пластинку из диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ϵ и толщиной a . Определить емкость конденсатора с учетом пластины, если расстояние между обкладками d , а площадь пластин S . $[C = \frac{\epsilon_0 S}{d-a+a/\epsilon}]$

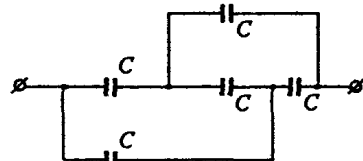
11.41. В схеме емкость батареи конденсаторов не изменяется при замыкании ключа K . Определить емкость конденсатора C_x . $[C_x = C/2]$



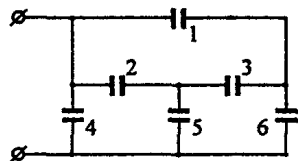
11.42. Определить емкость батареи конденсаторов. $[C = \frac{2C_1 C_2}{C_1 + C_2}]$



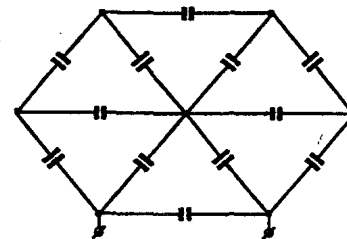
11.43. Определить емкость батареи конденсаторов если емкости всех конденсаторов одинаковы и равны C . $[C_0 = C]$.



11.44. Определить емкость батареи конденсаторов если емкости всех конденсаторов одинаковы и равны C . $[C_0 = 2C]$



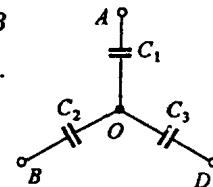
11.45. Определить емкость батареи конденсаторов. Емкости всех конденсаторов одинаковы и равны C . $[C_0 = \frac{20}{11} C]$.



11.46. Два конденсатора емкостью C_1 и C_2 соединены последовательно и подключены к источнику с напряжением U . Определить напряжение на конденсаторах. $[U_1 = \frac{C_2 U}{C_1 + C_2}; U_2 = \frac{C_1 U}{C_1 + C_2}]$

11.47. Два плоских конденсатора емкостью C_1 и C_2 , обладающих зарядами q_1 и q_2 , включают в замкнутую цепь так, что положительно заряженная пластина одного конденсатора соединяется с отрицательно заряженной пластиной другого. Определить заряд каждого конденсатора в этом случае. $[q'_1 = C_1 \frac{q_1 - q_2}{C_1 + C_2}; q'_2 = C_2 \frac{q_1 - q_2}{C_1 + C_2}]$

11.48. Три незаряженных конденсатора, емкостью C_1, C_2, C_3 соединены звездой и подключены к точкам A, B и D . Потенциалы этих точек равны $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$. Определить потенциал общей точки O . $[\varphi_0 = \frac{C_1 \varphi_1 + C_2 \varphi_2 + C_3 \varphi_3}{C_1 + C_2 + C_3}]$



11.49. Плоский конденсатор заполнен диэлектриком, проницаемость которого зависит от напряжения на конденсаторе по закону $\epsilon = \alpha U$, где $\alpha = 1 \text{ В}^{-1}$. Параллельно этому конденсатору, который вначале не заряжен, подключают такой же конденсатор, но без диэлектрика, который заряжен до напряжения $U_0 = 156 \text{ В}$. Определить напряжение, которое установится на конденсаторах. $[U = 12 \text{ В}]$

11.50. Одна из пластин незаряженного плоского конденсатора освещается рентгеновскими лучами, вырывающими из нее электроны со скоростью $v = 10^6 \text{ м/с}$. Электроны собираются на второй пластине.

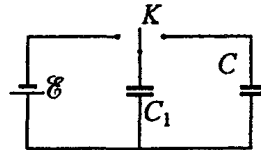
Через какое время фототок между пластинами прекратится, если с каждого квадратного сантиметра площади вырывается ежесекундно $n = 10^{13}$ электронов? Расстояние между пластинами $d = 10$ мм.

$$[t = \frac{\varepsilon_0 m v^2}{2 e^2 n d} = 1,6 \cdot 10^{-7} \text{ с }]$$

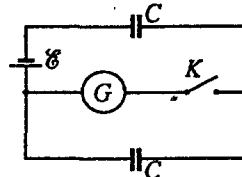
Цепи, содержащие конденсаторы и гальванические элементы

11.51. Конденсатор емкостью C_1 при помощи переключателя K присоединяют сначала к батарее с ЭДС $\mathcal{E}$, а потом к незаряженному конденсатору емкостью C_2 . Найти заряд q_2 , который появится на конденсаторе C_2 .

$$[q_2 = \mathcal{E} \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}]$$

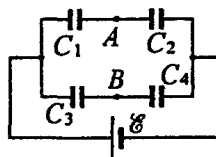


11.52. Определить, какой заряд q пройдет через гальванометр G при замыкании ключа K . Значение ЭДС $\mathcal{E}$ и емкости конденсаторов C — заданы. $[q = C \mathcal{E}]$



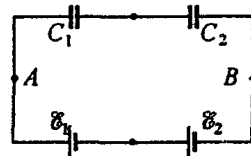
11.53. Определить разность потенциалов между точками A и B в схеме.

$$[\varphi_A - \varphi_B = \mathcal{E} \left(\frac{C_4}{C_3 + C_4} - \frac{C_2}{C_1 + C_2} \right)]$$



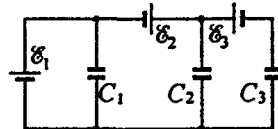
11.54. Определить разность потенциалов между точками A и B в схеме.

$$[\varphi_A - \varphi_B = \frac{\mathcal{E} C_1 - \mathcal{E} C_2}{C_1 + C_2}]$$



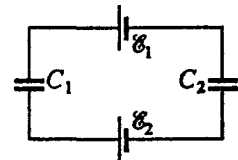
11.55. Найти заряды конденсаторов в цепи.

$$[q_1 = C_1 \mathcal{E}_1; q_2 = C_2 (\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2); q_3 = C_3 (\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3)]$$



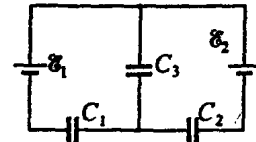
11.56. Определить напряжение на конденсаторах C_1 и C_2 .

$$[U_1 = C_2 \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{C_1 + C_2}; U_2 = C_1 \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{C_1 + C_2}]$$



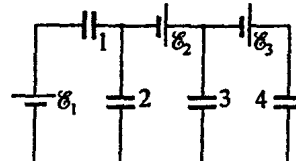
11.57. Определить заряды конденсаторов в схеме. $[q_1 = \frac{C_1 (C_2 \mathcal{E}_1 + C_3 \mathcal{E}_1 - C_2 \mathcal{E}_2)}{C_1 + C_2 + C_3};$

$$q_2 = \frac{C_2 (C_1 \mathcal{E}_2 + C_3 \mathcal{E}_2 - C_1 \mathcal{E}_1)}{C_1 + C_2 + C_3}; q_3 = \frac{C_3 (C_1 \mathcal{E}_1 + C_2 \mathcal{E}_2)}{C_1 + C_2 + C_3}]$$

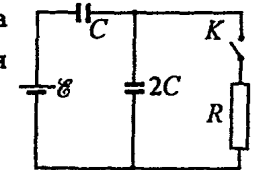


11.58. Найти заряды конденсаторов в цепи. Емкость каждого конденсатора равна C .

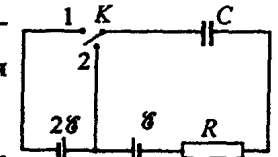
$$[q_1 = \frac{C}{4} (3 \mathcal{E}_1 + 2 \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3); q_2 = \frac{C}{4} (\mathcal{E}_1 - 2 \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3); q_3 = \frac{C}{4} (\mathcal{E}_1 + 2 \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3); q_4 = \frac{C}{4} (\mathcal{E}_1 + 2 \mathcal{E}_2 + 3 \mathcal{E}_3)]$$



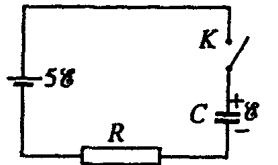
11.59. Какое количество тепла выделится на резисторе с сопротивлением R после замыкания ключа K ? Внутренним сопротивлением батареи пренебречь. $[Q = \frac{C \mathcal{E}^2}{6}]$



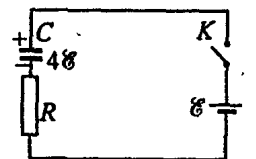
11.60. Какое количество тепла Q выделится в цепи при переключении ключа K из положения 1 в положение 2? Все параметры цепи, предполагаются известными. $[Q = 2 C \mathcal{E}^2]$



11.61. Конденсатор емкостью C , заряженный до разности потенциалов $\mathcal{E}$, подключается через большое сопротивление к батарее с ЭДС $5\mathcal{E}$. Определить количество тепла, которое выделится при зарядке конденсатора до напряжения $5\mathcal{E}$. $[Q = 8 C \mathcal{E}^2]$

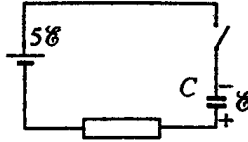


11.62. Конденсатор емкостью C , заряженный до напряжения $4\mathcal{E}$, разряжается через резистор с большим сопротивлением R и батарею с ЭДС $\mathcal{E}$. Определить количество тепла, выделившееся при разрядке конденсатора. $[Q = \frac{9 C \mathcal{E}^2}{2}]$



11.63. Конденсатор емкостью C , заряженный до разности потенциалов $\mathcal{E}$, подключается через большое сопротивление к батарее с ЭДС $5\mathcal{E}$. Определить количество теплоты, которое выделится при перезарядке конденсатора.

$$[Q = 18C\mathcal{E}^2]$$

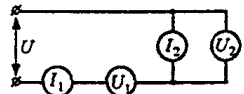


12. ПОСТОЯННЫЙ ТОК

Закон Ома для однородного участка цепи.

Соединение резисторов

12.1. В схему включены два микроамперметра и два одинаковых вольтметра. Показания микроамперметров: $I_1 = 100$ мкА и $I_2 = 99$ мкА; показание вольтметра $U_1 = 10$ В. Найти показание вольтметра U_2 .



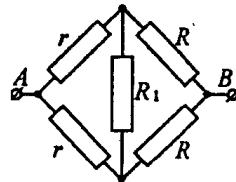
$$[U_2 = 0,1 \text{ В}]$$

12.2. На сколько равных частей нужно разрезать проводник сопротивлением $R = 25$ Ом, чтобы при параллельном соединении этих частей получить сопротивление $r = 1$ Ом? [На 5 частей]

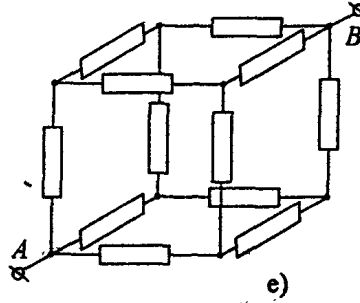
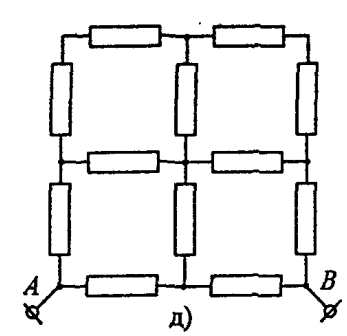
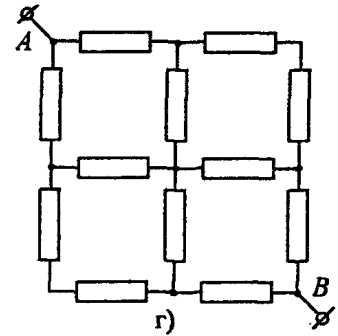
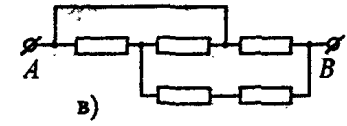
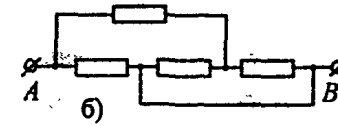
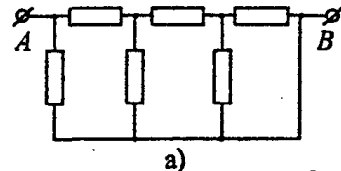
12.3. Из куска проволоки сопротивлением 5 Ом сделано кольцо. Где следует подсоединить провода, подводящие ток, чтобы сопротивление кольца равнялось $r = 0,45$ Ом? [Соединительные провода должны делить длину кольца в отношении 9:1]

12.4. Вычислить общее сопротивление участка цепи между точками A и B.

$$[R_{AB} = \frac{1}{2}(r + R)]$$



12.5. Вычислить общее сопротивление участка цепи между точками A и B. Сопротивление каждого резистора равно R . Сопротивлением соединительных проводов пренебречь.



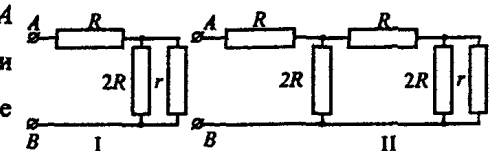
$$[\text{а) } R_{AB} = \frac{8}{13}R; \quad \text{б) } R_{AB} = \frac{3}{5}R;]$$

$$\text{в) } R_{AB} = \frac{5}{7}R; \quad \text{г) } R_{AB} = \frac{3}{2}R;$$

$$\text{д) } R_{AB} = \frac{5}{4}R; \quad \text{е) } R_{AB} = \frac{5}{6}R]$$

12.6. При каком значении r сопротивления электрических цепей, измеренные между точками A и B, окажутся одинаковыми и каково при этом полное сопротивление R_{AB} ?

$$[r = 2R; R_{AB} = 2R]$$



Измерение тока и напряжения

12.7. Амперметр рассчитан на максимальный ток I_0 . Его сопротивление равно R_A . Какое сопротивление надо включить параллельно амперметру, чтобы им можно было измерять ток в n раз больший?

$$[R = \frac{R_A}{n-1}]$$

12.8. Вольтметром можно измерять максимальное напряжение U_0 . Его сопротивление равно R_v . Какое сопротивление надо включить последовательно с вольтметром, чтобы можно было измерять напряжение в n раз больше?

$$[R = (n-1)R_v]$$

12.9. Имеется прибор с ценой деления $i_0 = 10$ мкА. Шкала прибора имеет $n = 100$ делений; внутреннее сопротивление прибора $r = 50$ Ом. Как из этого прибора сделать вольтметр с пределом измерения напряжения $U_0 = 200$ В или миллиамперметр с пределом измерения тока $I_0 = 800$ мА (Определить значения дополнительного сопротивления R_d и шунта R_{sh})?

$$[R_d = \frac{U_0}{n i_0} - r \approx 2 \cdot 10^5 \text{ Ом}; R_{sh} = \frac{r}{I_0 / (n i_0) - 1} \approx 0,0626 \text{ Ом}]$$

12.10. К гальванометру с сопротивлением $r = 290$ Ом присоединили шунт, понижающий чувствительность гальванометра в 10 раз. Какой резистор надо включать последовательно с шунтированным гальванометром, чтобы общее сопротивление осталось неизменным?

$$[R = 261 \text{ Ом}]$$

12.11. Сопротивление амперметра $R = 0,04$ Ом, а максимальный электрический ток, который можно измерить этим прибором, $I = 1,2$ А. Определить сечение медного провода длиной $l = 10$ см, который нужно подключить к амперметру, чтобы можно было измерить этим прибором электрический ток $I_2 = 6$ А. Удельное сопротивление меди $\rho = 1,75 \cdot 10^{-8}$ Ом·м. $[S = 1,75 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2]$

12.12. Присоединение к вольтметру некоторого добавочного сопротивления увеличивает предел измерения напряжения в n раз. Другое добавочное сопротивление увеличивает предел измерения вольтметра в m раз. Во сколько раз увеличится предел измерений

вольтметра, если включить последовательно с вольтметром эти два сопротивления, соединенные между собой параллельно?

$$[k = \frac{mn-1}{m+n-2}]$$

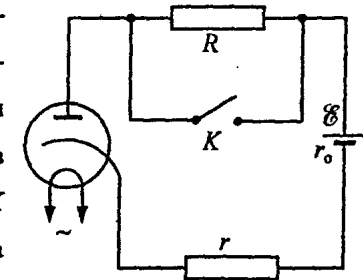
Закон Ома для замкнутой цепи

12.13. Какую допускают относительную ошибку в измерении ЭДС источника тока, если принимают показания вольтметра, присоединенного к его полюсам, за ЭДС? Сопротивление источника тока $r = 0,5$ Ом, сопротивление вольтметра $R = 200$ Ом.

$$[\delta = \frac{r}{R+r} \cdot 100\% \approx 0,25\%]$$

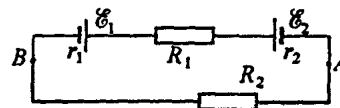
12.14. Гальванический элемент дает на внешнее сопротивление $R_1 = 2$ Ом ток $I_1 = 0,25$ А. Если же внешнее сопротивление будет $R_2 = 7$ Ом, то элемент дает ток $I_2 = 0,1$ А. Какой ток $I_{кз}$ он дает, если его замкнуть накоротко? $[I_{кз} = \frac{I_1 I_2 (R_2 - R_1)}{I_2 R_2 - I_1 R_1} = 0,625 \text{ А}]$

12.15. Вакуумный диод подключен к источнику постоянного напряжения с ЭДС $\mathcal{E} = 200$ В. При замкнутом ключе K ток через диод $I_0 = 0,2$ А. Каков будет ток через диод, если ключ K разомкнуть? Сопротивление резистора $R = 1000$ Ом. Для данного диода сила



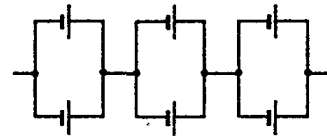
тока пропорциональна разности потенциалов U между анодом и катодом, если $0 < U < 300$ В. $[I_x = 0,1 \text{ А}]$

12.16. В схеме $\mathcal{E}_1 = 12$ В, $\mathcal{E}_2 = 6$ В, $R_1 = 4$ Ом, ток в электрической цепи $I = 1$ А, внутреннее сопротивление источников: $r_1 = 0,75$ Ом, $r_2 = 0,25$ Ом. Определить напряжение между точками А и В. $[U_{AB} = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 - I(r_1 + r_2 + R_1) = 1 \text{ В}]$



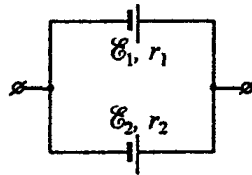
12.17. К батарее через переменное сопротивление R подключен вольтметр. Если сопротивление R уменьшить в 3 раза, то показания вольтметра возрастут в 2 раза. Во сколько раз изменятся показания вольтметра, если сопротивление R уменьшить до нуля? Сопротивлением источника пренебречь. [Увеличатся в 4 раза]

12.18. Определить ЭДС и внутреннее сопротивление батарей элементов, если ЭДС каждого элемента 2,2 В, а внутреннее сопротивление 0,8 Ом. [$\mathcal{E}=6,6$ В; $r=1,2$ Ом]



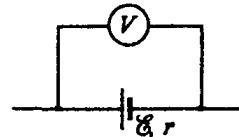
12.19. Определить ЭДС $\mathcal{E}$ и внутреннее сопротивление батарей, составленной из двух параллельно соединенных источников.

$$\left[r = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}; \mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}_1 r_2 + \mathcal{E}_2 r_1}{r_1 + r_2} \right]$$



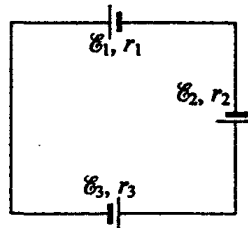
12.20. Вольтметр, подсоединенный к полюсам источника тока, входящего в состав неизвестной цепи, показывает $U = 6$ В. Определить величину и направление тока, протекающего через источник, если его ЭДС $\mathcal{E} = 4$ В, а внутреннее сопротивление 1 Ом.

$$\left[I = \frac{U - \mathcal{E}}{r} = 2 \text{ А} \right]$$



12.21. Три источника тока с ЭДС $\mathcal{E}_1 = 3,0$ В, $\mathcal{E}_2 = 6,0$ В, $\mathcal{E}_3 = 4,5$ В и внутренним сопротивлением $r_1 = 0,8$ Ом, $r_2 = 1,2$ Ом и $r_3 = 1$ Ом соединены в цепь. Определите напряжения на полюсах каждого источника.

$$\left[U_1 = 2,6 \text{ В}; U_2 = 6,6 \text{ В}; U_3 = 4,0 \text{ В} \right]$$



Работа и мощность тока. Закон Джоуля–Ленца. КПД электрической цепи

12.22. Определить массу меди, нужной для устройства двухпроводной линии длиной $l = 5$ км. Напряжение на шинах станции $U = 2,4$ кВ. Передаваемая потребителю мощность $P = 60$ кВт. Допускаемая потеря напряжения в проводах равна 8 %. Плотность меди $d = 8,9 \cdot 10^3$ кг/м³, удельное сопротивление $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м. [$M \approx 2,1 \cdot 10^3$ кг]

12.23. Источник постоянного тока с внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом замкнут в первом случае на резистор с сопротивлением R , а во втором случае – на 4 таких же резистора, соединенных параллельно. Определить сопротивление R , если мощность, выделяемая в нагрузке, в первом и во втором случаях одна и та же.

$$\left[R = 2r = 2 \text{ Ом} \right]$$

12.24. Дана электрическая цепь, содержащая источник ЭДС. К источнику подключено внешнее сопротивление R . Найти полезную мощность и КПД цепи.



$$\left[P = \mathcal{E}^2 \frac{R}{(R + r)^2}, \eta = \frac{R}{R + r} \right]$$

12.25. Аккумулятор с внутренним сопротивлением $r = 0,08$ Ом при токе $I_1 = 4$ А отдаст во внешнюю цепь мощность $P_1 = 8$ Вт. Какую мощность P_2 отдаст он во внешнюю цепь при токе $I_2 = 6$ А?

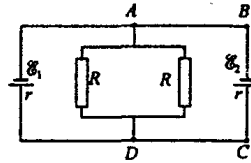
$$\left[P_2 = I_2^2 \left(\frac{r I_1^2 + P_1}{I_1 I_2} - r \right) = 11 \text{ Вт} \right]$$

12.26. Электромотор питается от батарей с ЭДС $\mathcal{E} = 12$ В. Какую мощность N развивает мотор при протекании по его обмотке тока $I = 2$ А, если при полном затормаживании якоря по цепи течет ток $I_0 = 3$ А? [$N = \mathcal{E}I - \mathcal{E}I^2/I_0 = 8 \text{ Вт} \right]$

12.27. Чему равен КПД электромотора, если при включении его в сеть постоянного тока ток $I_0 = 15$ А, а в установившемся режиме ток снижается до $I = 9$ А? [$\eta = (1 - I/I_0) \cdot 100\% = 40\%$]

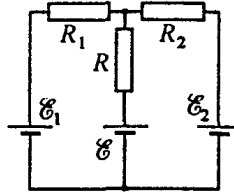
Разветвленные цепи. Правила Кирхгофа

12.28. Источники тока, имеющие одинаковое внутреннее сопротивление $r = 0,5$ Ом, подключены к резисторам, каждый из которых имеет сопротивление R . ЭДС $\mathcal{E}_1$ и $\mathcal{E}_2$ источников тока соответственно равны 12 В и 6 В. Определить сопротивление R , при котором ток в цепи $ABCD$ не течет. [$R = \frac{2\mathcal{E}_2 r}{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2} = 1$ Ом]

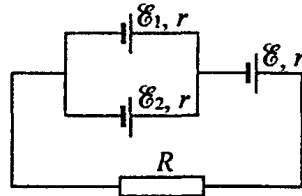


12.29. При каком значении $\mathcal{E}$ ток через сопротивление R будет равен нулю? Внутренним сопротивлением источников пренебречь.

$$[\mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}_1 R_2 + \mathcal{E}_2 R_1}{R_1 + R_2}]$$

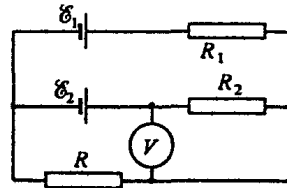


12.30. Определить ток I , протекающий через резистор с сопротивлением R . Внутреннее сопротивление источников одинаковое. [$I = \frac{1}{2R + 3r} (\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + 2\mathcal{E})$]

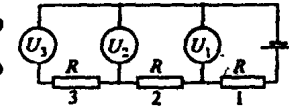


12.31. Чему равно показание вольтметра в схеме. Вольтметр считать идеальным, т. е. имеющим очень большое сопротивление. Внутренним сопротивлением источников пренебречь.

$$[U = I_2 R_2 = \frac{\mathcal{E}_2 (R_1 + R) - \mathcal{E}_1 R}{R_1 R_2 + R(R_1 + R_2)} R_2]$$



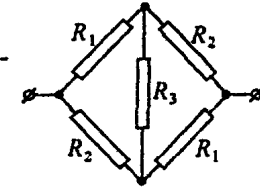
12.32. Электрическая цепь, собрана из одинаковых резисторов и одинаковых вольтметров. Первый вольтметр показывает $U_1 = 10$ В, а третий $U_3 = 8$ В. Что показывает второй вольтметр?



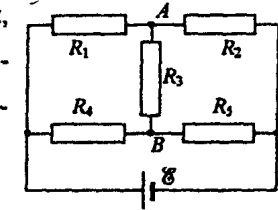
$$[U_2 = 8,6 \text{ В}]$$

12.33. Используя правила Кирхгофа, определить общее сопротивление цепи.

$$[R = \frac{(R_1 + R_2)R_3 + 2R_1 R_2}{R_1 + R_2 + 2R_3}]$$



12.34. В электрической цепи, $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 2$ Ом, ЭДС $\mathcal{E} = 22$ В. Определить силу тока, на участке AB . Внутренним сопротивлением источника пренебречь.



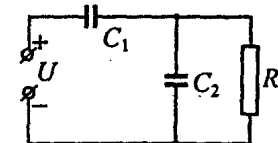
$$[1 \text{ А}]$$

Конденсатор в цепи постоянного тока

12.35. Плоский конденсатор с пластинами квадратной формы размерами $a \times a = 0,2 \times 0,2$ м² и расстоянием между пластинами $d = 2$ мм присоединен к полюсам источника с ЭДС $\mathcal{E} = 750$ В. В пространство между пластинами с постоянной скоростью $v = 0,08$ м/с вводят стеклянную пластину толщиной $h = 2$ мм. Какой ток будет протекать при этом в цепи? Диэлектрическая проницаемость стекла $\epsilon = 7$.

$$[I = \frac{\epsilon_0 (\epsilon - 1) a}{d} \mathcal{E} v \approx 3,2 \cdot 10^{-7} \text{ А}]$$

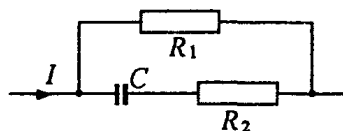
12.36. На схеме емкость конденсатора $C_2 = 10$ мкФ, сопротивление резистора $R = 2$ кОм, площадь пластин конденсатора емкостью C_1 $S = 100$ см², а расстояние между ними $d = 5$ мм. Рентгеновский излучатель, который ионизирует воздух между обкладками конденсатора C_1 , создает $w = 2 \cdot 10^{12}$ пар



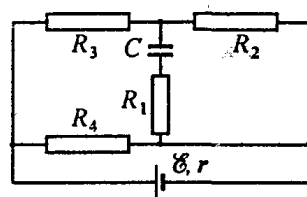
носителей заряда за 1 с в 1 м³. Заряд носителей равен элементарному заряду $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Все образованные за единицу времени носители заряда долетают до пластин конденсатора C_1 . Определить заряд на конденсаторе C_2 . [$q = 2\omega dSeRC_2 = 6,4 \cdot 10^{-13}$ Кл]

12.37. К источнику тока с ЭДС $\mathcal{E} = 90$ В подключили плоский конденсатор с воздушным промежутком. Площадь каждой пластины конденсатора $S = 0,5$ м². Пластины сближают так, что расстояние между ними меняется во времени по закону $d(t) = d_0(1 + \alpha t)$, где $d_0 = 0,1$ м, $\alpha = 5$ с⁻¹, при этом через источник тока течет постоянный ток. Определить его величину. Внутренним сопротивлением источника тока пренебречь. [$I = \frac{\epsilon_0 S \alpha \mathcal{E}}{d_0} = 2 \cdot 10^{-8}$ А].

12.38. Определить заряд Q на конденсаторе $C = 2$ мкФ, включенном в цепь постоянного тока. $I = 3$ А, $R_1 = 100$ Ом, $R_2 = 200$ Ом. [$Q = CIR_1 = 6 \cdot 10^{-4}$ Кл]

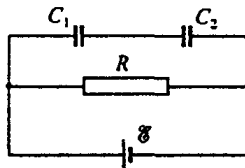


12.39. Определить заряд конденсатора в схеме. $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 20$ Ом; $\mathcal{E} = 500$ В; $r = 10$ Ом; $C = 10$ мкФ. [$q = \frac{C\mathcal{E}R}{2R + 3r} = 1,43 \cdot 10^{-3}$ Кл]



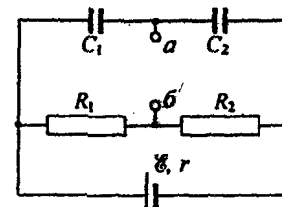
12.40. Определить напряжение на конденсаторах C_1 и C_2 в схеме, если известно, что при замыкании резистора с сопротивлением R коротко ток через батарею возрастет в 3 раза. ЭДС батареи равна $\mathcal{E}$.

$$\left[U_1 = \frac{2}{3} \mathcal{E} \frac{C_2}{C_1 + C_2}; U_2 = \frac{2}{3} \mathcal{E} \frac{C_1}{C_1 + C_2} \right]$$



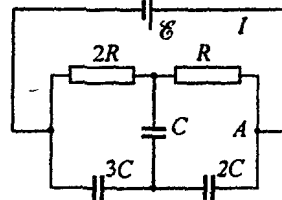
12.41. Определить разность потенциалов между точками a и b в схеме.

$$\left[\varphi_a - \varphi_b = \frac{\mathcal{E}(C_1 R_1 - C_2 R_2)}{(R_1 + R_2 + r)(C_1 + C_2)} \right]$$



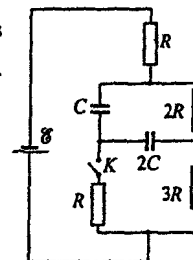
12.42. Определить заряды конденсаторов в схеме. Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.

$$\left[q_1 = \frac{2C\mathcal{E}}{9}; q_2 = \frac{10C\mathcal{E}}{9}; q_3 = \frac{4}{3}C\mathcal{E} \right]$$



12.43. Определить заряд, протекающий через ключ K при его замыкании. Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.

$$\left[q = \frac{11C\mathcal{E}}{6} \right]$$



Электрический ток в металлах, электролитах, газах

12.44. По медному проводу сечением $S = 1$ мм² протекает ток $I = 10$ мА. Найти среднюю скорость упорядоченного движения электронов вдоль проводника. Молярная масса меди $\mu = 63,6 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, плотность $\rho = 8,9 \cdot 10^3$ кг/м³. На каждый атом меди приходится один электрон проводимости. [$v = 7,4 \cdot 10^{-5}$ см/с]

12.45. При электролизе раствора сульфата меди была совершена работа, равная 4 кВт·ч. Определить количество выделившейся меди, если напряжение между электродами ванны равно 6 В. Электрохимический эквивалент меди $k = 3,3 \cdot 10^{-7}$ кг/Кл. [$m = 0,8$ кг]

12.46. Через водный раствор серной кислоты пропускали ток силой $I = 1$ А в течение $t = 2$ мин. Каковы объемы выделившихся при этом водорода и кислорода? Считать, что эти газы находятся при

нормальных условиях. Объем 1 моля газа при нормальных условиях $22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$. [$V_{\text{H}_2} = 14 \text{ см}^3$; $V_{\text{O}_2} = 7 \text{ см}^3$]

12.47. Никелирование пластины с поверхностью $S = 100 \text{ см}^2$ продолжается $t = 4 \text{ ч}$ при токе $I = 0,4 \text{ А}$. Молярная масса никеля $M = 58 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$, его валентность $n = 2$, плотность $\rho = 8,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. Определить толщину слоя никеля, который покроет за это время пластину. [$H = \frac{MIt}{Fn\rho S} = 20 \text{ мкм}$]

12.48. Энергия ионизации воздуха $W_{\text{и}} = 15 \text{ эВ}$. Определить среднюю длину свободного пробега λ электрона в воздухе. Заряд электрона $e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$, напряженность пробоя $E_0 = 3 \cdot 10^6 \text{ В/м}$.

$$[\lambda \geq \frac{W_{\text{и}}}{|e|E} \approx 5 \cdot 10^{-6} \text{ м}]$$

12.49. Атом неона ионизируется при столкновении с электроном, если энергия последнего равна $21,6 \text{ эВ}$ (энергия ионизации). Средняя длина свободного пробега электрона в неоновой лампе между двумя последовательными соударениями $\lambda = 1 \text{ мм}$. Расстояние между плоскими электродами лампы $d = 1 \text{ см}$. Определить напряжение, при котором зажигается неоновая лампа (будет происходить процесс ионизации). Считать, что при ударе электрон полностью передает энергию атому неона, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ – элементарный заряд, m – масса электрона. [$U \geq \frac{W_{\text{и}}d}{e\lambda} = 216 \text{ В}$]

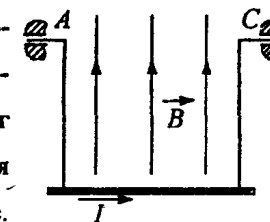
13. МАГНЕТИЗМ. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

Магнитные силы

13.1. Прямолинейный проводник массой $m = 0,03 \text{ кг}$, по которому протекает ток $I = 5 \text{ А}$, поднимается вертикально вверх в однородном горизонтальном магнитном поле с индукцией $B = 0,4 \text{ Тл}$,

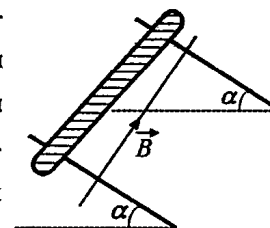
двигаясь к линиям магнитной индукции под углом $\alpha = 30^\circ$. Через $t = 2 \text{ с}$ после начала движения он приобретает скорость $v = 4 \text{ м/с}$. Определить длину проводника. [$l = \frac{m(v/t + g)}{BI \sin \alpha} = 0,36 \text{ м}$]

13.2. Прямолинейный однородный проводник, подвешенный на двух гибких проволочках одинаковой длины, может вращаться вокруг горизонтальной оси AC . Проводник находится в однородном вертикальном магнитном поле.



Если по проводнику течет ток $I_1 = 1 \text{ А}$, проволочки отклоняются на угол $\alpha_1 = 30^\circ$ от вертикали. При какой силе тока они будут отклоняться на угол $\alpha_2 = 60^\circ$? Массой проволочек пренебречь. [$I_2 = 3 \text{ А}$]

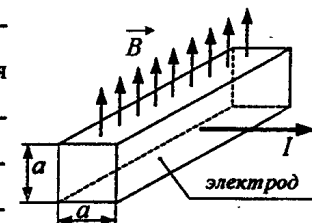
13.3. Стержень расположен перпендикулярно рельсам, расстояние между которыми $l = 50 \text{ см}$. Рельсы составляют с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Какой должна быть индукция магнитного поля, перпендикулярного плоскости рельсов, чтобы стержень начал двигаться,



если по нему пропустить ток силой $I = 40 \text{ А}$? Коэффициент трения стержня о рельсы $\mu = 0,6$, масса стержня $m = 1 \text{ кг}$.

$$[B = \frac{mg(\mu \cos \alpha \pm \sin \alpha)}{Il}; 0,5 \text{ Тл} - \text{ для движения вверх; } 6,5 \cdot 10^{-3} \text{ Тл} - \text{ для движения вниз}]$$

13.4. Магнитогидродинамический насос для перекачки жидких (расплавленных) металлов имеет участок в виде канала квадратного сечения со стороной $a = 2 \text{ см}$, находящийся в однородном магнитном поле. При пропускании через боковые электроды перпендикулярно магнитному полю тока $I = 100 \text{ А}$ в насосе создается перепад давления $\Delta p = 0,5 \text{ кПа}$. Определить индукцию магнитного поля.

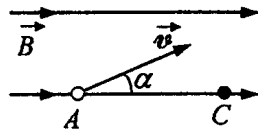


$$[B = \frac{q\Delta p}{I} = 0,1 \text{ Тл}] \quad \beta = \frac{q\Delta p}{y} \quad q^2$$

13.5. В однородном магнитном поле с индукцией $\vec{B}$ частице массой m и зарядом q сообщают скорость $\vec{v}$, направленную перпендикулярно линиям магнитной индукции. Как будет двигаться эта частица в магнитном поле? [Траектория – окружность радиусом $R = \frac{mv}{qB}$, период вращения $T = \frac{2\pi m}{qB}$]

13.6. В однородное магнитное поле с индукцией $\vec{B}$ влетает со скоростью $\vec{v}$ частица массой m и зарядом q . Угол между вектором скорости $\vec{v}$ и вектором магнитной индукции $\vec{B}$ равен α . Как будет двигаться частица в магнитном поле? [Траектория – винтовая линия, частица движется по поверхности цилиндра радиусом $R = \frac{mv \sin \alpha}{qB}$, шаг винтовой линии (расстояние, на которое смещается частица в направлении оси цилиндра за время одного оборота по окружности) $H = \frac{2\pi m v \cos \alpha}{qB}$]

13.7. Электрон влетает в однородное магнитное поле. В точке A он имеет скорость $\vec{v}$, которая составляет с направлением поля угол α . При какой индукции магнитного поля электрон окажется в точке C ? Заряд электрона e , масса m , расстояние $AC = L$.
[$B = 2\pi k \frac{mv}{eL} \cos \alpha$, где k – произвольное целое число]



13.8. В область поперечного однородного магнитного поля с индукцией $B = 0,1$ Тл и размером $h = 0,1$ м по нормали влетает α -частица. Найти скорость частицы, если после прохождения магнитного поля она отклонится на угол $\varphi = 30^\circ$ от первоначального направления. Для α -частицы отношение заряда к массе (удельный заряд) $q/m = 0,5 \cdot 10^8$ Кл/кг. [$v = \frac{qBh}{m \sin \varphi} = 10^6$ м/с]

13.9. Отрицательно заряженная частица влетает в область однородного магнитного поля с индукцией $B = 10^{-3}$ Тл, где движется по дуге окружности радиусом $R = 0,2$ м. Затем частица попадает в однородное электрическое поле, где пролетает вдоль направления силовой линии участок с разностью потенциалов $U = 10^3$ В, при этом скорость частицы изменяется в 3 раза. Определить конечную скорость частицы. [$v_k = \frac{3U}{4RB} \approx 3,8 \cdot 10^6$ м/с]

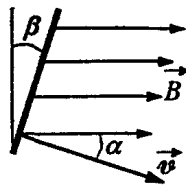
13.10. Электрон влетает в область пространства с однородным электростатическим полем с напряженностью $E = 6 \cdot 10^4$ В/м перпендикулярно линиям напряженности. Определить значение и направление индукции магнитного поля, которое надо создать в этой области для того, чтобы электрон пролетел ее, не испытывая отклонений. Энергия электрона $W = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж. [$B = 0,1$ Тл, $\vec{B} \perp \vec{v}$ и $\vec{B} \perp \vec{E}$]

Электромагнитная индукция

13.11. Длинная тонкая незаряженная пластина из немагнитного материала движется с постоянной скоростью $\vec{v}$ в однородном магнитном поле с индукцией B . Векторы $\vec{B}$ и $\vec{v}$ взаимно перпендикулярны и параллельны плоскости пластины. Определить поверхностную плотность заряда σ , возникающего на боковых плоскостях пластины вследствие ее движения. [$\sigma = \epsilon_0 v B$]

13.12. Самолет летит горизонтально со скоростью $v = 720$ км/ч. Определить ЭДС индукции U , возникающей на концах крыльев, если вертикальная составляющая магнитного поля Земли $B_{\text{вер}} = 3 \cdot 10^{-9}$ Тл. Размах крыльев самолета $l = 20$ м. Определить максимальную ЭДС индукции U_{max} , которая может возникнуть при полете самолета. Горизонтальная составляющая поля Земли $B_{\text{гор}} = 1,2 \cdot 10^{-9}$ Тл.
[$U = B_{\text{вер}} v l = 1,2 \cdot 10^{-5}$ В, $U_{\text{max}} = v l \sqrt{B_{\text{вер}}^2 + B_{\text{гор}}^2} = 1,3 \cdot 10^{-5}$ В]

13.13. В горизонтальном магнитном поле с индукцией B с постоянной скоростью v движется проводник длиной l . Определить напряжение U , возникающее на концах проводника, если вектор скорости $\vec{v}$ лежит в горизонтальной плоскости и составляет угол α с направлением вектора магнитной индукции, а проводник наклонен под углом β к вертикали.

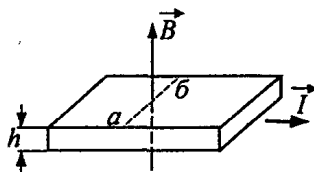


$$[U = vBl \sin \alpha \cos \beta]$$

13.14. Незаряженный металлический цилиндр вращается в магнитном поле с угловой скоростью ω вокруг своей оси. Индукция магнитного поля направлена вдоль оси цилиндра; m_e – масса электрона, $|e|$ – элементарный заряд. Каково должно быть значение индукции магнитного поля, чтобы в цилиндре не возникало электрическое поле?

$$[B = \frac{m_e \omega}{|e|}]$$

13.15. По металлической ленте, толщина которой равна h , течет ток I . Лента помещена в однородное магнитное поле, индукция которого равна B и направлена перпендикулярно поверхности ленты. Определить разность потенциалов между точками a и b ленты, если концентрация свободных электронов в металле равна n , $|e|$ – элементарный заряд.

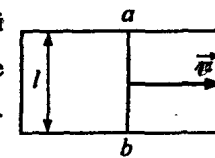


$$[U = \frac{BI}{|e|nh}]$$

13.16. В вертикальном магнитном поле с индукцией B вращается с постоянной угловой скоростью ω проводник длиной l . Плоскость вращения проводника – горизонтальна. Определить напряжение на концах проводника.

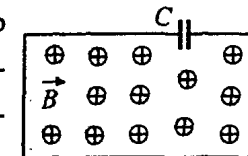
$$[U = \frac{Bl^2 \omega}{2}]$$

13.17. Прямоугольная проволочная рамка со стороной l находится в магнитном поле с индукцией B , перпендикулярном к плоскости рамки (см. рис.). По рамке параллельно одной из ее сторон без нарушения контакта скользит с постоянной скоростью v перемычка ab , сопротивление которой равно R . Определить ток через перемычку. Сопротивлением остальной части рамки пренебречь.



$$[I = \frac{Blv}{R}]$$

13.18. Рамка из проволоки, в которую вмонтирован конденсатор, пронизывается перпендикулярно ее плоскости однородным магнитным полем. Скорость изменения индукции этого поля $\frac{\Delta B}{\Delta t} = 0,02$ Тл/с. Определить энергию заряженного конденсатора, если его емкость $C = 4$ мкФ, площадь рамки $S = 50$ см².



$$[W = \frac{1}{2} C \left(S \frac{\Delta B}{\Delta t} \right)^2 = 2 \cdot 10^{-14} \text{ Дж}]$$

13.19. Замкнутый проводник сопротивлением $R = 30$ Ом находится во внешнем магнитном поле, причем поток магнитной индукции, пронизывающий образованный проводником контур, равномерно возрастает с $\Phi_1 = 2 \cdot 10^{-4}$ до $\Phi_2 = 5 \cdot 10^{-4}$ Вб. Определить заряд, который пройдет при этом через сечение проводника.

$$[q = -\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{R}; |q| = 10^{-5} \text{ Кл}]$$

13.20. Плоский замкнутый металлический контур площадью $S_0 = 10$ см² деформируется в однородном магнитном поле, индукция которого $B = 10^{-2}$ Тл. Площадь контура за время $\tau = 2$ с равномерно уменьшается до $S_\tau = 2$ см² (плоскость контура при этом остается перпендикулярной магнитному полю). Определить силу тока, протекающего по контуру в течение времени τ , если сопротивление контура $R = 1$ Ом.

$$[I = \frac{B}{R} \cdot \frac{S_0 - S_\tau}{\tau} = 4 \text{ мкА}]$$

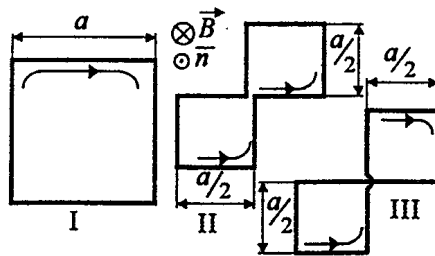
13.21. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,05$ Тл находится проволочный контур площадью $S = 20$ см², плоскость которого перпендикулярна магнитному полю. Контур присоединен к баллистическому гальванометру. При повороте контура в положение, когда его плоскость параллельна магнитному полю, через гальванометр проходит заряд $q = 2 \cdot 10^{-4}$ Кл. Найти сопротивление всей цепи. $[R = \frac{BS}{q} = 0,5 \text{ Ом}]$

13.22. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл расположен плоский проволочный виток, плоскость которого перпендикулярна линиям индукции. Виток замкнут на гальванометр. Площадь витка $S = 10^3$ см², его сопротивление $R = 2$ Ом. Через гальванометр при повороте витка проходит полный заряд $Q = 7,5 \cdot 10^{-3}$ Кл. На какой угол повернули виток? $[\alpha = \arccos(1 - \frac{QR}{BS}) = 120^\circ]$

13.23. Катушка, имеющая $N = 100$ витков, расположена в однородном магнитном поле с индукцией $B = 10^{-2}$ Тл. Плоскости ее витков перпендикулярны линиям магнитной индукции. Площадь одного витка $S = 10$ см². Катушка присоединена к баллистическому гальванометру так, что сопротивление всей цепи $R = 10$ Ом. При повороте катушки на угол α через гальванометр проходит заряд $Q = 5 \cdot 10^{-5}$ Кл. Определить угол α . $[\alpha = \arccos(1 - \frac{QR}{BNS}) = 60^\circ]$

13.24. Квадратная рамка со стороной a помещается в однородное магнитное поле, перпендикулярное ее плоскости. При этом по рамке протекает заряд Q . Какой заряд протечет по рамке, если ей при неизменном поле придать форму двух равных квадратов? (Рассмотреть варианты II и III).

$$[q_{II} = -\frac{Q}{2}; q_{III} = -Q]$$



13.25. По двум медным шинам, установленным под углом α к горизонту, скользит под действием силы тяжести проводящая перемычка массой m и длиной l . Скольжение происходит в однородном магнитном поле с индукцией B . Поле перпендикулярно плоскости перемещения перемычки. Вверху шины соединены резистором с сопротивлением R . Коэффициент трения скольжения между поверхностями шин и перемычки равен μ ($\mu < \tan \alpha$). Пренебрегая сопротивлением шин и перемычки, найти ее установившуюся скорость. Перемычка находится в горизонтальной плоскости и перпендикулярна шинам. $[v = \frac{mgR}{B^2 l^2} (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)]$

13.26. По горизонтальным параллельным рельсам, расстояние между которыми равно d , может скользить без трения перемычка, масса которой m . Рельсы соединены резистором с сопротивлением R и помещены в вертикальное однородное магнитное поле, индукция которого B . Перемычке сообщают скорость v_0 . Найти путь S , пройденный перемычкой до остановки. $[S = \frac{mv_0 R}{B^2 d^2}]$

13.27. Проводящее кольцо массой m , диаметром d , и сопротивлением R падает в поле силы тяжести с большой высоты так, что плоскость кольца остается все время горизонтальной. Найти установившуюся скорость кольца, если его падение происходит в магнитном поле, вертикальная составляющая индукции которого изменяется с высотой z по закону $B_z = B_0(1 + \alpha z)$, где B_0 и α — известные константы.

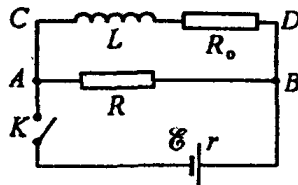
$$[v = \frac{16mgR}{\pi^2 d^4 B_0^2 \alpha^2}]$$

Индуктивность. ЭДС самоиндукции

13.28. Через соленоид, индуктивность которого $L = 0,4$ мГн и площадь поперечного сечения $S = 10$ см², проходит ток силой $I = 0,5$ А. Какова индукция магнитного поля внутри соленоида, если он содер-

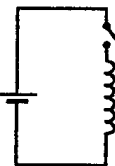
жит $N=100$ витков? $[B = \frac{LI}{SN} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Тл}]$

13.29. В цепи, $L=2 \text{ мГн}$, $R_0=1 \text{ Ом}$, $\mathcal{E}=3 \text{ В}$ ключ K замыкают. После того как ток в катушке достигает установившегося значения, ключ размыкают. Найти количество теплоты Q , выделившейся в цепи после размыкания ключа. Внутренним сопротивлением источника пренебречь.



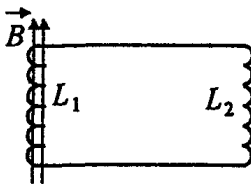
$$[Q = \frac{L \mathcal{E}^2}{2R_0^2} = 9 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}]$$

13.30. Катушку с индуктивностью L замыкают на источник тока, ЭДС которого равна $\mathcal{E}$. Через какой промежуток времени τ ток в катушке достигнет заданного значения I ? Сопротивление катушки и внутреннее сопротивление источника ничтожно малы.



$$[\tau = \frac{LI}{\mathcal{E}}]$$

13.31. Катушка из n_1 витков, площадь каждого из которых равна S , расположена в однородном поле. Вектор индукции поля B перпендикулярен виткам катушки. Вне поля расположена вторая катушка. Обе катушки соединены проводниками. Индуктивности катушек равны L_1 и L_2 . Омическим сопротивлением катушек и проводников пренебречь. Определите величину тока, возникающего в катушках после выключения поля.



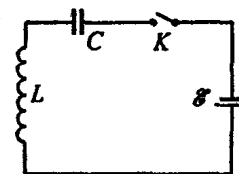
$$[I = \frac{n_1 SB}{L_1 + L_2}]$$

13.32. Конденсатор емкостью C , заряженный до напряжения U , разряжается на катушку с индуктивностью L и сопротивлением R . Какое количество теплоты Q выделится в катушке к тому моменту, когда сила тока в ней достигнет наибольшего значения I ?

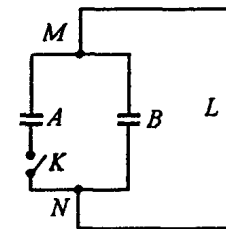
$$[Q = \frac{CU^2}{2} - \frac{LI^2}{2} - \frac{QR^2 I^2}{2}]$$

13.33. В схеме в начальный момент времени ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен. Определить максимальное значение тока после замыкания ключа. Заданы L , C , $\mathcal{E}$. Сопротивлением катушки и источника пренебречь.

$$[I_{\max} = \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{L}}]$$

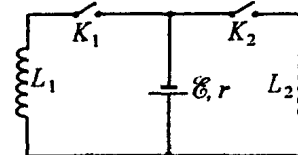


13.34. Два одинаковых конденсатора A и B , каждый емкостью C , и катушка с индуктивностью L соединены по схеме. В начальный момент ключ K разомкнут, конденсатор A заряжен до напряжения U . Конденсатор B не заряжен и ток в катушке отсутствует. Определить максимальное значение силы тока в катушке после замыкания ключа. Сопротивлением катушки пренебречь.



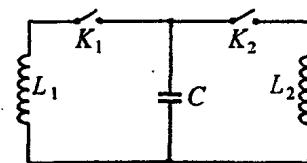
$$[I_{\max} = U \sqrt{\frac{C}{2L}}]$$

13.35. Две катушки с индуктивностями L_1 и L_2 подключены через ключи K_1 и K_2 к источнику с ЭДС $\mathcal{E}$ и внутренним сопротивлением r . В начальный момент времени оба ключа разомкнуты. После того как ключ K_1 замкнули и ток через катушку L_1 достиг некоторого значения I_0 , замыкают ключ K_2 . Определить установившийся ток через катушки L_1 и L_2 после замыкания ключа K_2 . Сопротивлениями катушек пренебречь.



$$[I_1 = \frac{L_2 \mathcal{E} / r + L_1 I_0}{L_1 + L_2}; \quad I_2 = \frac{L_1 \mathcal{E} / r + L_1 I_0}{L_1 + L_2}]$$

13.36. Две катушки с индуктивностями L_1 и L_2 подключены через ключи K_1 и K_2 к конденсатору емкости C . В начальный момент времени оба ключа разомкнуты, а конденсатор заряжен до напряжения U_0 . Сначала замыкают ключ



K_1 и, когда напряжение на конденсаторе станет равным нулю, замыкают ключ K_2 . Определить максимальный и минимальный ток, протекающий через катушку L_1 после замыкания ключа K_2 . Сопротивлением катушек пренебречь.

$$[I_{\max} = U_0 \sqrt{\frac{C}{L_1}}; I_{\min} = \frac{L_1 - L_2}{L_1 + L_2} U_0 \sqrt{\frac{C}{L_1}}]$$

14. КОЛЕБАНИЯ

Механические колебания

14.1. Определить амплитуду и начальную фазу гармонических колебаний с круговой частотой ω , если в начальный момент времени смещение $x(0)$ и скорость $v(0)$ составляли: а) $x(0) = x_0$, $v(0) = 0$; б) $x(0) = 0$, $v(0) = v_0$; в) $x(0) = x_0$, $v(0) = v_0$. Запишите уравнение гармонических колебаний с учетом найденных амплитуды и начальной фазы.

$$[\text{а) } x = x_0 \cos \omega t; \text{ б) } x = \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t; \text{ в) } x = x_0 \cos \omega t + \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t]$$

14.2. Какую часть периода колебаний груз пружинного маятника находится в пределах 1 см от положения равновесия, если амплитуда колебаний равна 2 см? [1/3 периода]

14.3. Определить среднюю скорость при колебаниях пружинного маятника с амплитудой $A = 1$ см и периодом колебаний $T = 1$ с за время движения маятника: 1) от положения равновесия до отклонения в 0,5 см; 2) от максимального отклонения до отклонения 0,5 см.

$$[v_{\text{ср}1} = \frac{6A}{T} = 6 \text{ см/с}; v_{\text{ср}2} = \frac{3A}{T} = 3 \text{ см/с}]$$

14.4. Определить период колебаний математического маятника длиной l , подвешенного к потолку лифта: 1) поднимающегося вертикально вверх с ускорением a ; 2) опускающегося вниз с ускорением a .

$$[T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g+a}}; T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g-a}}]$$

14.5. Найти период колебаний маятника длиной l , подвешенного в вагоне, движущемся горизонтально с ускорением a .

$$[T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g^2 + a^2}}]$$

14.6. Математический маятник, состоящий из железного шарика массой $m = 40$ г, подвешенного на нити длиной $l = 1$ м, совершает гармонические колебания. Если под шарик поместить магнит, то он будет притягивать шарик с постоянной вертикальной силой $F = 0,24$ Н. Определить период колебаний шарика в новом состоянии.

$$[T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g+F/m}} \approx 1,6 \text{ с}]$$

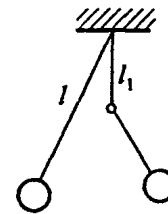
14.7. Положительно заряженный шарик массой $m = 30$ г (математический маятник) совершает гармонические колебания над положительно заряженной бесконечной плоскостью. При этом сила электрического взаимодействия шарика с плоскостью $F = 0,1$ Н, а период его колебаний $T_1 = 2$ с. Затем шарик перезарядили так, что его заряд стал отрицательным, но по модулю равным первоначальному. Определить период гармонических колебаний шарика в новом состоянии. Ускорение свободного падения принять $g = 10 \text{ м/с}^2$. [$T_2 \approx 1,4$ с]

14.8. Шарик массой m с зарядом $q > 0$ подвешен на тонкой нити внутри плоского конденсатора с горизонтально ориентированными пластинами. Напряженность поля конденсатора равна E , силовые линии направлены вниз. Найти период колебаний такого маятника. Длина нити равна l . Как изменится формула для периода, если изменить знак заряда на пластинах конденсатора?

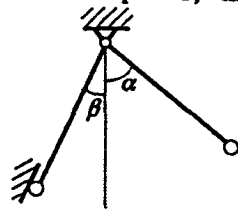
$$[1) T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g+qE/m}}; 2) \text{ при } g > \frac{qE}{m} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g-qE/m}}; \text{ при } g < \frac{qE}{m}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{qE/m - g}}]$$

14.9. Математический маятник длиной l совершает колебания вблизи вертикальной стенки. Под точкой подвеса маятника на расстоянии $l_1 = l/2$ от нее в стенку забит гвоздь (см. рис.). Найти период колебаний маятника T . [$T = \pi \sqrt{l/g} \cdot (1 + \sqrt{2}/2)]$

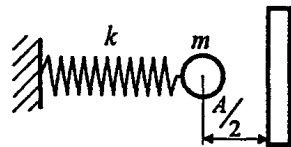


14.10. Тонкий, абсолютно жесткий, невесомый стержень, на конце которого закреплен точечный шарик, отклонили на небольшой угол α от положения равновесия и отпустили. В момент, когда стержень составлял угол $\beta < \alpha$ с вертикалью, произошло абсолютно упругое соударение шарика с наклонной стенкой. Определить $T_1 : T$ – отношение периода колебаний такого маятника к периоду математического маятника той же длины.



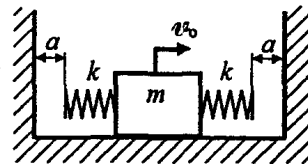
$$\left[\frac{T_1}{T} = 1 - \frac{1}{\pi} \arccos \frac{\beta}{\alpha} \right]$$

14.11. Шарик (материальная точка) массой m совершает гармонические колебания с амплитудой A на пружине с жесткостью k . На расстоянии $A/2$ от положения равновесия установили массивную стальную плиту, от которой шарик абсолютно упруго отскакивает. Найти период колебания в этом случае.



$$\left[T = \frac{4}{3} \pi \sqrt{\frac{m}{k}} \right]$$

14.12. В начальный момент времени грузу придается начальная скорость v_0 . Определить период колебаний. Параметры системы указаны на рисунке. $\left[T = \frac{4a}{v_0} + 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \right]$



14.13. На поверхности жидкости плавает призматическое тело, погруженное в жидкость на глубину h . Определить период малых колебаний тела, если вязкое сопротивление жидкости движению тела пренебрежимо мало. $\left[T = 2\pi \sqrt{h/g} \right]$

14.14. В сообщающихся сосудах цилиндрической формы налита ртуть. Найти период малых колебаний ртути, если площадь поперечного сечения каждого сосуда $S = 0,3 \text{ см}^2$, масса ртути $m = 484 \text{ г}$, плотность ртути $\rho = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. Трением пренебречь.

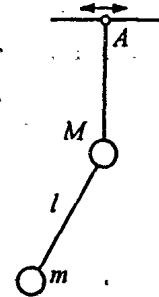
$$\left[T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{2\rho S g}} = 1,54 \text{ с} \right]$$

14.15. На горизонтальной плоскости лежат два бруска массой m_1 и m_2 , соединенные пружиной с жесткостью k . Пренебрегая трением, найти период малых продольных колебаний системы.

$$\left[T = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 m_2}{k(m_1 + m_2)}} \right]$$

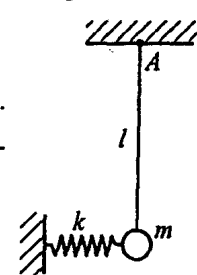
14.16. Точка подвеса двойного маятника совершает гармонические колебания с малой амплитудой в горизонтальном направлении (рис.). Длина нижней нити равна l , масса нижнего шарика m , верхнего M . Каким должен быть период колебаний точки подвеса A , чтобы верхняя нить все время оставалась вертикальной?

$$\left[T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g(1 + m/M)}} \right]$$

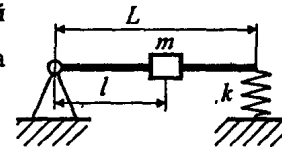


14.17. Определить период колебаний маятника. Масса груза, жесткость пружины и длина стержня заданы. Массой стержня пренебречь.

$$\left[T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g/l + k/m}} \right]$$



14.18. Невесомая штанга длиной L одним концом закреплена в идеальном шарнире, а другим опирается на пружину с жесткостью k . Определить период малых колебаний штанги в зависимости от положения l на ней груза массой m .

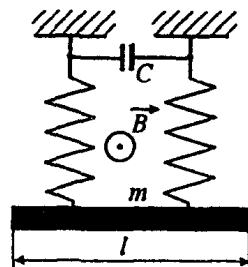


$$\left[T = 2\pi \frac{l}{L} \sqrt{\frac{m}{k}} \right]$$

14.19. Тонкое проволочное кольцо радиусом R имеет электрический заряд Q . Как будет двигаться точечный заряд массой m , имеющий заряд $-q$, если в начальный момент времени он покоился в некоторой точке на оси кольца на расстоянии $d \ll R$ от центра? Кольцо неподвижно.

$$\left[\text{Заряд совершает гармонические колебания с периодом } T = 2\pi \sqrt{\frac{m R^3}{k q Q}} \right]$$

14.20. Проводник массой m и длиной l подвешен к диэлектрику с помощью двух одинаковых проводящих пружин с общей жесткостью k . Однородное магнитное поле с индукцией B направлено перпендикулярно плоскости. К верхним концам пружины присоединен конденсатор емкостью C . Пренебрегая сопротивлением, собственной индуктивностью и емкостью проводников, определить период колебаний системы в вертикальной плоскости.

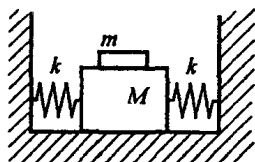


$$[T = 2\pi \sqrt{\frac{m + C(Bl)^2}{k}}]$$

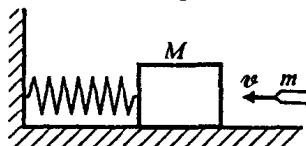
14.21. Груз, подвешенный на пружине, вызвал изменение ее на $\Delta l = 4$ см. Найти период собственных колебаний T .

$$[T = 2\pi \sqrt{\Delta l / g} = 0,4014 \text{ с}]$$

14.22. На идеально гладкой горизонтальной плоскости расположен брусок массой $M = 1$ кг, закрепленный пружинами, жесткость каждой из которых $k = 30$ Н/м. На бруске лежит шайба массой $m = 0,5$ кг. Система брусок – шайба приводится в колебательное движение. Определить максимальную амплитуду колебаний, при которой система будет двигаться как единое целое, т. е. без проскальзывания шайбы по бруску. Коэффициент трения скольжения между бруском и шайбой $\mu = 0,4$.



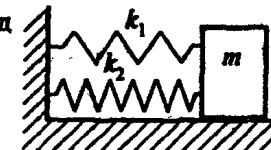
14.23. На горизонтальной пружине укреплено тело массой $M = 10$ кг, лежащее на абсолютно гладком столе. В это тело попадает и застревает в нем пуля массой $m = 10$ г, летящая со скоростью $v = 500$ м/с по направлению вдоль оси пружины. Амплитуда возникших при этом колебаний $A = 0,1$ м. Найти период колебаний.



$$[T = 2\pi A \left(\frac{M+m}{mv^2} \right) = 1,26 \text{ с}]$$

14.24. В начальный момент пружина k_1 растянута на l_1 , а пружина k_2 сжата на l_2 . Определить амплитуду и период колебаний бруска массой m .

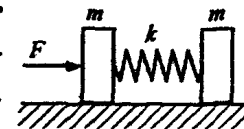
$$[A = \frac{k_2 l_2 - k_1 l_1}{k_1 + k_2}; T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}]$$



14.25. На вертикально расположенной пружине с коэффициентом жесткости k подвешен груз массой m . Грузу сообщают начальную скорость v , направленную вертикально вниз. Определить период и амплитуду колебаний груза.

$$[T = 2\pi \sqrt{m/k}; A = v_0 \sqrt{m/k}]$$

14.26. К системе, состоящей из двух грузов одинаковой массы, соединенных между собой невесомой пружиной с жесткостью k внезапно приложена горизонтальная сила F . Определить амплитуду упругих колебаний, учитывая, что грузы способны без трения скользить по горизонтальному столу.



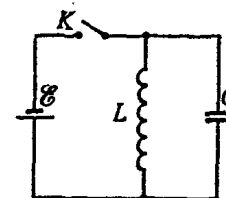
$$[A = F/2k]$$

Колебания тока и напряжения в электрических цепях

14.27. Заряженный конденсатор замкнули на катушку индуктивности. Через какую часть периода после подключения энергия в конденсаторе будет равна энергии в катушке индуктивности?

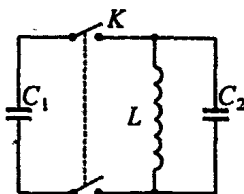
[Через $T/8$]

14.28. Колебательный контур через ключ K подключен к источнику ЭДС с некоторым внутренним сопротивлением r . Первоначально ключ K замкнут. После установления стационарного режима ключ размыкают и в контуре возникают колебания с периодом T . При этом амплитуда напряжения на конденсаторе в n раз больше ЭДС батареи. Найти индуктивность катушки и емкость конденсатора. Сопротивлением катушки пренебречь.



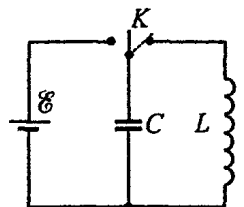
$$[C = \frac{T}{2\pi nr}; L = \frac{Tnr}{2\pi}]$$

14.29. Конденсатор емкостью C_1 зарядили до напряжения U_0 , а затем подключили, замкнув ключ K , к колебательному контуру, состоящему из катушки индуктивности L и конденсатора емкостью C_2 . Определить изменение заряда во времени на каждом из конденсаторов.



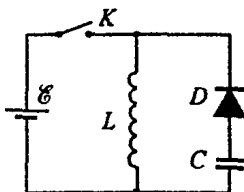
$$[q_1 = \frac{C_1^2 U_0}{C_1 + C_2} \cos \omega t; q_2 = \frac{C_1 C_2 U_0}{C_1 + C_2} \cos \omega t, \text{ где } \omega = \sqrt{\frac{1}{L(C_1 + C_2)}}]$$

14.30. Конденсатор емкостью $C = 50$ пФ сначала подключили к источнику тока с ЭДС $\mathcal{E} = 3$ В, а затем к катушке с индуктивностью $L = 5,1$ мкГн. Чему равна частота колебаний, возникших в контуре? Чему равно максимальное и действующее значение силы тока в контуре?



$$[\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 6,3 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}; I_{\max} = \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{L}} = 9,4 \cdot 10^{-3} \text{ А}; I_d = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}} = \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{2L}} = 6,6 \cdot 10^{-3} \text{ А}]$$

14.31. Колебательный контур, в который включен идеальный диод D , через ключ K на время τ подключают к источнику постоянной ЭДС $\mathcal{E}$, а затем отключают. Найти зависимость напряжения на конденсаторе от времени после размыкания ключа. Сопротивлением источника и катушки пренебречь. Индуктивность катушки L , емкость конденсатора C .



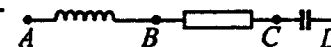
$$[U(t) = \begin{cases} \frac{\mathcal{E} \tau}{\sqrt{LC}} \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right) & \text{при } 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2} \sqrt{LC}, \\ \frac{\mathcal{E} \tau}{\sqrt{LC}} & \text{при } t > \frac{\pi}{2} \sqrt{LC}. \end{cases}]$$

Переменный синусоидальный ток

14.32. Эффективное напряжение в цепи переменного тока с частотой 50 Гц равно 120 В. Определить время, в течение которого горит

исонозная лампа в каждый период, если она зажигается и гаснет при напряжении 85 В. [Время горения лампы $1/75$ с]

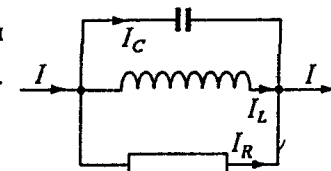
14.33. В цепи действующие напряжения: $U_{AB} = 30$ В, $U_{BC} = 10$ В, $U_{CD} = 15$ В.



Определить действующее напряжение U_{AD} .

$$[U_{AD} = \sqrt{U_{BC}^2 + (U_{AB} - U_{CD})^2} \approx 18 \text{ В}]$$

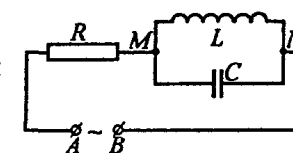
14.34. В цепи действующие значения токов $I_C = 2$ А, $I_L = 3$ А, $I_R = 1$ А. Определить действующее значение тока I .



$$[I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2} \approx 1,41 \text{ А}]$$

14.35. В цепи $L = 0,1$ Гн, $C = 10$ мкФ.

Частота переменного напряжения, подаваемая на клеммы A и B , $\nu = 50$ Гц, действующее напряжение $U = 220$ В. Найти ток, протекающий через резистор $R = 20$ Ом.

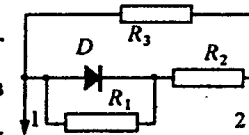


$$[I = \frac{U(1 - \omega^2 LC)}{\sqrt{R^2(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 L}} = 5,47 \text{ А, где } \omega = 2\pi\nu = 314 \text{ с}^{-1}]$$

14.36. Электрический паяльник мощностью 50 Вт рассчитан на включение в сеть переменного напряжения 127 В. Какая мощность будет выделяться в паяльнике, если его включить в сеть переменного напряжения 220 В последовательно с идеальным диодом? Сопротивление диода при прямом направлении тока считать равным нулю, при обратном – бесконечности. Сопротивление паяльника постоянно.

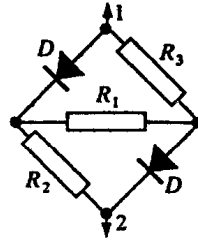
$$[P = 75 \text{ Вт}]$$

14.37. К клеммам 1 и 2 приложено напряжение $U = 220$ В, сопротивления резисторов $R_1 = R_2 = R_3 = 200$ Ом. Параллельно резистору R_1 включен идеальный диод D . Какая мощность выделяется в цепи



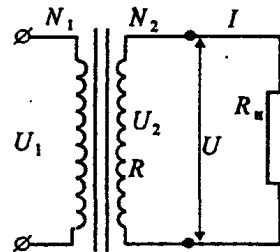
переменного тока? $[N = \frac{1}{2} U^2 \left(\frac{R_2 + R_3}{R_2 R_3} + \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_3 (R_1 + R_2)} \right) = 423,5 \text{ Вт}]$

14.38. К клеммам 1 и 2 приложено напряжение $U = 127 \text{ В}$, сопротивления резисторов $R_2 = R_3 = 5 \text{ кОм}$. Диоды D считать идеальными. Какая мощность выделяется на резисторе $R_1 = 10 \text{ кОм}$ в цепи переменного тока?

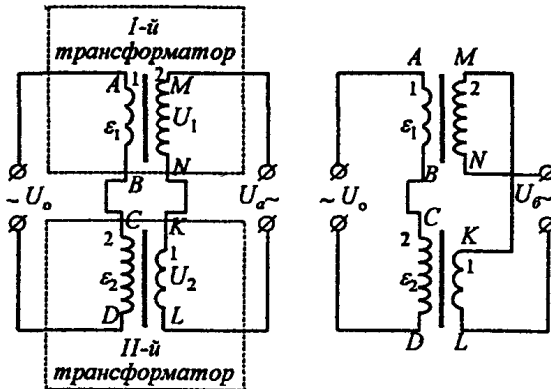


$$[N = \frac{U^2}{2R_1} \left[1 + \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} \right)^2 \right] = 1 \text{ Вт}]$$

14.39. Первичная обмотка трансформатора имеет $N_1 = 2,4 \cdot 10^3$ витков. Сколько витков должна иметь вторичная обмотка, чтобы при напряжении на ее зажимах $U = 11 \text{ В}$ передавать во внешнюю цепь мощность $P = 22 \text{ Вт}$? Сопротивление вторичной обмотки $R = 0,2 \text{ Ом}$. Напряжение, подаваемое на первичную обмотку, $U_1 = 380 \text{ В}$. $[N_2 = 72]$



15.40. Имеются два идеальных трансформатора с коэффициентом трансформации $k = 1/3$. Первичная обмотка одного из них последовательно соединена со вторичной обмоткой второго, а свободные концы этих обмоток включены в сеть переменного тока с амплитудой напряжения $U_0 = 100 \text{ В}$. Вторичная обмотка первого трансформатора последовательно соединена с первичной обмоткой



второго. Определить амплитуду переменного напряжения между свободными концами этих обмоток. Индуктивность обмотки пропорциональна квадрату числа ее витков. $[U_a = 60 \text{ В}, U_b = 0]$

15. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

Закон отражения света

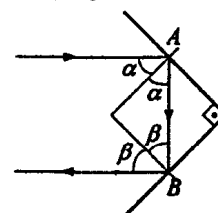
15.1. Какого наименьшего размера должно быть зеркало, висящее на вертикальной стене, чтобы человек, встав перед ним, мог увидеть себя в полный рост? Верхний край зеркала расположен на уровне глаз человека. $[1/2 \text{ роста человека}]$

15.2. На стене, плоскость которой отклонена от вертикали на $\alpha = 4,87^\circ$, укреплено плоское зеркало. С какого максимального расстояния l человек, рост которого $h = 170 \text{ см}$, сможет увидеть хотя бы часть своего изображения? $[l = h \cot \alpha = 20 \text{ м}]$

15.3. Для освещения колодца солнечными лучами применили плоское зеркало. Под каким углом β к плоскости горизонта установлено зеркало, если угол возвышения Солнца над горизонтом α ? $[\beta = \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}]$

15.4. На какой угол повернется луч, отраженный от плоского зеркала, при повороте последнего на угол α ? $[2\alpha]$

15.5. Два плоских зеркала расположили под прямым углом друг к другу. Доказать, что луч, отразившийся от обоих зеркал, будет параллелен падающему. [См. рис., где сумма углов



параллелен падающему. [См. рис., где сумма углов

$\Delta ABC: \pi = \frac{\pi}{2} + \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) + \left(\frac{\pi}{2} - \beta \right)$, откуда $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ и $2\alpha + 2\beta = \pi$]

Закон преломления света. Полное внутреннее отражение

15.6. Определить кажущуюся глубину водоема h , если смотреть на него сверху перпендикулярно его поверхности. Фактическая глубина водоема H , показатель преломления воды n . [$h = H/n$]

15.7. Плоское дно водоема глубиной H рассматривается из воздуха. Определить кажущуюся глубину водоема h , если луч зрения с вертикалью составляет угол α . [$h = n^2 H \left(\frac{\cos \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \right)^3$]

15.8. На дне водоема глубиной h находится точечный источник света. На поверхности воды плавает круглый диск так, что его центр находится над источником света. При каком минимальном диаметре диска d лучи от источника света не будут выходить из воды?

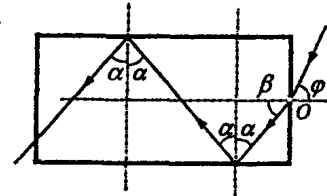
$$[d = \frac{2h}{\sqrt{n^2 - 1}}]$$

15.9. В кювете (плоской ванне) с жидкостью на глубине $h = 3$ см находится точечный источник света, который начинает смещаться по вертикали со скоростью $v = 10^{-3}$ м/с. На дне кюветы находится плоское зеркало, а на поверхности жидкости на высоте $H = 4$ см от дна плавает непрозрачный диск радиусом $R = 6$ см. Центр диска расположен на одной вертикали с источником света. Через какое время t источник света станет виден для внешнего наблюдателя? Показатель преломления жидкости $n = \sqrt{2}$. [$t = 10$ с]

15.10. Луч, падающий на плоскую границу двух сред, относительный показатель преломления которых n , частично отражается, частично преломляется. При каком угле падения отраженный луч перпендикулярен к преломленному лучу? [$\alpha = \arctg n$]

15.11. Луч света выходит из скипидара в воздух. Предельный угол полного отражения для этого луча $\alpha_{\text{пред}} = 42^\circ$. Чему равна скорость света в скипидаре? [$v = c \sin \alpha_{\text{пред}} \approx 2 \cdot 10^8$ м/с]

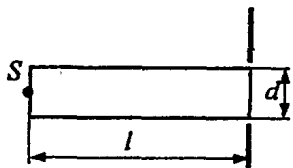
15.12. Пучок длинных тонких нитей, выполненных из прозрачного материала с показателем преломления $n = \sqrt{7}/2$, образует светопровод. В каждой из нитей свет распространяется, испытывая многократные полные отражения на боковой поверхности. Определить угол зрения такого светопровода (т. е. под каким максимальным углом φ к оси нити может падать световой луч на торец, чтобы пройти по светопроводу без ослабления). [Максимальный угол зрения



$$\varphi = \arcsin(\sqrt{n^2 - 1}) = 60^\circ]$$

15.13. Точечный источник света S расположен вне цилиндра на его оси вблизи торца (основания). Найти минимальный показатель преломления n материала цилиндра, при котором ни один луч, вошедший через основание, не выйдет через боковую поверхность наружу. [$n = \sqrt{2}$]

15.14. Точечный источник света S находится на расстоянии $l = 1$ м от экрана. В экране напротив источника сделано отверстие диаметром $d = 1$ см, в которое проходит свет. Между источником и экраном помещен прозрачный цилиндр, показатель преломления которого равен $n = 1,5$, длина $l = 1$ м, а диаметр тот же, что и у отверстия. Как изменится световой поток через отверстие? Поглощением света в веществе пренебречь. [Поток увеличится в $8l^2/d^2 = 8 \cdot 10^4$ раз]



15.15. При каком угле падения α на одну из граней преломленный луч не выйдет из другой грани? Преломляющий угол призмы φ , показатель преломления стекла n . [$\alpha \leq \arcsin \left(n \sin \left(\varphi - \arcsin \frac{1}{n} \right) \right)$]

15.16. Луч света падает на трехгранную призму под углом α . Призма сделана из стекла с показателем преломления n . Преломляющий

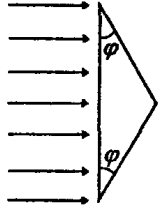
угол при вершине призмы φ . Под каким углом ψ луч выйдет из призмы и каков угол θ отклонения луча от первоначального направления?

$$[\psi = \arcsin(\sin\varphi \sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} - \cos\varphi \sin\alpha);$$

$$\theta = \alpha + \arcsin(\sin\varphi \sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} - \cos\varphi \sin\alpha) - \varphi]$$

15.17. Равнобедренная стеклянная призма с малыми углами преломления φ (бипризма) помещена в параллельный пучок лучей, падающих нормально к ее основанию. Показатель преломления стекла $n = 1,57$, основание призмы $a = 5$ см. Найти угол φ , если в середине экрана, расположенного на расстоянии $l = 100$ см от призмы, образуется темная полоса шириной $d = 1$ см.

$$[\varphi = \frac{a+d}{2L(n-1)} = 3^\circ]$$



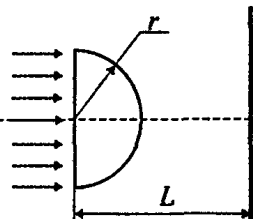
Прозрачная сфера

15.18. Стеклянный шар (показатель преломления n) освещается узким расходящимся пучком лучей, ось которого проходит через центр шара. Источник света расположен на расстоянии l от поверхности шара. На таком же расстоянии от поверхности, но по другую сторону от шара, находится изображение источника. Определить радиус шара.

$$[R = l(n-1)]$$

15.19. На половину шара радиусом $r = 2$ см, изготовленного из стекла с показателем преломления $n = \sqrt{2}$, падает параллельный пучок лучей. Определить радиус светлого пятна на экране, расположенном на расстоянии $L = 4,82$ см от центра шара.

$$[\text{Радиус светлого пятна } 2 \text{ см}]$$



Плоскопараллельная пластинка

15.20. Предмет находится на расстоянии $l = 15$ см от плоскопараллельной стеклянной пластинки. Наблюдатель рассматривает предмет

через пластинку, причем луч зрения нормален к ней. Определить расстояние x , на котором находится изображение предмета от ближайшей к наблюдателю грани, если толщина пластинки $d = 4,5$ см, показатель преломления стекла $n = 1,5$. $[x = l + \frac{d}{n} = 18 \text{ см}]$

15.21. На каком расстоянии x находится изображение объекта, расположенного на расстоянии $l = 4$ см от передней поверхности плоскопараллельной стеклянной пластинки толщиной $d = 1$ см, посеребренной с задней стороны, если показатель преломления пластинки $n = 1,5$, а изображение расположено перпендикулярно к поверхности пластинки? $[\text{На расстоянии } l = l + \frac{2d}{n} = 5,3 \text{ см от передней поверхности пластинки}]$

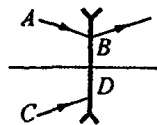
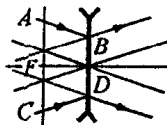
15.22. Луч света падает на плоскопараллельную стеклянную пластинку толщиной d . На сколько сместится луч после прохождения пластинки, если угол падения луча α , показатель преломления стекла n ? $[\text{Смещение луча } h = d \sin \alpha \left(1 - \frac{\cos \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \right)]$

15.23. На плоскопараллельную стеклянную пластинку под углом α падает пучок света шириной a , содержащий два спектральных компонента с длинами волн λ_1 и λ_2 . Показатели преломления стекла для этих длин волн различны: n_1 для λ_1 и n_2 для λ_2 . Определить минимальную толщину пластинки, при которой свет, пройдя через нее, будет распространяться в виде двух отдельных пучков, каждый из которых содержит только один спектральный компонент.

$$[d = \frac{2a \sqrt{(n_2^2 - \sin^2 \alpha)(n_1^2 - \sin^2 \alpha)}}{\sin 2\alpha (\sqrt{n_2^2 - \sin^2 \alpha} - \sqrt{n_1^2 - \sin^2 \alpha})}]$$

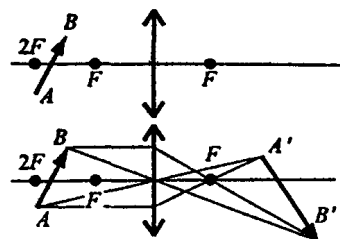
Построение изображений в тонкой линзе

15.24. По известному ходу луча AB (рис. справа) через рассеивающую линзу построить ход луча CD . Положение фокусов не задано. $[\text{См. рис. слева}]$



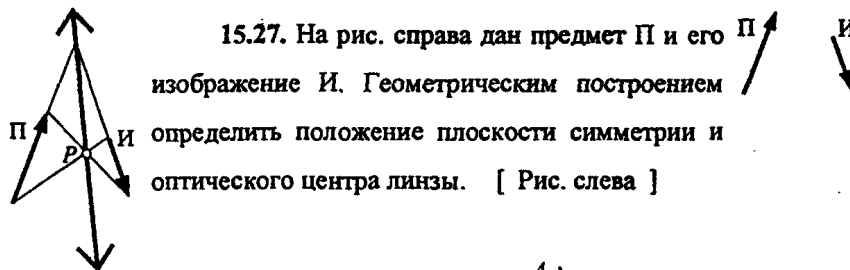
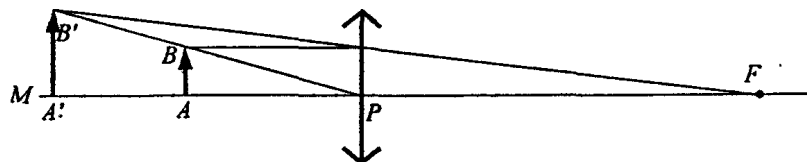
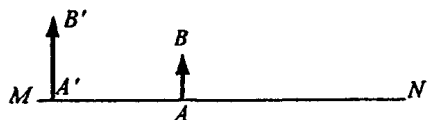
15.25. Построить изображение данного предмета (рис. сверху) в линзе. Какое это изображение?

[Рис. внизу, где $A'B'$ – действительное увеличенное изображение]



15.26. На рис. справа показаны: главная оптическая ось MN линзы, предмет AB и его изображение $A'B'$. Определить графически положение оптического центра и фокуса линзы.

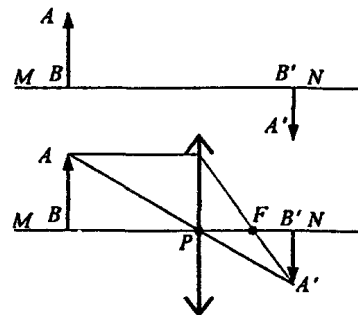
[Рис. снизу, где P – оптический центр, F – фокус]



15.27. На рис. справа дан предмет Π и его изображение И . Геометрическим построением определить положение плоскости симметрии и оптического центра линзы. [Рис. слева]

15.28. На верхнем рис. показаны главная оптическая ось MN линзы, предмет AB и его изображение $A'B'$. Определить графически положение оптического центра P и фокуса F линзы.

[Нижний рис.]

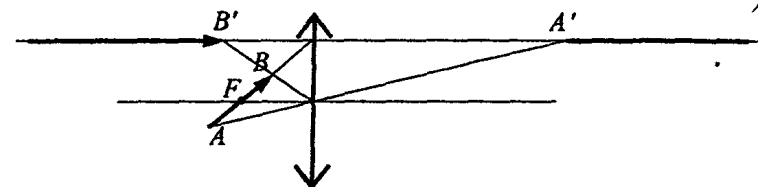
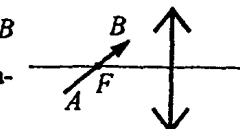


15.29. На рис. справа показаны главная оптическая ось линзы и ход одного из лучей. Найти построением фокус линзы.

[Рис. слева, где F – фокус линзы]

15.30. Построить изображение предмета AB в собирающей линзе; F – фокус линзы (рис. справа).

[Рис. внизу, где изображение состоит из двух частей – действительной и мнимой, уходящих в бесконечность]



Формула линзы

15.31. В каком месте на главной оптической оси двояковыпуклой линзы нужно поместить точечный источник света, чтобы его изображение оказалось в главном фокусе?

[Если речь идет о действительном изображении, то в бесконечности; если изображение мнимое то $d = F/2$]

15.32. Предмет высотой $h = 40$ см находится на расстоянии $d = 1$ м от вертикально расположенной рассеивающей линзы с фокусным расстоянием $F = -25$ см. Где находится изображение предмета? Определить высоту изображения.

[$f = \frac{Fd}{d-F} = -0,2$ м, изображение мнимое; $H = h \left| \frac{f}{d} \right| = 0,08$ м]

15.33. На каком расстоянии от двояковыпуклой линзы с оптической силой $D = 2,5$ дптр надо поместить предмет, чтобы его изображение получилось на расстоянии $f = 2$ м от линзы? [Двояковыпуклая линза может давать действительное и мнимое изображение:

$d_1 = \frac{f}{Df-1} = 0,5$ м; $d_2 = \frac{f}{Df+1} = \frac{1}{3}$ м]

15.34. На экране, расположенном на расстоянии 60 см от собирающей линзы, получено изображение точечного источника, расположенного на главной оптической оси линзы. На какое расстояние переместится изображение на экране, если при неподвижном источнике переместить линзу на 2 см в плоскости, перпендикулярной главной оптической оси? Фокусное расстояние линзы равно 20 см.

[На 6 см]

15.35. Оптическая сила двояковыпуклой линзы в воздухе $D_1 = 5$ дптр, а в воде $D_2 = 1,5$ дптр. Определить показатель преломления n материала, из которого изготовлена линза.

$$[n = \frac{(D_1 - D_2)n_1 n_2}{D_1 n_1 - D_2 n_2} = 1,55]$$

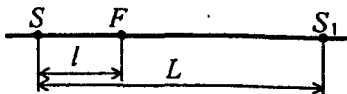
15.36. На каком расстоянии надо поместить предмет от собирающей линзы с фокусным расстоянием F , чтобы расстояние от предмета до его действительного изображения было наименьшим?

$$[d_{\min} = 2F]$$

15.37. Предмет в виде отрезка длиной l расположен вдоль оптической оси собирающей линзы с фокусным расстоянием F . Середина отрезка расположена на расстоянии a от линзы, которая дает действительное изображение всех точек предмета. Определить продольное увеличение предмета.

$$[\beta = -\frac{4F^2}{4(a-F)^2 - l^2}, \text{ где } a > F + \frac{l}{2}]$$

15.38. Даны точечный источник света S , его изображение S_1 , полученное с помощью собирающей линзы, и ближайший к источнику фокус линзы F . Расстояния $SF = l$ и $SS_1 = L$. Определить положение линзы и ее фокусное расстояние.



$$[d = \sqrt{Ll}; F = \sqrt{Ll} - l]$$

15.39. Расстояние от освещенного предмета до экрана $L = 100$ см. Линза, помещенная между ними, дает четкое изображение предмета на

экране при двух положениях, расстояние между которыми $l = 20$ см.

Найти фокусное расстояние линзы. $[F = \frac{L^2 - l^2}{4L}; F = 24 \text{ см}]$

15.40. Предмет находится на расстоянии $L = 90$ см от экрана. Между предметом и экраном помещают линзу, причем при одном положении линзы на экране получается увеличенное изображение предмета, а при другом – уменьшенное. Каково фокусное расстояние линзы, если линейные размеры первого изображения в 4 раза больше второго? $[F = \frac{2L}{9} = 20 \text{ см}]$

15.41. На экране с помощью тонкой линзы получено изображение предмета с увеличением $r_1 = 2$. Предмет передвинули на 1 см. Для того чтобы получить резкое изображение, пришлось передвинуть экран. При этом увеличение оказалось равным $r_2 = 4$. На какое расстояние пришлось передвинуть экран? [На 8 см]

15.42. Тонкая собирающая линза дает изображение предмета на экране высотой H_1 и H_2 при двух положениях линзы между предметом и экраном, расстояние между ними неизменно. Чему равна высота предмета h ? $[h = \sqrt{H_1 H_2}]$

15.43. Какие предметы можно рассмотреть на фотографии, сделанной со спутника, если разрешающая способность пленки $\delta = 0,01$ мм? Каким должно быть время экспозиции τ , чтобы полностью использовать возможности пленки? Фокусное расстояние объектива используемого фотоаппарата $F = 10$ см, высота орбиты спутника $H = 100$ км. $[h \geq \frac{H}{F} \delta = 10 \text{ м}; \tau \leq \frac{H \delta}{F \sqrt{gR}} \approx 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ с}]$

15.44. При аэрофотосъемках используется фотоаппарат, объектив которого имеет фокусное расстояние $F = 8$ см. Разрешающая способность пленки $\Delta = 10^{-2}$ мм. На какой высоте должен лететь самолет, чтобы на фотографии можно было различить листья деревьев размером $l = 5$ см? При какой скорости самолета изображение не будет размытым, если время экспозиции $\tau = 10^{-3}$ с?

$$[H = 400 \text{ м}; v = 180 \text{ км/ч}]$$

15.45. Определить оптическую силу D двух тонких линз с фокусным расстоянием F_1 и F_2 , сложенных вплотную. [$D = \frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2}$]

15.46. Две собирающие линзы с фокусным расстоянием F и $F/2$ расположены на расстоянии $L = 2F$ так, что их главные оптические оси совмещены. Предмет расположен на расстоянии $d_1 = 3F/2$ слева от первой линзы. Определить, где будет находиться изображение предмета и каково будет его увеличение. [Действительное изображение будет находиться справа от второй линзы на расстоянии $F/3$, увеличение $\gamma = 2/3$]

15.47. Источник света находится на расстоянии $a = 35$ см от собирающей линзы с фокусным расстоянием $F_1 = 20$ см. По другую сторону линзы на расстоянии $d = 38$ см расположена рассеивающая линза с фокусным расстоянием $F_2 = 12$ см. Где будет находиться изображение источника? [Действительное изображение источника будет находиться на расстоянии $f_2 = 30$ см справа от рассеивающей линзы].

15.48. В вогнутое зеркало радиусом R налит тонкий слой воды. Определить фокусное расстояние этой системы. [$F = \frac{R}{2n}$, где n – показатель преломления воды]

15.49. Некто, сняв очки, читал книгу, держа ее на расстоянии $l = 15$ см от глаз. Какой оптической силы у него очки? [$D = -8/3$ дптр]

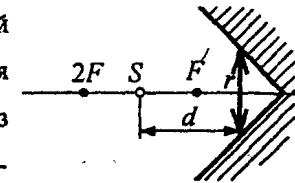
15.50. Как изменится оптическая сила глаза при переводе взгляда от удаленного предмета на расстояние наилучшего зрения? [$\Delta D = 4$ дптр]

15.51. Человек с нормальным зрением начинает смотреть через очки с оптической силой $D = +5$ дптр. Определить предельные положения, на которых может находиться рассматриваемый объект, чтобы его было ясно видно. [11 и 20 см от глаз]

15.52. Предмет рассматривают в лупу, расположив его в фокальной плоскости лупы. При этом предмет выглядит увеличенным в k раз. Какое максимальное увеличение может дать эта лупа?

[$k + 1$, предмет нужно разместить ближе к лупе, чтобы мнимое изображение предмета располагалось на расстоянии наилучшего зрения]

15.53. Два плоских зеркала образуют двугранный угол, равный 90° . В угол вставлена собирающая линза, имеющая фокусное расстояние F , так что ее главная оптическая ось составляет угол 45° с каждым зеркалом. Радиус $r = F$. На главной оптической оси линзы на расстоянии $d = 1,5 F$ находится источник света S . Найти положение одного из изображений источника света, которое находится на главной оптической оси.



[На расстоянии $F/2$ слева от плоскости линзы]

16. ВОЛНЫ. ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

Распространение волн

16.1. Плоская волна представлена уравнением $S(x, t) = 0,05 \sin(1980t - 6x)$, где S – смещение частиц, см; t – время, с; x – расстояние по оси, м. Определить разность фаз между колеблющимися точками, находящимися на расстоянии $\Delta x = 35$ см друг от друга.

[$\Delta \varphi = 2,1$ рад]

16.2. Волна распространяется со скоростью 6 м/с при частоте 4 Гц. Чему равна разность фаз точек волны, отстоящих друг от друга на 50 см? [$\Delta \varphi = 120^\circ$]

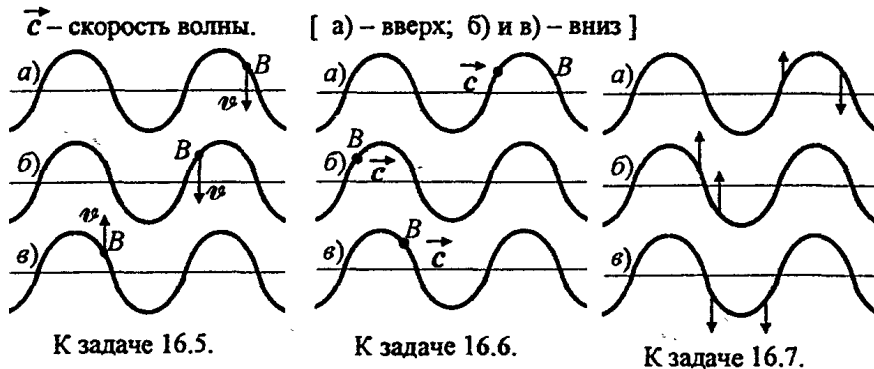
16.3. Мимо неподвижного наблюдателя за 10 с прошло 4 гребня волны. Каков период колебаний частиц? [$T = 2,5$ с]

16.4. Волна от катера, проходящего по озеру, дошла до берега через 1 мин, причем расстояние между соседними гребнями оказалось равным 1,5 м, а время между двумя последовательными ударами о берег равно 2 с. Как далеко от берега проходил катер? [$l=45$ м]

16.5. В каком направлении движется волна, если частица B имеет направление скорости, показанное на рис. ?

[а) влево; б) и в) вправо]

16.6. В каком направлении смещается частица B (см. рис.) ?



16.7. На рис. показано направление скорости двух точек волны. Какая это волна?

[а) и б) – поперечная бегущая; в) – поперечная стоячая]

16.8. Радиолокатор работает на длине волны $\lambda = 15$ см и испускает импульсы с частотой $\nu = 4$ кГц. Длительность каждого импульса $t = 2$ мкс. Какова наибольшая дальность обнаружения цели? Сколько колебаний содержится в одном импульсе?

[$L_{\max} = 37,5$ км; $N = 4000$ колебаний]

16.9. Два дельфина движутся навстречу друг другу. Один из них издает звуковые импульсы с частотой ν . С какой частотой ν_1 приходят эти импульсы к другому дельфину, если скорость дельфинов относительно воды равна v ? Скорость звука в воде равна c .

[$\nu_1 = \nu \frac{c+v}{c-v}$]

16.10. Самолет летит горизонтально на высоте $H = 4$ км со сверхзвуковой скоростью. Звук дошел до наблюдателя через $t = 10$ с после того, как над ним пролетел самолет. Определить скорость самолета, если скорость звука $v_0 = 330$ м/с. [$v = \frac{Hv_0}{\sqrt{H^2 - (v_0 t)^2}}$]

Колебательный контур

16.11. Емкость колебательного контура радиоприемника $C = 0,2$ пФ, а в катушке индуктивности возникает ЭДС самоиндукции $\varepsilon = 0,1$ В при скорости изменения в ней тока, равной 2 А/с. Определить, на какую длину волны настроен радиоприемник. [$\lambda = 188$ м]

16.12. Колебательный контур приемника состоит из катушки и конденсатора с площадью пластин $S = 800$ см² и расстоянием $d = 1$ мм между ними, заполненного слюдой (диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 7$). На какую длину волны настроен контур, если известно отношение максимального напряжения на конденсаторе к максимальному току в катушке $n = 100$ В/А; активным сопротивлением пренебречь.

[$\lambda = 933$ м]

Интерференция

16.13. В эксперименте с двумя щелями, расстояние между которыми $D = 0,1$ мм, а расстояние от щелей до экрана $L = 1$ м, размещен источник света. Каким будет расстояние Δx между соседними световыми линиями, если использовать желтый свет с длиной волны $\lambda = 600$ нм.

[$\Delta x = \frac{\lambda L}{D} = 6 \cdot 10^{-3}$ м]

16.14. На диафрагму с двумя узкими щелями, находящимися на расстоянии $d = 2,5$ мм, падает по нормали к ней монохроматический свет. Интерференционная картинка образуется на экране, отстоящем от диафрагмы на расстоянии $l = 100$ см. Куда и на какое расстояние сме-

стятся интерференционные полосы, если одну из щелей закрыть стеклянной пластинкой толщиной $b = 10$ мкм ($n = 1,5$)?

[На $\Delta y = \frac{(n-1)bL}{a} = 2$ мм в сторону перекрытой щели]

16.15. Приемник радиосигналов, следящий за появлением спутника Земли из-за горизонта, расположен на берегу озера на высоте $H = 3$ м над поверхностью воды. По мере поднятия спутника над горизонтом наблюдаются периодические изменения интенсивности принимаемого сигнала. Определить частоту радиосигнала спутника, если максимумы интенсивности наблюдались при углах возвышения спутника над горизонтом: $\alpha_1 = 3^\circ$ и $\alpha_2 = 6^\circ$. [$\nu = 10^9$ Гц]

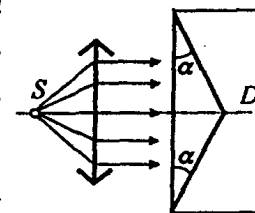
16.16. Два плоских зеркала образуют между собой угол $(180^\circ - 2\alpha)$, близкий к 180° . На равных расстояниях l от зеркал расположен источник света S . Определить расстояние между соседними интерференционными полосами на экране, находящимися на расстоянии $L \gg l$ линии пересечения зеркал. Длина световой волны λ .

[$\Delta = \frac{\lambda L}{4al}$]

16.17. Собирающую линзу диаметром $D = 5$ см с фокусным расстоянием $f = 50$ см разрезали по диаметру пополам и половинки раздвинули на расстояние $d = 5$ мм. Точечный источник света расположен на расстоянии $a = 1$ м от линзы. На каком расстоянии от линзы можно наблюдать интерференционную картинку? Щель между половинками линзы закрыта. [$L = \frac{2F(D+d)}{D-d}$]

16.18. Собирающая линза, имеющая фокусное расстояние $F = 10$ см, разрезана пополам, и половинки раздвинуты на расстояние $l = 0,5$ мм. Оценить число интерференционных полос на экране, расположенном за линзой на расстоянии $b = 60$ см, если перед линзой находится точечный источник монохроматического света ($\lambda = 500$ нм), удаленный от нее на $a = 15$ см. Щель между половинками линзы закрыта непрозрачным экраном. [25 полос]

16.19. Точечный источник света S расположен в фокусе линзы, за которой находится бипризма с углом $\alpha = 0,01$ рад и высотой $D = 6$ см. На каком расстоянии L от бипризмы можно наблюдать наибольшее число интерференционных полос? Сколько полос в этом случае можно увидеть на экране? Чему равна ширина полос? Коэффициент преломления стекла бипризмы $n = 1,5$, длина волны света $\lambda = 0,5$ мкм.



[$L = 3$ м; $N = 6 \cdot 10^2$ полос; ширина полосы $\Delta = 50$ мкм]

16.20. Тонкая пленка с показателем преломления $n = 1,5$ освещается светом с длиной волны $\lambda = 600$ нм. При какой минимальной толщине пленки резко возрастает интенсивность отраженного света, если пленка расположена на материале с показателем преломления $n > 1,5$?

[$d = \frac{\lambda}{2n}$; $d = 200$ нм]

16.21. На стеклянную пластинку ($n_1 = 1,5$) нанесена прозрачная пленка ($n_2 = 1,4$). На пленку нормально к поверхности падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 600$ нм. Какова должна быть наименьшая толщина пленки, если в результате интерференции отраженные лучи максимально ослаблены? [$d_{\min} = \frac{\lambda}{4n_2} = 107$ нм]

16.22. В тонкой клинообразной пластинке в отраженном свете при нормальном падении лучей с длиной волны $\lambda = 450$ нм наблюдаются темные интерференционные полосы, расстояние между которыми $b = 1,5$ мм. Найти угол θ между гранями пластинки, если ее показатель преломления $n = 1,5$. [$\theta \approx \text{tg } \theta \approx \frac{\lambda}{2nb} \approx 10^{-4} \approx 20''$]

16.23. На установку для получения колец Ньютона падает нормально монохроматический свет ($\lambda = 0,5$ мкм). Определить толщину воздушного слоя там, где наблюдается пятое темное кольцо.

[$h = 2,5 \lambda = 1,25$ мкм]

Дифракционная решетка

16.24. Дифракционная решетка содержит 100 штрихов на 1 мм длины. Определить длину волны монохроматического света, падающего на решетку нормально, если угол между двумя спектрами первого порядка равен 8° . [$\lambda = d \sin \frac{\alpha}{2} = 0,7 \text{ мкм}$]

16.25. Какой наибольший порядок спектра натрия ($\lambda = 590 \text{ нм}$) можно наблюдать при помощи дифракционной решетки, имеющей 500 штрихов на 1 мм, если свет падает на решетку нормально?

$$[k_{\max} = d/\lambda = 3]$$

16.26. Сколько штрихов на 1 мм длины имеет дифракционная решетка, если зеленая линия ртути с длиной волны $\lambda = 5,461 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ в спектре первого порядка наблюдается под углом $19,8^\circ$? Определить также наибольший порядок спектра, который может образовать эта дифракционная решетка. [$d = 0,161 \cdot 10^{-5} \text{ м}$; $k_{\max} = 2$; $N = 620 \text{ мм}^{-1}$]

16.27. На дифракционную решетку падает нормально пучок света. Чему должна быть равна постоянная дифракционной решетки, чтобы в направлении, составляющем 39° к оси пучка, совпали максимумы двух линий с длиной волны $\lambda_1 = 419,5 \text{ нм}$ и $\lambda_2 = 629,3 \text{ нм}$. [$d = 2 \cdot 10^{-6} \text{ м}$]

16.28. На дифракционную решетку с периодом $d = 2 \text{ мкм}$ падает нормально свет, пропущенный сквозь светофильтр. Фильтр пропускает волны длиной от $\lambda_{\min} = 500$ до $\lambda_{\max} = 600 \text{ нм}$. Будут ли спектры различных порядков накладываться один на другой?

$$[\text{ Не будут, так как } (k+1)\lambda_1 > k\lambda_2 \text{ для всех } k < k_{\max}]$$

16.29. На каком расстоянии одна от другой будут находиться на экране две линии спектра ртути с длинами волн $\lambda_1 = 577 \text{ нм}$ и $\lambda_2 = 579,1 \text{ нм}$ в спектре первого порядка, полученном при помощи

дифракционной решетки с периодом $d = 4 \text{ мкм}$? Фокусное расстояние линзы, проецирующей спектр на экран, $F = 60 \text{ см}$. Лучи падают на решетку нормально. [$b = F(\text{tg} \alpha_2 - \text{tg} \alpha_1) = 0,325 \text{ мм}$]

16.30. Период дифракционной решетки $d = 4 \text{ мкм}$. Дифракционная картина наблюдается с помощью линзы с фокусным расстоянием $F = 40 \text{ см}$. Определить длину световой волны падающего нормально на решетку света, если первый максимум получается на расстоянии 5 см от центрального. [$\lambda = d \arctg(x/F) = 0,5 \text{ мкм}$]

17. КВАНТОВАЯ ОПТИКА

Энергия и импульс фотонов. Давление света

17.1. Определить энергию, массу и импульс фотона рентгеновских лучей с длиной волны $\lambda = 100 \text{ пм}$. Сравнить массу этого фотона с массой покоя электрона.

$$[E = h \frac{c}{\lambda} = 1,99 \cdot 10^{-15} \text{ Дж}; m = \frac{E}{c^2} = 2,2 \cdot 10^{-32} \text{ кг}; p = \frac{E}{c} = 6,625 \cdot 10^{-24} \text{ кг} \cdot \text{м/с}]$$

17.2. При какой температуре средняя кинетическая энергия теплового движения молекул одноатомного газа равна энергии фотонов рентгеновских лучей с длиной волны $\lambda = 0,1 \text{ нм}$?

$$[T = \frac{2hc}{3k\lambda}; T = 96 \cdot 10^6 \text{ К}]$$

17.3. Точечный изотропный источник испускает свет с длиной волны λ . Световая мощность источника P . Найти расстояние от источника до точки, где средняя концентрация фотонов равна n .

$$[r = \sqrt{\frac{P\lambda}{4\pi n h c}}]$$

17.4. Мощность точечного источника монохроматического света $P_0 = 10 \text{ Вт}$ на длине волны $\lambda = 500 \text{ нм}$. На каком максимальном расстоянии R этот источник будет замечен человеком, если глаз реагирует на

световой поток, соответствующий излучению 60 фотонов в секунду?

Диаметр зрачка $d_{\text{зр}} = 0,5$ см.

$$\left[R = \frac{d}{4} \sqrt{\frac{Px}{hcn}} = 0,8 \cdot 10^6 \text{ м} \right]$$

17.5. Лазер излучил короткий световой импульс длительностью $\tau = 0,13$ мкс с энергией $E = 10$ Дж. Найти среднее давление такого импульса, если его сфокусировать в пятно диаметром $d = 10$ мкм на поверхность, перпендикулярную к пучку, с коэффициентом отражения $\rho = 0,5$. $\left[p = \frac{4}{\pi d^2} (1 + \rho) \frac{E}{\tau c} = 5 \cdot 10^9 \text{ Па} \right]$

17.6. Свет от солнца падает на плоское зеркало площадью $S = 1 \text{ м}^2$ под углом $\alpha = 60^\circ$. Найти силу светового давления, считая, что зеркало полностью отражает весь падающий на него свет. Известно, что средняя мощность солнечного излучения, приходящаяся на 1 м^2 земной поверхности, перпендикулярной к излучению, $P = 1,4 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2$. $\left[F = \frac{2PS \cos \alpha}{c} = 4,7 \cdot 10^{-6} \text{ Н} \right]$

Фотоэффект

17.7. Изолированная металлическая пластинка освещается светом с длиной волны 450 нм. Работа выхода электронов из металла $A_{\text{вых}} = 2$ эВ. До какого потенциала зарядится пластинка при непрерывном действии света? $\left[\varphi = \frac{hc/\lambda - A_{\text{вых}}}{|e|} = 0,75 \text{ В} \right]$

17.8. Красная граница фотоэффекта для платины лежит около $\lambda_1 = 198$ нм. Если платину прокалить при высокой температуре, то красная граница фотоэффекта станет равной $\lambda_2 = 220$ нм. На сколько прокалывание уменьшает работу выхода электронов?

$$\left[A_{\text{вых}} = hc \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) = 0,6 \text{ эВ} \right]$$

17.9. Плоский алюминиевый электрод освещается ультрафиолетовым светом с длиной волны $\lambda = 83$ нм. На какое максимальное

расстояние l от поверхности электрода может удалиться фотозлектрон, если вне электрода имеется задерживающее электрическое поле напряженностью $E = 7,5$ В/см? Красная граница фотоэффекта для алюминия соответствует длине волны $\lambda_0 = 332$ нм.

$$\left[l = \frac{hc}{E|e|} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right) = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ м} \right]$$

17.10. Излучение аргонного лазера с длиной волны $\lambda = 500$ нм сфокусировано на плоском фотокатоде в пятно диаметром $d = 0,1$ мм. Работа выхода фотокатода $A = 2$ эВ. На плоский анод, расположенный на расстоянии $L = 30$ мм от катода, подано ускоряющее напряжение $U = 4$ кВ. Найти диаметр пятна фотозлектронов на аноде. Анод расположен параллельно поверхности катода.

$$\left[D = d + 4L \sqrt{\frac{hc/\lambda - A}{eU}} = 1,4 \text{ мм} \right]$$

Корпускулярно-волновой дуализм

17.11. Какова длина волны, ассоциированная: а) с электроном, энергия которого равна 100 эВ; б) с шаром массой 0,047 кг, скорость которого 60 м/с.

$$\left[\lambda_1 = 1,25 \text{ Å}, \lambda_2 = 2,39 \cdot 10^{-24} \text{ Å} \right]$$

17.12. Определите релятивистскую массу электрона, длина волны которого 0,0420 Å. Чему равна релятивистская масса фотона, длина волны которого 0,0420 Å?

$$\left[m_e = 5,25 \cdot 10^{-30} \text{ кг}, m_\phi = 5,24 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \right]$$

17.13. Найдите импульс и энергию: а) рентгеновского фотона и б) электрона, если длина волны того и другого равна 1,00 Å.

$$\left[\text{а) } p = 6,6 \cdot 10^{-24} \text{ кг·м/с}; W = 1,24 \cdot 10^4 \text{ эВ}, \text{ б) } p = 6,6 \cdot 10^{-24} \text{ кг·м/с}; W = 1,51 \cdot 10^2 \text{ эВ} \right]$$

18. ФИЗИКА АТОМА И АТОМНОГО ЯДРА

Строение атома водорода

18.1. Атом водорода переведен из нормального состояния в возбужденное, характеризуемое главным квантовым числом 2. Найти энергию возбуждения атома. [$W = 10,2 \text{ эВ}$]

18.2. Сколько возможных квантов с различной энергией может испустить атом водорода, если электрон находится на третьей стационарной орбите? [3]

18.3. Какие спектральные линии появятся при возбуждении атомарного водорода электронами с энергией $W = 12,1 \text{ эВ}$?

[Появятся 3 спектральные линии с длинами волн: $\lambda_1 = 1,03 \cdot 10^{-7} \text{ м}$, $\lambda_2 = 6,6 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ и $\lambda_3 = 1,22 \cdot 10^{-7} \text{ м}$]

18.4. Сколько спектральных линий будет испускать водород, атомы которого при возбуждении переходят на n -й энергетический уровень из основного состояния? [$N = \frac{n(n-1)}{2}$]

18.5. Радиус первой орбиты в атоме водорода $r_1 = 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ м}$. Найти напряженность электрического поля ядра на этом расстоянии и кинетическую энергию электрона на этой орбите.

[$E = 5,1 \cdot 10^{11} \text{ В/м}$; $W_k = 2,17 \cdot 10^{-8} \text{ Дж}$]

18.6. Фотон с энергией $E = 16,5 \text{ эВ}$ выбил электрон из невозбужденного атома водорода; m – масса электрона, e – заряд электрона. Какую скорость будет иметь электрон вдали от ядра атома?

[$v = \sqrt{\frac{2}{m} \left(E - k^2 \frac{m e^4}{2 \hbar^2} \right)} = 10^6 \text{ м/с}$]

18.7. Во сколько раз увеличится радиус орбиты электрона у атома водорода, находящегося в основном состоянии, при возбуждении его квантом с энергией $12,09 \text{ эВ}$? [В 9 раз]

18.8. Атом водорода в основном состоянии поглотил квант света с длиной волны $\lambda = 121,5 \text{ нм}$. Определить радиус электронной орбиты возбужденного атома водорода. [$r = 2,12 \cdot 10^{-10} \text{ м}$]

Ядерные реакции. Законы сохранения в ядерных реакциях

18.9. Ядро радиоактивного изотопа $^{226}_{88}\text{Ra}$ испытывает α -распад. Записать уравнение ядерной реакции. [$^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow ^{222}_{86}\text{Rn} + ^4_2\text{He}$]

18.10. Ядро радиоактивного изотопа $^{210}_{84}\text{Po}$ испытывает α -распад. Записать уравнение ядерной реакции. [$^{210}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{206}_{82}\text{Pb} + ^4_2\text{He}$]

18.11. Ядро радиоактивного изотопа $^{90}_{38}\text{Sr}$ испытывает β^- -распад. Записать уравнение ядерной реакции. [$^{90}_{38}\text{Sr} \rightarrow ^{90}_{39}\text{Y} + ^0_{-1}\text{e}$]

18.12. Ядро радиоактивного изотопа $^{214}_{82}\text{Pb}$ испытывает β^- -распад. Записать уравнение ядерной реакции. [$^{214}_{82}\text{Pb} \rightarrow ^{214}_{83}\text{Bi} + ^0_{-1}\text{e}$]

18.13. Ядро радиоактивного изотопа $^{30}_{15}\text{P}$ испытывает β^+ -распад. Записать уравнение ядерной реакции. [$^{30}_{15}\text{P} \rightarrow ^{30}_{14}\text{Si} + ^0_{+1}\text{e}$]

18.14. Ядро радиоактивного изотопа $^{22}_{11}\text{Na}$ испытывает β^+ -распад. Записать уравнение ядерной реакции. [$^{22}_{11}\text{Na} \rightarrow ^{22}_{10}\text{Ne} + ^0_{+1}\text{e}$]

18.15. Ядро азота $^{14}_7\text{N}$ бомбардируется α -частицами. В результате образуется протон и ядро неизвестного химического элемента. Записать уравнение ядерной реакции и определить неизвестный элемент.

[$^{14}_7\text{N} + ^4_2\text{He} \rightarrow ^{17}_8\text{O} + ^1_1\text{H}$, неизвестный элемент – кислород]

18.16. Ядро бериллия ^9_4Be бомбардируется α -частицами. В результате образуется нейтрон и ядро неизвестного химического элемента. Записать уравнение ядерной реакции и определить неизвестный элемент. [$^9_4\text{Be} + ^4_2\text{He} \rightarrow ^{12}_6\text{C} + ^1_0\text{n}$, неизвестный элемент – углерод]

18.17. Написать недостающее обозначение в ядерной реакции ${}^{41}_{19}\text{K} + \dots \rightarrow {}^{44}_{20}\text{Ca} + {}^1_1\text{H}$. [Недостающий элемент ${}^4_2\text{He}$]

18.18. Ядро ${}^{238}_{92}\text{U}$, захватывая нейтрон, испытывает последовательно два β - и один α -распад. Записать ядерные реакции, соответствующие этим превращениям. [${}^{238}_{92}\text{U} + {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^{239}_{92}\text{U}$; ${}^{239}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{239}_{93}\text{Np} + {}^0_{-1}\text{e}$; ${}^{239}_{93}\text{Np} \rightarrow {}^{239}_{94}\text{Pu} + {}^0_{-1}\text{e}$; ${}^{239}_{94}\text{Pu} \rightarrow {}^{235}_{92}\text{U} + {}^4_2\text{He}$]

18.19. Радон ${}^{222}_{86}\text{Rn}$ — это α -радиоактивный газ с атомной массой $A = 222$. Какую долю полной энергии, освобождаемой при распаде радона, уносит α -частица? Считать, что до распада ядро радона покоится. [$\eta = \frac{m_{\text{полония}}}{m_{\alpha} + m_{\text{полония}}} \cdot 100\% = 98\%$]

18.20. В ядерной реакции ${}^7_3\text{Li} + {}^1_1\text{p} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^4_2\text{He}$ протоны налетают на покоящиеся ядра лития. Если энергия налетающих протонов равна $E = 1,9$ МэВ, нейтроны, образующиеся в реакции, покоятся. На сколько можно уменьшить энергию налетающих протонов, чтобы реакция вообще могла бы идти? [На 39 кэВ]

18.21. Какое количество урана ${}^{235}_{92}\text{U}$ расходуется в сутки на атомной электростанции мощностью $P = 5 \cdot 10^3$ кВт? КПД $\eta = 17\%$. При распаде одного ядра ${}^{235}_{92}\text{U}$ выделяется энергия $W_0 = 200$ МэВ. [0,031 кг]

Энергия связи ядер, энергетический выход реакции

18.22. Масса покоя протона $m_p = 1,007276$ а.е.м., масса покоя нейтрона $m_n = 1,008665$ а.е.м. Найти энергию связи между нуклонами и энергию, приходящуюся на один нуклон, для следующих ядер:

- а) гелия ${}^4_2\text{He}$, масса ядра $M_{\text{я}} = 4,00260$ а.е.м.;
- б) лития ${}^6_3\text{Li}$, масса ядра $M_{\text{я}} = 6,01513$ а.е.м.;
- в) алюминия ${}^{27}_{13}\text{Al}$, масса ядра $M_{\text{я}} = 26,9815$ а.е.м.;
- г) урана ${}^{235}_{92}\text{U}$, масса ядра $M_{\text{я}} = 235,1175$ а.е.м.

[а) 27 МэВ; 6,8 МэВ; б) 30,5 МэВ; 5,1 МэВ; в) 218 МэВ; 8,1 МэВ; г) 1668 МэВ; 7,1 МэВ]

18.23. Термоядерная реакция ${}^2_1\text{H} + {}^3_2\text{He} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_1\text{p}$ идет с выделением энергии $Q_1 = 18,4$ МэВ. Какая энергия выделяется в реакции ${}^3_2\text{He} + {}^3_2\text{He} \rightarrow {}^4_2\text{He} + 2 {}^1_1\text{p}$, если дефект масс ядра ${}^3_2\text{He}$ на $\Delta m = 0,006$ а.е.м. больше, чем у ядра ${}^2_1\text{H}$? [12,8 МэВ]

18.24. Найти энергию, освобождающуюся при ядерной реакции ${}^7_3\text{Li} + {}^1_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^4_2\text{He}$. Масса ядра атома лития 7,01823 а.е.м. [19 МэВ]

Закон радиоактивного распада

18.25. Во сколько раз уменьшится число атомов одного из изотопов радона за 1,91 суток? Период полураспада этого изотопа радона $T = 3,82$ суток. [В 1,41 раз]

18.26. В результате α -распада 1 г радия за год образовалась некоторая масса гелия, занимающая при нормальных условиях объем $0,043 \text{ см}^3$. Найти из этих данных число Авогадро. Период полураспада радия 1590 лет. [$N_A = 6 \cdot 10^{23}$ моль]

18.27. В калориметр с теплоемкостью $c = 100$ Дж/К помещен образец радиоактивного кобальта с молярной массой $\mu = 61 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Масса образца $m = 10$ нг. При распаде одного ядра кобальта выделяется энергия $W = 2 \cdot 10^{-19}$ Дж. Через время $\tau = 50$ мин температура калориметра повысилась на $\Delta t = 0,06^\circ\text{C}$. Каков период полураспада кобальта? [$T = -\frac{\tau}{\log_2\left(1 - \frac{c\mu\Delta t}{N_A m W}\right)} = 5738 \text{ с}$]

19. СПЕЦИАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Замедление времени, сокращение длины, нарастание массы.

Закон сложения скоростей

19.1. Реактивный самолет летит со скоростью 1000 м/с. На сколько будут отличаться показания часов в самолете от показаний часов на Земле? [На $5 \cdot 10^{-10} \%$ или на 1 с за 10 000 лет]

19.2. Стержень пролетает с постоянной скоростью мимо метки, неподвижной в K -системе отсчета, в течение времени Δt . В системе же отсчета, связанной со стержнем (K'), метка движется вдоль него в течение времени $\Delta t'$. Найти собственную длину стержня l_0 .

$$[l_0 = c \sqrt{(\Delta t')^2 - (\Delta t)^2}]$$

19.3. Чему равно релятивистское сокращение метрового стержня, движущегося мимо наблюдателя со скоростью $1,8 \cdot 10^8$ м/с?

$$[0,2 \text{ м}]$$

19.4. Два стержня одинаковой собственной длиной l_0 движутся на встречу параллельно общей горизонтальной оси. В системе отсчета, связанной с одним из стержней, промежуток времени между моментами совпадения левых и правых концов стержней оказался равным Δt . Какова скорость одного стержня относительно другого?

$$[v = \frac{2l_0}{\Delta t(1 + l_0/c\Delta t)^2}]$$

19.5. Найти собственную длину стержня l_0 , если в системе отсчета, по отношению к которой он движется со скоростью, в 2 раза меньшей скорости света, его длина равна l , а угол между ним и направлением движения составляет α .

$$[l_0 = l \sqrt{\frac{1 - \beta^2 \sin^2 \alpha}{1 - \beta^2}}]$$

19.6. Имеется треугольник, собственная длина каждой стороны которого равна l_0 . Найти периметр этого треугольника в системе отсчета, движущейся относительно него с постоянной скоростью u вдоль одной из его биссектрис.

$$[p = l_0 \left(1 + \sqrt{4 - \frac{3u^2}{c^2}} \right)]$$

19.7. Масса тела, движущегося с определенной скоростью, возросла на 20 %. Во сколько раз при этом уменьшилась его длина?

$$[\text{В } 1,2 \text{ раза}]$$

19.8. Во сколько раз движущийся со скоростью $v = 0,999c$ электрон "тяжелее" покоящегося? [В 22,4 раза]

19.9. Ускоритель сообщил радиоактивному ядру скорость $v = 0,4c$. В момент вылета из ускорителя ядро выбросило в направлении своего движения β -частицу со скоростью $u = 0,75c$ относительно ускорителя. Найти скорость v' частицы относительно движущегося ядра.

$$[v' = 0,5c]$$

Сохранение релятивистского импульса и полной энергии

19.10. Частица обладает кинетической энергией W_K и массой покоя m_0 . Определите релятивистскую массу m , скорость v и импульс p частицы.

$$[m = m_0 + \frac{W_K}{c^2}; \quad v = c \sqrt{1 - \left(\frac{m_0 c^2}{m_0 c^2 + W_K} \right)^2}; \quad p = \frac{1}{c} \sqrt{W_K(W_K + 2m_0 c^2)}]$$

19.11. Определить скорость электрона, разогнанного из состояния покоя электрическим полем с разностью потенциалов 10^6 В.

$$[v \approx 2,9 \cdot 10^8 \text{ м/с}]$$

19.12. Электрон прошел ускоряющую разность потенциалов и приобрел кинетическую энергию 0,76 МэВ. Определить скорость электрона.

$$[v = 2,75 \cdot 10^8 \text{ м/с}]$$

19.13. Во сколько увеличится масса движущегося электрона по сравнению с массой покоя, если электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов, приобрел кинетическую энергию 0,76 МэВ ?

[В 2,5 раза]

19.14. Определить максимальную скорость фотоэлектронов, вырывающихся с поверхности серебра ($A_{\text{вых}} = 4,7$ эВ) γ -излучением с длиной волны $\lambda = 2,47$ нм. [$v_{\text{max}} = 2,6 \cdot 10^8$ м/с]

19.15. Рентгеновское тормозное излучение возникает при бомбардировке быстрыми электронами металлического антиматериала рентгеновской трубки. Определить длину волны коротковолновой границы спектра тормозного излучения, если скорость электронов составляет $\beta = 0,4$ скорости света.

$$\left[\lambda = \frac{h}{m_0 c} \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1-\beta^2} = 2,7 \cdot 10^{-11} \text{ м} \right]$$

19.17. Релятивистская частица с массой покоя m_0 и кинетической энергией W_K налетает на такую же покоящуюся частицу. Определите импульс p , кинетическую энергию W_{K1} , скорость v_1 , релятивистскую массу M и массу покоя M_0 составной частицы, образовавшейся в результате взаимодействия.

$$\left[p = \frac{1}{c} \sqrt{W_K (W_K + 2m_0 c^2)}; \quad W_{K1} = (W_K + 2m_0 c^2) - c \sqrt{2m_0 (W_K + 2m_0 c^2)}; \right. \\ \left. v_1 = c \sqrt{\frac{W_K}{W_K + 2m_0 c^2}}; \quad M = 2m_0 + \frac{W_K}{c^2}; \quad M_0 = \frac{1}{c} \sqrt{2m_0 (W_K + 2m_0 c^2)} \right]$$

Задачи по теме “Кинематика”

1.1.1. Пассажир метрополитена наблюдает отправление поезда. Находясь на платформе у начала первого вагона, он замечает, что с момента отправления поезда этот вагон прошел мимо него за время $\tau_1 = 5$ с. Считая движение поезда равноускоренным, найти, за какое время τ_2 мимо пассажира пройдет второй вагон.

1.1.2. Пуля, летящая со скоростью $V = 400$ м/с, попадает в земляной вал и проникает в него на расстояние $l = 20$ см. Какова скорость V_1 пули на расстоянии от поверхности земли, равном $l_1 = 10$ см? Силу сопротивления, действующую на пулю в земле, считать постоянной.

1.1.3. Пассажир, стоящий на перроне, заметил, что первый вагон электропоезда, приближающегося к станции, прошел мимо него в течение $t_1 = 4$ с, а второй - в течение $t_2 = 5$ с. Определить ускорение поезда a , если передний конец поезда остановился на расстоянии $L = 75$ м от пассажира. Движение поезда считать равнозамедленным.

1.1.4. Нарушитель правил дорожного движения промчался на автомобиле мимо поста ГАИ со скоростью $V_1 = 108$ км/час. Спустя $t_1 = 20$ с вслед за нарушителем отправился на мотоцикле инспектор ГАИ и, разгоняясь равноускоренно в течение $t_2 = 40$ с, набрал скорость $V_2 = 144$ км/час. На каком расстоянии S от поста ГАИ инспектор догонит нарушителя, двигаясь после разгона со скоростью V_2 ?

1.1.5. Ракета запущена вертикально вверх с поверхности Земли и на участке разгона имела постоянное ускорение $a = 19,6$ м/с². Какое время t падала ракета с ускорением $g = 9,8$ м/с² после достижения наибольшей в полете высоты, если на участке разгона движение продолжалось в течение времени $\tau = 1$ мин?

1.1.6. Подъемный кран опускает бетонную плиту с постоянной скоростью $V = 1$ м/с. Когда плита находилась на расстоянии $h = 4$ м от

поверхности земли, с нее упал небольшой камень. Каков промежуток времени τ между моментами, в которые камень и плита достигли земли? Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с², толщиной плиты по сравнению с h пренебречь.

1.1.7. Ракета запущена вертикально вверх и во время работы двигателя имела постоянное ускорение $a = 5g$. Спустя $t = 1$ мин после старта двигатель ракеты отключился. Через какое время τ после отключения двигателя ракета упала на землю? Сопротивление воздуха не учитывать.

1.1.8. Шарик бросают вертикально вверх со скоростью $V_0 = 5$ м/с. Пролетев расстояние $h = 1,05$ м, он упруго ударяется о потолок и падает вниз. Через какое время τ после начала движения шарик упадет на пол, если расстояние от пола до потолка $H = 2,25$ м? Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с².

1.1.9. В кабине лифта высотой $H = 2,5$ м, движущейся с ускорением $a = 0,8$ м/с², направленным вниз, с высоты $h = 0,5$ м от пола вертикально вверх бросают маленький шарик. С какой начальной скоростью V_0 относительно лифта брошен шарик, если после броска он поднялся точно до потолка кабины?

1.1.10. Два тела начали падать с одной и той же высоты с интервалом $t = 5$ с. Через какое время τ после начала падения второго тела расстояние между телами будет $d = 200$ м? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с², сопротивление воздуха не учитывать.

1.1.11. Два тела скользят навстречу друг другу по наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 2 \cdot 10^{-4}$ рад. В момент, когда расстояние между ними $S = 130$ см, скорость тела, движущегося вверх, составляет $V_1 = 5$ см/с, а скорость тела, движущегося вниз - $V_2 = 1,5$ см/с. Какие пути S_1 и S_2 пройдут тела до места встречи? Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с², трением тел о плоскость пренебречь.

1.1.12. Жонглер бросает вертикально вверх шарики с одинаковой скоростью через равные промежутки времени. При этом пятый ша-

рик жонглер бросает в тот момент, когда первый шарик возвращается в точку бросания. Найти максимальное расстояние S между первым и вторым шариками, если начальная скорость шариков $v_0 = 5$ м/с. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с². Сопротивлением воздуха пренебречь.

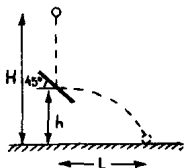
1.1.13. Пловец переплывает реку шириной L по прямой, перпендикулярной берегу, и возвращается обратно, затратив на весь путь время $t_1 = 4$ мин. Проплывая такое же расстояние L вдоль берега реки и возвращаясь обратно, пловец затрачивает время $t_2 = 5$ мин. Во сколько раз α скорость пловца относительно воды превышает скорость течения реки?

1.1.14. Мяч брошен с поверхности земли под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту с начальной скоростью $V = 10$ м/с в направлении вертикальной стенки, расстояние до которой $l = 7$ м. На какой высоте h мяч ударится о стенку? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.1.15. Человек бросает камень через забор высотой $H = 2,5$ м. На какое максимальное расстояние S он может отойти от забора, если бросок производится с высоты $h = 2$ м от поверхности земли со скоростью $V_0 = 5$ м/с под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту? Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

1.1.16. Под каким углом α к горизонту нужно бросить камень, чтобы отношение максимальной высоты подъема камня к дальности его полета составило $n = \sqrt{3}/4$?

1.1.17. Снаряд, вылетевший из пушки под углом $\alpha_1 = 15^\circ$ к горизонту, падает на расстоянии $L_1 = 5$ км. Какой будет дальность полета снаряда L_2 при угле вылета $\alpha_2 = 45^\circ$? Сопротивлением воздуха пренебречь.

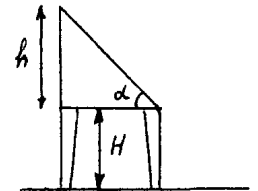


1.1.18. Тело падает с высоты $H = 2$ м без начальной скорости. На высоте $h = 0,5$ м над землей тело испытывает абсолютно упругий удар о закрепленную площадку, наклоненную под углом 45° к горизонту.

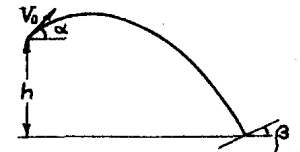
Найти дальность полета тела L .

1.1.19. Пушка делает два выстрела с интервалом $\tau = 10$ с. Каким будет расстояние l между снарядами спустя время $t = \tau$ после второго выстрела? Скорость снаряда при выстреле $V_0 = 300$ м/с, ствол пушки направлен под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. Ускорение свободного падения принять $g = 9,8$ м/с², силу сопротивления воздуха при движении снарядов не учитывать.

1.1.20. Брусок соскальзывает без трения с наклонной плоскости высотой $h = 1$ м и с углом при основании $\alpha = 45^\circ$, а затем свободно падает на пол с высоты $H = 1$ м. Найти угол β между направлением скорости и вертикалью в момент удара бруска о пол. Сопротивлением воздуха пренебречь.

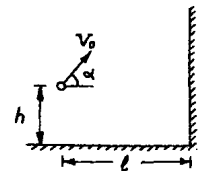


1.1.21. Тело брошено с башни высотой $h = 4,9$ м под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту со скоростью $v_0 = 7$ м/с. При падении на землю тело упруго ударяется о наклонную плоскость и возвращается в точку бросания по той же траектории. Какой угол β составляет наклонная плоскость с горизонтом? Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

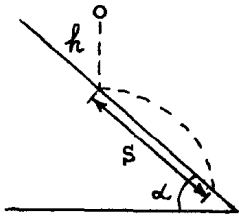


1.1.22. С вершины холма бросили камень под углом к горизонту со скоростью $V_0 = 10$ м/с. В момент падения камня на склон холма величина угла между направлением скорости камня и горизонтом составила $\beta = 60^\circ$, а разность высот точек бросания и падения $\Delta h = 5$ м. Найти угол α между направлением начальной скорости камня V_0 и горизонтом. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

1.1.23. Мальчик бросает мяч в направлении вертикальной стены так, чтобы мяч, отскочив от стены, упал точно к его ногам. Какова должна быть начальная скорость мяча V_0 , если бросок произво-

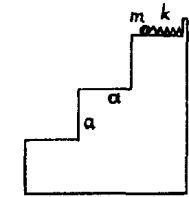


дится с высоты $h = 1,5$ м под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту? Расстояние от мальчика до стены $l = 6$ м. Удар мяча о стену считать абсолютно упругим, ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².



1.1.24. Маленький шарик падает с высоты $h = 50$ см на наклонную плоскость, составляющую угол $\alpha = 45^\circ$ с горизонтом. Найти расстояние S между точками первого и второго соударений шарика с наклонной плоскостью. Соударения считать абсолютно упругими, сопротивлением воздуха пренебречь.

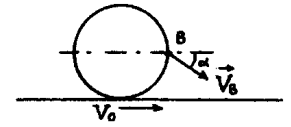
1.1.25. Самолет летит по дуге окружности радиуса $R = 1$ км, сохраняя одну и ту же высоту $h = 1,5$ км. С интервалом времени $\tau = 10,5$ с ($\approx 10\pi/3$ с) с него сбрасывают два мешка. На каком расстоянии S друг от друга упадут на землю эти мешки, если скорость самолета $V = 100$ м/с? Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с², сопротивлением воздуха пренебречь.



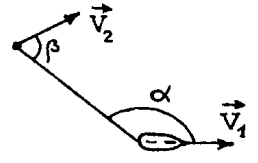
1.1.26. Лестница состоит из трех одинаковых гладких ступенек ширины $a = 30$ см и такой же высоты. На верхней ступеньке расположена в плоскости рисунка невесомая пружина жесткостью $k = 30$ Н/м, правым концом прикрепленная к неподвижной стенке, а левым — упирающаяся в лежащий на ступеньке маленький шарик массой $m = 100$ г. Шарик сдвигают вправо, сжимая пружину, после чего отпускают без начальной скорости. До какой максимальной величины $\Delta l_{\max}$ можно сжать пружину, чтобы выпущенный шарик по одному разу коснулся средней и нижней ступенек? Удар шарика о ступеньку считать абсолютно упругим, трение и сопротивление воздуха не учитывать. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

1.1.27. Колесо катится без проскальзывания по ленте транспортера, движущейся горизонтально со скоростью $V_0 = 1$ м/с, в направлении движения ленты. Известно, что относительно неподвижного наблю-

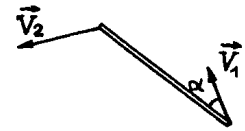
дателя скорость $\vec{V}_B$ точки B , находящейся на ободе колеса на его горизонтальном диаметре, составляет с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Найти скорость V центра колеса относительно неподвижного наблюдателя.



1.1.28. Катер, движущийся со скоростью $V_1 = 30$ км/час, буксирует спортсмена на водных лыжах. Трос, за который держится спортсмен, составляет с направлением движения катера угол $\alpha = 150^\circ$. Направление движения спортсмена образует с тросом угол $\beta = 60^\circ$. Чему равна величина скорости спортсмена V_2 в этот момент времени?



1.1.29. Стержень длиной $l = 0,85$ м движется в горизонтальной плоскости. В некоторый момент времени скорости концов стержня равны $V_1 = 1$ м/с и $V_2 = 1,5$ м/с, причем скорость первого из них направлена под углом $\alpha = 30^\circ$ к стержню. Какова угловая скорость ω вращения стержня вокруг его центра?



Задачи по теме “Динамика”

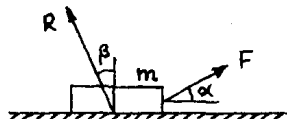
1.2.1. Воздушный шар опускается с ускорением a , направленным вниз. Какой массы m балласт надо сбросить, чтобы шар начал двигаться с тем же по модулю ускорением, направленным вверх? Начальная масса шара с балластом равна m . Сопротивлением воздуха движению шара пренебречь.

1.2.2. Брусок массой $m = 0,51$ кг, лежащий на горизонтальной плоскости, совершает прямолинейное равноускоренное движение под действием горизонтально направленной силы $F = 5$ Н. Если увеличить массу бруска в $\alpha = 2$ раза, то его ускорение под действием той же силы уменьшится в $\beta = 3$ раза. Пользуясь этими данными, вычислить коэффициент трения μ бруска о плоскость. Считать, что сила трения скольжения не зависит от скорости. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

1.2.3. Автомобиль трогается с места с ускорением $a_1 = 2 \text{ м/с}^2$. При скорости $V = 50 \text{ км/ч}$ ускорение автомобиля стало равным $a_2 = 1 \text{ м/с}^2$. С какой установившейся скоростью V_0 будет двигаться автомобиль, если сила сопротивления пропорциональна скорости? Силу тяги двигателя при движении автомобиля считать постоянной.

1.2.4. Участок трассы скоростного спуска, расположенный вниз по склону горы с углом наклона $\alpha = 45^\circ$ к горизонту, горнолыжник прошел, не отталкиваясь палками. Какую максимальную скорость V мог развить спортсмен на этом участке, если его масса $m = 70 \text{ кг}$? Коэффициент трения лыж о снег $\mu = 0,1$, сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату скорости: $F = \beta V^2$, где постоянный коэффициент $\beta = 0,9 \text{ кг/м}$. Ускорение свободного падения принять $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1.2.5. К телу массы m приложена сила F , под действием которой тело движется по горизонтальной поверхности равномерно. Определите угол β , который составляет с вертикалью равнодействующая R сил, действующих на тело со стороны поверхности, если сила F составляет с горизонталью угол α . Ускорение свободного падения g .



1.2.6. По наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 15^\circ$ тело движется вниз равномерно. С каким ускорением a будет двигаться это тело, если угол наклона плоскости увеличить до величины $\beta = 30^\circ$? Ускорение свободного падения принять $g = 10 \text{ м/с}^2$.

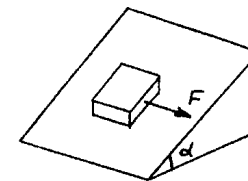
1.2.7. За какое время τ тело соскользнет с высоты h по наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол α , если по плоскости, наклоненной к горизонту под углом β , это тело движется равномерно? Коэффициент трения в обоих случаях один и тот же. Ускорение свободного падения принять $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1.2.8. Санки можно удержать на горке с углом наклона $\alpha = 30^\circ$ ми-

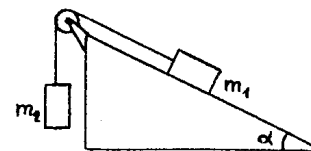
нимальной силой $F = 60 \text{ Н}$, направленной вдоль горки. Предоставленные самим себе они скатываются с ускорением $a = 3,9 \text{ м/с}^2$. Какую минимальную силу F_1 , направленную вдоль горки, нужно приложить к санкам, чтобы тянуть их в горку с постоянной скоростью? Ускорение свободного падения принять $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1.2.9. Брусok массой m находится на наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол α . Определить величину силы R , с которой брусok действует на плоскость, если коэффициент трения между ними μ , а ускорение свободного падения g .

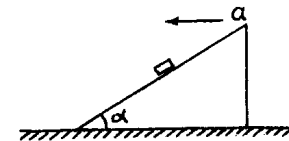
1.2.10. Тело массой $m = 1 \text{ кг}$ покоится на шероховатой поверхности, составляющей с горизонтальной плоскостью угол $\alpha = 30^\circ$. С какой минимальной силой F , направленной горизонтально вдоль линии пересечения плоскостей, нужно подействовать на тело, чтобы стронуть его с места? Коэффициент трения тела о плоскость $\mu = 0,7$. Ускорение свободного падения принять $g = 10 \text{ м/с}^2$.



1.2.11. Два тела массами $m_1 = 0,4 \text{ кг}$ и $m_2 = 0,1 \text{ кг}$ соединены невесомой и нерастяжимой нитью, перекинутой через невесомый блок. Ось блока укреплена на неподвижной наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. При каком минимальном значении коэффициента трения μ тела m_1 и m_2 будут находиться в покое? Трением в оси блока пренебречь.



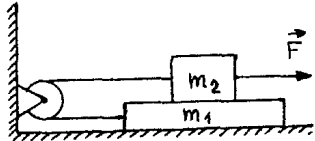
1.2.12. Наклонная плоскость, образующая с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$, движется с ускорением a , направленным влево, как показано на рисунке. При каких значениях a тело, находящееся на наклонной плоскости, будет скользить вверх вдоль нее? Коэффициент трения между телом и плоскостью



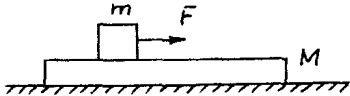
$\mu = 0,3$. Ускорение свободного падения принять $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1.2.13. На материальную точку с массой $m = 1 \text{ кг}$, которая первоначально покоилась, в момент времени $t = 0$ начинает действовать постоянная по величине сила $F = 1 \text{ Н}$. До момента времени $t_1 = 5 \text{ с}$ сила сохраняет постоянное направление, а в момент t_1 происходит поворот вектора силы на 90° , после чего направление силы не меняется. На какое расстояние S удалится материальная точка от своего начального положения к моменту времени $t_2 = 2t_1$, если на нее не действуют никакие другие силы?

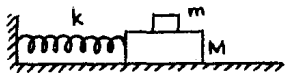
1.2.14. На горизонтальном столе лежит брусок массой $m_1 = 2 \text{ кг}$, на котором помещен второй брусок массой $m_2 = 1 \text{ кг}$. Оба бруска соединены невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через блок, ось которого неподвижна. Какую силу F надо приложить к верхнему бруску в горизонтальном направлении, чтобы он начал двигаться с ускорением $a = 4,9 \text{ м/с}^2$. Коэффициент трения между брусками $\mu = 0,5$. Трением нижнего бруска о стол, трением в блоке и его массой пренебречь.



1.2.15. Брусок массой $M = 4 \text{ кг}$ находится на гладкой горизонтальной поверхности, по которой он может двигаться без трения. На бруске лежит кубик массой $m = 1 \text{ кг}$, к которому приложена горизонтальная сила F . При каком минимальном значении $F_{\min}$ этой силы кубик начнет скользить по бруску? Коэффициент трения между кубиком и бруском $\mu = 0,5$. Ускорение свободного падения принять $g = 9,8 \text{ м/с}^2$.



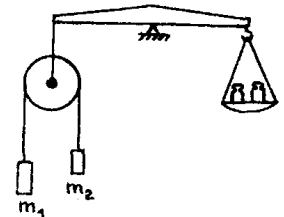
1.2.16. На гладком столе помещен брусок массой $M = 1 \text{ кг}$, на котором лежит коробок массой $m = 50 \text{ г}$. Брусок прикреплен к одному из концов невесомой пружины, другой конец которой заделан в неподвижную стенку. Брусок отводят от



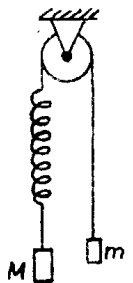
положения равновесия перпендикулярно стенке на расстояние Δl и отпускают без начальной скорости. При каком значении Δl коробок начнет скользить по бруску? Коэффициент трения коробка о брусок $\mu = 0,2$, жесткость пружины $k = 500 \text{ Н/м}$. Ускорение свободного падения принять $g = 10 \text{ м/с}^2$. Трением бруска о стол пренебречь.

1.2.17. Два шарика с массами $m_1 = 600 \text{ г}$ и $m_2 = 400 \text{ г}$ подвешены на легкой нерастяжимой нити, перекинутой через блок. В начальный момент времени блок заторможен, а расстояние между шариками по вертикали $l = 49 \text{ см}$, причем более тяжелый шарик расположен выше. Через какое время τ шарики окажутся на одной горизонтали, если системе позволить двигаться? Блок невесом. Трением пренебречь.

1.2.18. На нерастяжимой нити, перекинутой через невесомый блок, подвешены два груза массами $m_1 = 100 \text{ г}$ и $m_2 = 50 \text{ г}$. В заторможенном состоянии (когда грузы неподвижны) блок уравновешен на рычажных весах. На какую величину Δm нужно изменить массу гирь на правой чашке, чтобы при освобождении блока (когда грузы придут в движение) сохранить равновесие весов?



1.2.19. К грузику массой $M = 300 \text{ г}$ прикреплен пружина, другой конец которой привязан к нити, перекинутой через блок. На втором конце нити подвешен грузик массой $m = 200 \text{ г}$. Когда блок заторможен, длина пружины $l = 15 \text{ см}$. Какую длину l_1 будет иметь пружина, если блок освободить? Считать, что колебания в системе не возникнут, т.е. грузики будут двигаться с постоянным ускорением. Длина недеформированной пружины $l_0 = 10 \text{ см}$. Массой пружины, нити и блока, а также трением в блоке пренебречь.

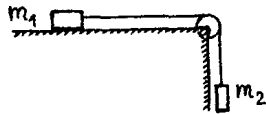


1.2.20. Два одинаковых груза массой $M = 1 \text{ кг}$ связаны между собой



нитью, перекинутой через блок с неподвижной осью. На один из грузов кладут перегрузок массой $m = 0,1$ кг. С какой силой F будет давить перегрузок на груз M ? Массой блока и нити, а также трением в оси блока пренебречь, нить считать нерастяжимой, ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

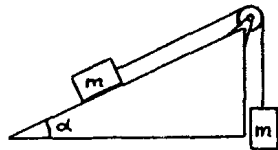
1.2.21. На горизонтальном столе находится брусок массы $m_1 = 0,1$ кг, к которому привязана нерастяжимая нить. Второй конец нити



перекинут через блок и прикреплен к грузу массы $m_2 = 0,2$ кг. Коэффициент трения между бруском и столом $\mu = 0,5$. Пренебрегая

массой блока, определить силу F , с которой нить действует на блок.

1.2.22. Два одинаковых бруска массой $m = 0,1$ кг каждый, соединены невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через блок, установленный на наклонной плоскости. Плоскость образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Пренебрегая трением в системе, найти силу F , которая действует со стороны нити на блок. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².



Массой блока пренебречь.

1.2.23. Маленький шарик массы $m = 100$ г подвешен на длинной нити к потолку вагона, который равномерно движется по криволинейному участку пути со скоростью $V = 72$ км/час. С какой силой T натянута нить, если радиус закругления участка пути $R = 200$ м?

1.2.24. Две звезды одинаковой массой M движутся по окружности радиусом R , располагаясь на противоположных концах диаметра окружности. Пренебрегая влиянием всех других небесных тел, определить период T обращения звезд. Гравитационная постоянная G .

1.2.25. Вокруг планеты, имеющей форму шара радиуса r , по круговой орбите движется спутник. Определить радиус орбиты спутника R , считая известными ускорение свободного падения у поверхности планеты g и период обращения спутника T .

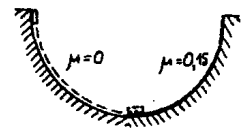
1.2.26. Спутник движется по круговой орбите, радиус которой составляет n радиусов планеты. Какова плотность вещества планеты ρ , если период обращения спутника T ? Планету считать однородным шаром. Гравитационная постоянная G .

1.2.27. Вес тела на экваторе составляет $\eta = 97\%$ от веса этого же тела на полюсе. Найти период вращения планеты вокруг своей оси T , если плотность вещества планеты $\rho = 2,5 \cdot 10^3$ кг/м³, гравитационная постоянная $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ м³кг⁻¹с⁻². Планету считать однородным шаром.

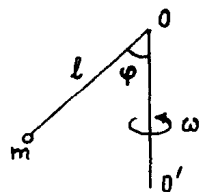
1.2.28. Известно, что сила тяжести, действующая на тело на высоте h над поверхностью планеты на полюсе, равна весу этого же тела на поверхности планеты на экваторе. Найти период T вращения планеты вокруг оси, если радиус планеты R , а ускорение свободного падения у поверхности на полюсе g . Планету считать однородным шаром.

1.2.29. Шарик, подвешенному на нити, сообщили некоторую начальную скорость, после чего он начал вращаться по окружности в вертикальной плоскости. Определить массу шарика m , если известно, что сила натяжения нити в верхней точке траектории составляет $T_1 = 1$ Н, а в нижней точке траектории $T_2 = 2$ Н. Сопротивлением воздуха пренебречь, ускорение свободного падения $g = 9,8$ м/с².

1.2.30. Маленькое тело соскальзывает без начальной скорости по внутренней поверхности полусферы с высоты, равной ее радиусу. Одна половина полусферы абсолютно гладкая, а другая - шероховатая, причем на этой половине коэффициент трения между телом и поверхностью $\mu = 0,15$. Определить ускорение a тела в тот момент, как только оно перейдет на шероховатую поверхность. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².



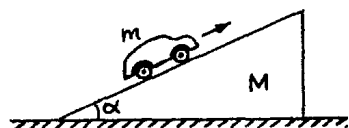
1.2.31. Металлический стержень, изогнутый под углом $\varphi = 45^\circ$, как показано на рисунке, вращается с угловой скоростью $\omega = 6$ рад/с



вокруг вертикальной оси OO' . К концу стержня прикреплен груз массой $m = 0,1$ кг на расстоянии $l = 0,1$ м от точки O . Определить модуль F силы, с которой стержень действует на груз. Ускорение свободного падения $g = 9,8$ м/с².

Задачи по теме “Законы сохранения в механике”

1.3.1. Клин массой $M = 0,5$ кг с углом при основании $\alpha = 30^\circ$ поко-



ится на гладкой горизонтальной плоскости. На наклонную поверхность клина ставят заводной автомобиль массой $m = 0,1$ кг и отпускают без начальной скорости, после чего автомобиль начинает

движение вверх по клину в плоскости рисунка. Найти скорость U автомобиля относительно клина в момент, когда клин приобретает относительно плоскости скорость $V = 2$ см/с.

1.3.2. На прямолинейном горизонтальном участке пути стоят $N = 5$ одинаковых вагонов. Промежутки между соседними вагонами одинаковы и равны $L = 30$ м. К крайнему вагону подкатывается еще один такой же вагон, имеющий скорость $V_0 = 2$ м/с. В результате N последовательных столкновений, в каждом из которых сталкивающиеся вагоны сцепляются вместе, все $N + 1$ вагонов соединяются в один состав. Найти время t между первым и последним столкновениями. Силами сопротивления движению вагонов пренебречь.

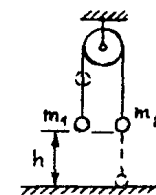
1.3.3. Граната разрывается в наивысшей точке траектории на два одинаковых осколка. Один из осколков летит в обратном направлении с той же по модулю скоростью, которую имела граната до разрыва. На каком расстоянии l от места бросания гранаты упадет на землю второй осколок, если расстояние по горизонтали от места бросания до точки, над которой произошел разрыв гранаты, составляет $a = 15$ м? Граната брошена от поверхности земли. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.3.4. Граната массой $m = 1$ кг разорвалась на высоте $h = 6$ м над землей на два осколка. Непосредственно перед разрывом скорость гранаты была направлена горизонтально и по модулю равна $V = 10$ м/с. Один из осколков массой $m_1 = 0,4$ кг полетел вертикально вниз и упал на землю под местом разрыва со скоростью $V_1 = 40$ м/с. Чему равен модуль скорости V_2 второго осколка сразу после разрыва?

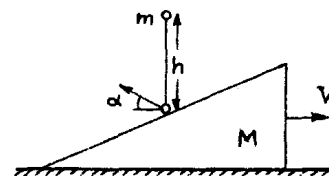
1.3.5. Кузнечик сидит на одном из концов соломинки длины $l = 50$ см, покоящейся на гладком полу. С какой минимальной относительно пола скоростью V_0 он должен прыгнуть, чтобы при приземлении попасть точно на второй конец соломинки? Масса кузнечика в $\beta = 3$ раза больше массы соломинки. Размерами кузнечика и трением между полом и соломинкой пренебречь.

1.3.6. Из пушки производится выстрел таким образом, что дальность полета снаряда в $\alpha = 2$ раза превышает максимальную высоту траектории. Считая известной величину начального импульса снаряда $p_0 = 1000$ кгм/с, определить величину его импульса p в верхней точке траектории. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.3.7. Два груза массами m_1 и m_2 подвешены на концах нити, перекинутой через блок. Оба груза вначале неподвижны и находятся на одной высоте h над горизонтальной подставкой. Найти величину изменения импульса системы грузов Δp за время, прошедшее от начала их движения до момента, когда один из грузов коснется подставки. Нить невесома и нерастяжима, блок невесом.

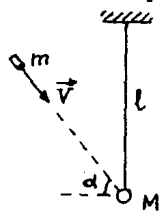


1.3.8. На покоящийся на гладком горизонтальном столе клин массой $M = 1$ кг с высоты $h = 50$ см падает шарик массой $m = 10$ г и отскакивает под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Найти скорость клина V после удара. Соударение между шариком и клином считать абсолютно упругим, трение между клином и столом не учитывать. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².



1.3.9. Тело массы $m_0 = 0,1$ кг подвешено на длинной невесомой нити. Нить отклонили так, что тело поднялось на высоту $h = 0,4$ м. После этого тело отпустили. В момент, когда оно проходило нижнюю точку траектории, в тело попал горизонтально летевший пластилиновый шарик, который прилип к телу, после чего тело остановилось. С какой скоростью V_1 летел шарик, если его масса $m_1 = 7$ г?

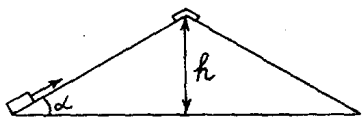
1.3.10. Шар массой $M = 1$ кг подвешен на нити длиной $l = 1,25$ м. В шар попадает пуля массой $m = 10$ г, летящая со скоростью $V = 500$ м/с под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту, и застревает в нем. Определить максимальный угол β отклонения нити от вертикали. Ускорение свободного падения $g = 9,8$ м/с².



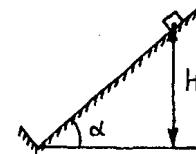
1.3.11. Два одинаковых груза нужно поднять на крышу дома. Один рабочий решил поднимать груз на веревке равномерно вертикально вверх, второй – тянуть груз равномерно вверх по трапу, угол наклона которого к горизонту $\alpha = 60^\circ$, а коэффициент трения между грузом и трапом $\mu = 0,05$. Во сколько раз β отличаются работы, совершенные при подъеме грузов на крышу обоими рабочими?

1.3.12. С горки высоты $h = 2$ м с углом наклона $\alpha = 45^\circ$ начинают скатываться санки с нулевой начальной скоростью. Найти скорость V санок у основания горки, если на верхней половине горки коэффициент трения пренебрежимо мал, а на нижней половине коэффициент трения $\mu = 0,1$.

1.3.13. Кирпич, лежащий на краю крыши дома, толкнули вверх вдоль ската со скоростью $V = 10$ м/с. После упругого удара о конек кирпич соскользнул обратно и остановился на краю крыши. Найти коэффициент трения μ между кирпичом и поверхностью крыши, если конек находится на высоте $h = 2,5$ м от края крыши, а угол наклона крыши к горизонту $\alpha = 30^\circ$. Ускорение свободного падения $g = 9,8$ м/с².

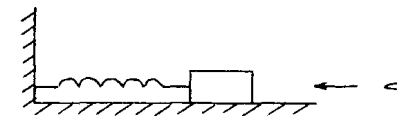


1.3.14. С наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 45^\circ$ с горизонталью, соскальзывает без начальной скорости небольшое тело и ударяется о выступ, перпендикулярный наклонной плоскости. Считая удар о выступ абсолютно упругим, найти, на какую высоту h поднимется тело после удара. Начальная высота тела $H = 1$ м, коэффициент трения о плоскость $\mu = 0,5$.

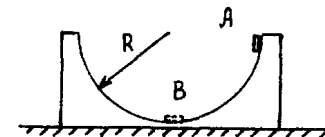


1.3.15. На горизонтальной плоскости лежит деревянный брусок массой $M = 100$ г. В брусок попадает пуля массой $m = 10$ г, летящая горизонтально со скоростью $V_1 = 800$ м/с, и пробивает его насквозь. Скорость пули после вылета из бруска $V_2 = 200$ м/с. Какое количество энергии Q перешло в тепло в процессе удара? Трением бруска о плоскость пренебречь.

1.3.16. На горизонтальной плоскости лежит деревянный брусок массой $M = 4$ кг, прикрепленный к вертикальной стенке пружиной с коэффициентом упругости $k = 100$ Н/м. В центр бруска попадает пуля массой $m = 10$ г, летящая горизонтально и параллельно пружине, и застревает в нем. Определить скорость пули, если максимальное сжатие пружины после удара составило $\Delta l = 30$ см. Трением бруска о плоскость пренебречь.



1.3.17. Сферическая чашка массой $M = 200$ г покоится на гладкой горизонтальной поверхности. По внутренней поверхности чашки из положения А начинает скользить без начальной скорости маленькое тело массой $m = 20$ г. Какую скорость V будет иметь чашка в тот момент, когда тело достигнет наинизшей точки (положение В), если радиус чашки $R = 8$ см. Трением между всеми поверхностями пренебречь.



1.3.18. Из покоящейся пушки массой $M = 500$ кг, находящейся на гладкой горизонтальной поверхности, производится в горизонтальном направлении выстрел. После выстрела снаряд массой $m = 10$ кг имеет скорость относительно земли $V = 500$ м/с. Какое количество энергии E выделилось при сгорании пороха, если кинетическая энергия снаряда и пушки после выстрела равна αE . При расчетах принять $\alpha = 1/3$.

1.3.19. Граната брошена от поверхности земли под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту с начальной скоростью $V_0 = 10$ м/с. В верхней точке траектории граната разрывается на два одинаковых осколка, скорости которых сразу после взрыва направлены горизонтально. На каком расстоянии l друг от друга упадут осколки, если кинетическая энергия, сообщенная им при взрыве, $E = 18$ Дж, а масса гранаты $m = 1$ кг? Сопротивлением воздуха пренебречь, ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

1.3.20. С пристани на палубу покоящегося непришвартованного катера массы $M = 500$ кг бросают с горизонтальной скоростью $V = 5$ м/с ящик массы $m = 50$ кг, который в результате трения о палубу останавливается на ней. Какое количество тепла Q выделится при трении ящика о палубу? Сопротивлением воды движению катера пренебречь.

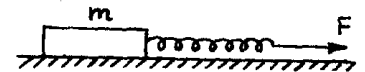
1.3.21. Человек массой $M = 70$ кг, неподвижно стоявший на коньках, бросил вперед в горизонтальном направлении снежный ком массой $m = 3,5$ кг. Какую работу A совершил человек при броске, если после броска он откатился назад на расстояние $S = 0,2$ м? Коэффициент трения коньков о лед $\mu = 0,01$. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

1.3.22. Опираясь о барьер катка, мальчик бросил камень горизонтально со скоростью $V_1 = 5$ м/с. Какова будет скорость V_2 камня относительно мальчика, если он бросит камень горизонтально, совершив при броске прежнюю работу, но стоя на гладком льду? Масса камня $m = 1$ кг, масса мальчика $M = 50$ кг. Трением о лед пренебречь.

1.3.23. При броске тела от поверхности Земли под некоторым углом к горизонту была совершена работа $A = 58,8$ Дж. На каком расстоянии S от места бросания тело упало на Землю, если его масса $m = 1$ кг, а максимальная высота подъема в полете $H = 3$ м?

1.3.24. Спутник запущен на круговую орбиту, проходящую на высоте $h = 350$ км над поверхностью Земли. Через некоторое время спутник перевели на другую круговую орбиту, радиус которой меньше на $\Delta h = 25$ км. На какую величину η изменилась при этом кинетическая энергия спутника по отношению к ее первоначальному значению? Радиус Земли $R = 6400$ км.

1.3.25. Брусок массой $m = 1$ кг покоится на горизонтальной шероховатой поверхности. К нему прикреплена пружина жесткости $k = 20$ Н/м. Какую работу A нужно совершить для того, чтобы сдвинуть с места брусок, растягивая пружину в горизонтальном направлении, если коэффициент трения между бруском и поверхностью $\mu = 0,2$? Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².



1.3.26. Между двумя кубиками с массами m и M находится сжатая пружина. Если кубик с массой M удерживать на месте, а другой освободить, то он отлетает со скоростью V . С какой скоростью V_1 будет двигаться кубик массы m , если оба кубика освободить одновременно? Деформация пружины одинакова в обоих случаях. Трением и массой пружины пренебречь.



1.3.27. Два тела, которые первоначально покоились на гладкой горизонтальной плоскости, расталкиваются зажатой между ними пружиной и начинают двигаться поступательно со скоростями $V_1 = 3$ м/с и $V_2 = 1$ м/с. Вычислить энергию W , которая была запасена в пружине, если известно, что суммарная масса обоих тел $M = 8$ кг. Пружина невесома. Трение отсутствует.

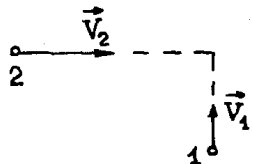
1.3.28. Автомобиль массой $m = 1500$ кг едет по горизонтальному участку дороги со скоростью $V = 72$ км/ч. На какую величину ΔN увеличивается развиваемая двигателем мощность при движении автомобиля с той же скоростью в гору, угол наклона которой составляет $\alpha = 0,1$ рад? Силу сопротивления считать в обоих случаях одинаковой.

1.3.29. Шарик массой $m = 100$ г подвешен на нити длиной $l = 1$ м. Его приводят в движение так, что он обращается по окружности, лежащей в горизонтальной плоскости, которая находится на расстоянии $l/2$ от точки подвеса. Какую работу A нужно совершить для сообщения шарiku такого движения?

1.3.30. Два тела массами $m_1 = 3,8$ г и $m_2 = 6$ г прикреплены к невесомой нити, перекинутой через блок с неподвижной осью. В начальный момент времени груз массы m_2 находится на высоте $h = 1$ м над горизонтальной поверхностью и оба груза неподвижны. Затем грузы отпускают. Определить количество теплоты Q , выделившейся при неупругом ударе тела массы m_2 о горизонтальную поверхность, если это тело сразу после удара останавливается. Силами трения пренебречь. Блок считать невесомым.

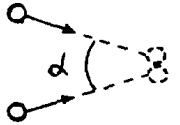
1.3.31. На невесомой нити, перекинутой через неподвижный цилиндр, подвешены два груза с массами $m_1 = 10$ кг и $m_2 = 1$ кг. Первоначально грузы удерживают на одной высоте. При освобождении грузов без начальной скорости первый из них опускается на высоту $h = 2$ м за время $\tau = 1$ с, двигаясь равноускоренно. Какое количество тепла Q выделяется из-за трения нити о поверхность цилиндра за это время? Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

1.3.32. Пластилиновые шарики имеют одинаковую массу m и взаимно перпендикулярные скорости $\vec{V}_1$ и $\vec{V}_2$, лежащие в одной плоскости. В результате столкновения шарики слипаются и движутся как одно целое. Какое количество тепла Q выдели-



лось при столкновении, если $m = 1$ г, $V_1 = 2$ м/с, $V_2 = 4$ м/с.

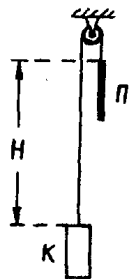
1.3.33. Два одинаковых пластилиновых шара, движущихся с равными по величине скоростями, совершают неупругий удар, после которого слипаются в одно целое. Какой угол α составляли друг с другом векторы скоростей шаров до удара, если при ударе $\eta = 1/2$ начальной кинетической энергии шаров перешло в тепло?



1.3.34. Шарик 1 массой $m = 200$ г движется равномерно со скоростью $V_1 = 10$ м/с. Навстречу ему движется шарик 2 такой же массы со скоростью $V_2 = 8$ м/с. После соударения шарик 1 стал двигаться перпендикулярно направлению его движения до соударения со скоростью $U_1 = 5$ м/с. Какое количество тепла Q выделилось при соударении шариков?

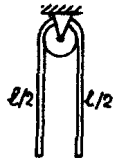
1.3.35. Частица, движущаяся в вакууме со скоростью $V_1 = 1000$ м/с, налетает на покоящуюся частицу, масса которой в 3 раза больше массы первой частицы. Происходит упругое нецентрально соударение, после которого вторая частица начинает двигаться под углом 45° к первоначальному направлению движения первой частицы. Определить величины скоростей U_1 и U_2 обеих частиц после соударения. Силу тяжести не учитывать.

1.3.36. Начальное положение кабины лифта К и противовеса П изображено на рисунке. На какую величину ΔU изменится потенциальная энергия системы при перемещении кабины вверх на расстояние $h = 10$ м, если начальная разность уровней противовеса и кабины $H = 15$ м, масса кабины $M = 1$ т, масса противовеса $m = 0,5$ т, а масса единицы длины троса, соединяющего кабину с противовесом, $\mu = 10$ кг/м? Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

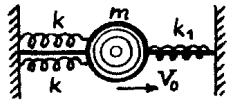


1.3.37. Канат длиной $l = 2$ м переброшен через блок. В начальный момент канат покоится и по обе стороны блока свешиваются рав-

ные его отрезки. Затем, в результате незначительного толчка равновесие каната нарушается и он приходит в движение. Какова будет скорость каната V в тот момент, когда с одной стороны блока будет свешиваться отрезок каната длиной $l_1 = 1,5$ м? Массой блока и его размерами пренебречь, энергию толчка и трение в блоке не учитывать, ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

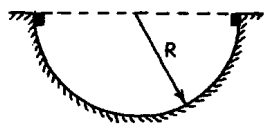


1.3.38. Шарик массой $m = 10$ г прикреплен к неподвижным стенкам тремя пружинами, две из которых имеют жесткость $k = 0,375$ Н/м, а третья — $k_1 = 0,25$ Н/м. Шарик может двигаться только поступательно вдоль горизонтальной оси. Пружины невесомы и в положении равновесия не напряжены. Шарiku сообщают скорость $V_0 = 10$ см/с. Найти амплитуду колебаний шарика. Силу тяжести не учитывать.



1.3.39. На гладком столе покоится брусок массой $M = 20$ г, прикрепленный пружиной жесткости $k = 50$ Н/м к стене. В брусок ударяется шарик массой $m = 10$ г, движущийся по столу со скоростью $V_0 = 30$ м/с, направленной вдоль пружины. Считая соударение шарика и бруска упругим, найти амплитуду A колебаний бруска после удара.

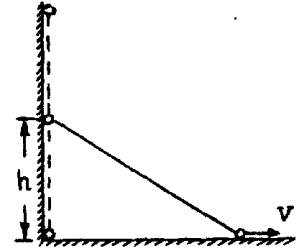
1.3.40. На горизонтальном участке пути длиной $L = 3$ км скорость поезда увеличилась от $V_1 = 36$ км/час до $V_2 = 72$ км/час. Какое количество топлива m израсходовал двигатель локомотива на этом участке, если суммарная масса поезда и локомотива $M = 1000$ т, коэффициент трения $\mu = 0,005$, удельная теплота сгорания топлива $h = 42$ МДж/кг, коэффициент полезного действия двигателя $\eta = 30\%$. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².



1.3.41. Два небольших тела, находящиеся на концах горизонтального диаметра гладкой полусферы радиуса $R = 20$ см, соскальзывают без начальных скоростей навстречу друг другу. При столкновении тела "слипаются" и далее движутся как одно целое.

Найти отношение α масс тел, если максимальная высота над нижней точкой полусферы, на которую поднимаются слипшиеся тела после столкновения, $h = 5$ см. Трение не учитывать.

1.3.42. Два одинаковых маленьких шарика соединены невесомым жестким стержнем длиной $l = 60$ см. Стержень стоит вертикально вплотную к вертикальной плоскости. При смещении нижнего шарика вправо на малое расстояние система из шариков приходит в движение в плоскости рисунка. Найти скорость нижнего шарика V в момент времени, когда верхний шарик находится на высоте $h = 40$ см над горизонтальной плоскостью. Считать, что при движении шарики не отрываются от плоскостей, трением пренебречь. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².



1.3.43. Вдоль гладкой наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 0,01$ рад, с начальной скоростью $V_0 = 0,5$ м/с, направленной вверх, пускают брусок, который через время $\tau = 2$ с упруго ударяется о стенку, движущуюся вдоль наклонной плоскости вниз со скоростью $U = 0,1$ м/с. Через какое время T после удара о стенку брусок вернется в исходное положение? Трением бруска о наклонную плоскость пренебречь, ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с², при расчетах положить $\sin \alpha \approx \alpha$.

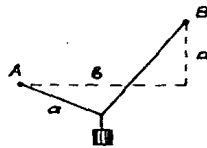
1.3.44. Брусок массой $m_1 = 4$ г соскальзывает без начальной скорости с высоты $h = 10$ м по наклонной плоскости. Другой брусок массой $m_2 = 2$ г движется по этой плоскости от основания вверх с начальной скоростью $V_0 = 10$ м/с. Бруски начинают движение одновременно. На некоторой высоте бруски сталкиваются, после чего движутся как единое тело. Определить скорость V этого тела у основания наклонной плоскости. Трение брусков о плоскость не учитывать, при расчетах ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

Задачи по теме “Статика твердого тела”

1.4.1. Однородный шар массы $m = 7$ кг привязан за веревку к гвоздю, вбитому в стену. Какую горизонтальную силу F нужно приложить к середине веревки, чтобы натяжения нижней и верхней ее половин относились как 1:2, а шар не касался стенки? Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

1.4.2. Груз массой $m = 1,2$ кг подвешен к середине нити длиной $L = 2$ м, концы которой закреплены на одном уровне. Найти максимально возможное расстояние x между точками закрепления концов нити, если она выдерживает нагрузку не более $F = 10$ Н. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

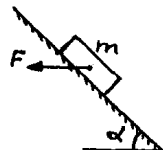
1.4.3. На двух гвоздях, вбитых в стену в точках A и B (см. рисунок), повешена веревка. Расстояние между гвоздями по горизонтали $b = \sqrt{3}$ м $\approx 1,73$ м, разность высот, на которых вбиты гвозди, $a = 1$ м, длина веревки равна $a + b$. На веревке на расстоянии a от точки A подвешивают груз, который не касается стены. Найти отношение α сил натяжения веревки слева и справа от груза. Веревку считать невесомой и нерастяжимой.



1.4.4. На внутренней поверхности гладкой сферы лежит невесомый стержень с маленькими шариками массами m_1 и m_2 на концах. Длина стержня равна радиусу сферы. Пренебрегая трением найти угол α между стержнем и горизонталью.



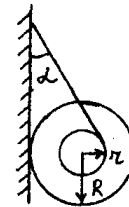
1.4.5. Брусok массой $m = 1$ кг находится на неподвижной наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 45^\circ$ с горизонтом. С какой минимальной горизонтальной силой F нужно действовать на брусok, чтобы он покоился? Коэффициент трения бруска о наклонную плоскость $\mu = 0,25$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



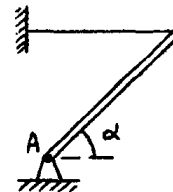
1.4.6. Однородный стержень длиной $l = 1$ м и массой $m = 0,8$ кг несет на концах два маленьких шарика, массы которых $m_1 = 0,2$ кг и $m_2 = 0,25$ кг. Стержень может поворачиваться на горизонтальной оси, находящейся на расстоянии $l_1 = 0,3$ м от шарика меньшей массы. Чтобы стержень был расположен горизонтально, под шарик большей массы подставлена опора. Найти силу F , действующую на опору. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

1.4.7. Однородный стержень лежит горизонтально на двух опорах. Расстояние от центра стержня до ближайшей опоры $S = 0,3$ м. Найти расстояние между опорами l , если известно, что силы, действующие на стержень со стороны опор, отличаются друг от друга на величину, равную $\alpha = 1/5$ веса стержня.

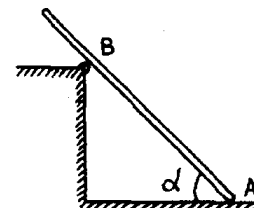
1.4.8. К гвоздю, вбитому в стенку, привязана нить, намотанная на катушку. Катушка висит, опираясь о стенку. Нить составляет со стенкой угол $\alpha = 30^\circ$. Размеры катушки: $r = 1$ см, $R = 10$ см. Найти минимальное значение коэффициента трения μ между стенкой и катушкой, при котором катушка неподвижна.



1.4.9. Тонкий однородный стержень укреплен на шарнире в точке A и удерживается горизонтальной нитью. Масса стержня $m = 1$ кг, угол его наклона к горизонту $\alpha = 45^\circ$. Найти величину силы реакции шарнира F . Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².



1.4.10. Лестница стоит на шероховатом полу и опирается о выступ, снабженный роликом. Расстояние AB от нижнего конца лестницы до выступа составляет $3/4$ ее полной длины, угол наклона лестницы $\alpha = 45^\circ$. Каков должен быть коэффициент трения μ между лестницей и полом, чтобы она находилась в равновесии? Трением в ролике пренебречь.



1.4.11. Деревянная линейка выдвинута за край стола на $\alpha = 1/4$ часть своей длины. При этом она не опрокидывается, если на ее свешивающийся конец положить груз массой не более $m_1 = 250$ г. На какую часть длины β можно выдвинуть за край стола эту линейку, если на ее свешивающийся конец положен груз массой $m_2 = 125$ г?

1.4.12. Автомобиль массой $M = 1000$ кг равномерно движется вверх по наклонному участку дороги, составляющему с горизонтом угол $\alpha = 15^\circ$. Найти силу N , с которой давят на дорогу передние колеса автомобиля, если расстояние между его осями $L = 2$ м, центр тяжести расположен посередине между осями на расстоянии $H = 0.5$ м от поверхности дороги, ведущие колеса – задние. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

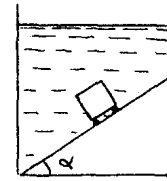
1.4.13. Автомобиль массой M поднимается с постоянной скоростью вверх по дороге, составляющей угол α с горизонтом. Найти силу F взаимодействия ведущих (задних) колес с поверхностью дороги. Расстояние между осями автомобиля L , центр тяжести находится посередине между осями на расстоянии H от поверхности дороги. Силу трения, действующую на передние колеса, не учитывать. Ускорение свободного падения g .

Задачи по теме “Механика жидкостей и газов”

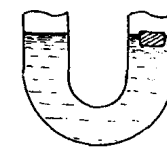
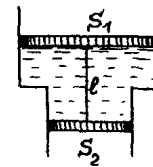
1.5.1. Браслет массы $M = 80$ г сделан из сплава золота и серебра. Вычислить массу золота m , содержащегося в браслете, исходя из следующих данных. Плотность золота $\rho_1 = 19,3$ г/см³, плотность серебра $\rho_2 = 10,5$ г/см³. При погружении браслета в воду, находящуюся в сосуде с вертикальными стенками и площадью основания $S = 25$ см², уровень воды поднимается на $h = 2$ мм. Объем сплава принять равным суммарному объему исходных компонент.

1.5.2. На поверхности воды плавает лист пенопласта, причем толщина погруженной в воду части $h = 1$ см. Если положить на пенопласт груз массой $M = 50$ кг, то высота выступающей над водой части пенопласта уменьшится на $\Delta h = 5$ см. Чему равна масса m пенопласта?

1.5.3. На наклонном дне сосуда, наполненного водой, покоится на маленьких подставках алюминиевый кубик с ребром $a = 10$ см. Определить суммарную силу трения между кубиком и подставками. Угол наклона дна сосуда к горизонту $\alpha = 30^\circ$, плотности алюминия и воды, соответственно, $\rho_A = 2,7 \cdot 10^3$ кг/м³, $\rho_B = 10^3$ кг/м³. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².



1.5.4. В сосуде, вертикальное сечение которого изображено на рисунке, находятся в равновесии два невесомых поршня, соединенные невесомой нерастяжимой нитью. Пространство между поршнями заполнено жидкостью, плотность которой $\rho = 10^3$ кг/м³. Найти силу натяжения нити T , если площади поршней $S_1 = 0,1$ м² и $S_2 = 0,05$ м², а длина нити $l = 0,5$ м. Трением поршней о стенки сосуда пренебречь, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



1.5.5. В одно из колен U-образной трубки, частично заполненной водой, опускают плавать кусочек дерева массой $m = 10$ г. На какую высоту Δh поднимется уровень воды в трубке, если ее сечение $S = 10$ см²? Плотность воды $\rho = 1$ г/см³.



1.5.6. Вертикально расположенная U-образная трубка частично заполнена ртутью, причем левый конец трубки выше уровня ртути на $h_1 = 50,2$ см, а правый – на $h_2 =$

25 см. В оба колена трубки наливают воду так, что они оказываются полностью заполненными. На какую величину Δh переместится уровень ртути в левом колене трубки, если известно, что ртуть из него не вытесняется полностью? Плотность ртути $\rho = 13,6 \text{ г/см}^3$, плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1 \text{ г/см}^3$.

1.5.7. В трех одинаковых сообщающихся сосудах находится ртуть. В левый сосуд налили слой воды высотой $h_1 = 180$ мм, а в правый - высотой $h_3 = 228$ мм. На какую величину h_2 сместится уровень ртути в среднем сосуде, если известно, что ртуть из левого и правого сосудов не вытесняется водой полностью? Плотность ртути $\rho = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1 \text{ г/см}^3$.



1.5.8. Однородный шар радиуса $R = 1$ см подвешен на пружине так, что половина его погружена в воду. Плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг/м}^3$. Плотность материала, из которого изготовлен шар, $\rho = 1200 \text{ кг/м}^3$. Определить силу F , действующую на шар со стороны пружины. Ускорение свободного падения принять $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1.5.9. К коромыслу равноплечных весов подвешены два сплошных однородных шарика равной массы, сделанных из разных материалов. Если одновременно один из шариков поместить в жидкость с плотностью $\rho_1 = 10^3 \text{ кг/м}^3$, а другой - в жидкость с плотностью $\rho_2 = 0,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, то равновесие сохранится. Считая, что плотности шариков больше плотностей жидкостей, найти отношение плотностей шариков α .

1.5.10. В цилиндрическом сосуде уровень воды находится на высоте $H = 20$ см. Когда в сосуд пустили плавать пустой стеклянный стакан, уровень воды поднялся на $\Delta h = 2$ см. На какой высоте H_1 будет располагаться уровень воды в сосуде, если стакан утопить? Плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1 \text{ г/см}^3$, плотность стекла $\rho_{\text{с}} = 2,5 \text{ г/см}^3$.

1.5.11. В двух сосудах налиты одинаковые объемы различных жид-

костей. Если брусок из пластмассы поместить в первый сосуд, то он плавает в нем, причем сторона бруска, имеющая длину a , перпендикулярна поверхности жидкости и высота выступающей части равна h_1 . Если этот брусок поместить во второй сосуд, то высота выступающей части станет h_2 . Какой будет величина выступающей части h , если жидкости слить в один сосуд? Считать, что жидкости смешиваются без изменения суммарного объема.

1.5.12. В сосуде с жидкостью плотности $\rho_1 = 900 \text{ кг/м}^3$ плавает однородный кубик. Верхняя грань кубика параллельна поверхности жидкости, а высота выступающей над жидкостью части $h_1 = 1,8$ см. Когда кубик поместили в сосуд с жидкостью плотности $\rho_2 = 1800 \text{ кг/м}^3$, высота выступающей части стала $h_2 = 2,4$ см. Найти плотность материала кубика ρ .

1.5.13. Цилиндрическая пробирка с грузиком, имеющая площадь поперечного сечения $S = 1 \text{ см}^2$, плавает в воде вертикально, причем из воды высовывается часть пробирки высотой $h = 5$ см. Какова минимальная плотность жидкости ρ , в которой пробирка с грузиком не утонет, если суммарная масса пробирки и грузика $M = 20 \text{ г}$? Плотность воды $\rho_0 = 10^3 \text{ кг/м}^3$.

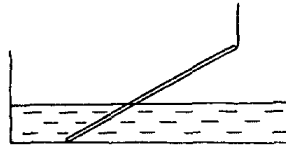
1.5.14. В цилиндрический сосуд с водой опускают деревянный шар радиусом R , внутри которого помещен свинцовый грузик массой m . На какую высоту h поднимется при этом уровень воды в сосуде, если площадь его дна S , плотность воды $\rho_{\text{в}}$, плотность дерева $\rho_{\text{д}}$, плотность свинца $\rho_{\text{св}}$?

1.5.15. Тело, состоящее из куска льда и вмёрзшего в него алюминиевого бруска, плавает в воде так, что под водой находится $\alpha = 95\%$ объема тела. Какой процент льда β должен растаять, чтобы тело полностью погрузилось в воду? Плотность воды $\rho_{\text{в}} = 10^3 \text{ кг/м}^3$, плотность льда $\rho_{\text{л}} = 0,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, плотность алюми-

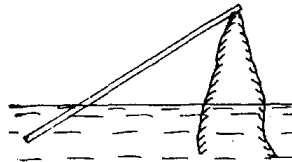


ния $\rho_A = 2,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

1.5.16. Алюминиевая спица с длиной $L = 25 \text{ см}$ и площадью поперечного сечения $S = 0,1 \text{ см}^2$ подвешена на нити за верхний конец. Нижний конец опирается на горизонтальное дно сосуда, в который налита вода. Длина погруженной в воду части спицы $l = 10 \text{ см}$. Найти силу F , с которой спица давит на дно сосуда, если известно, что нить расположена вертикально. Плотность алюминия $\rho = 2,7 \text{ г/см}^3$, плотность воды $\rho_B = 1 \text{ г/см}^3$. Ускорение свободного падения принять $g = 10 \text{ м/с}^2$.



1.5.17. Тонкая однородная палочка опирается одним концом о вершину острого камня, выступающего из воды. Другой конец палочки находится на плаву, причем погруженная в воду часть палочки в α раз меньше всей ее длины. Плотность воды $\rho_0 = 10^3 \text{ кг/м}^3$, $\alpha = 3$. Найти плотность ρ материала, из которого сделана палочка.



Задачи по теме “Механические колебания и волны”

1.6.1. Горизонтальная доска совершает гармонические колебания в горизонтальном направлении с периодом $T = 2 \text{ с}$. При какой амплитуде колебаний A лежащее на ней тело начнет скользить? Коэффициент трения $\mu = 0,2$, ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1.6.2. Цилиндр массой m с площадью основания S плавает в жидкости плотностью ρ . Его погрузили еще немного и отпустили. Определить период T малых вертикальных колебаний цилиндра. Сопротивлением жидкости пренебречь. Ускорение свободного падения g .

1.6.3. Определить период T вертикальных колебаний груза массой m , подвешенного к двум последовательно соединенным пружинам жесткостями k_1 и k_2 .

1.6.4. Зная период колебаний маятника на уровне моря $T_0 = 1 \text{ с}$, найти период колебаний этого маятника T_1 на высоте $h = 6,4 \text{ км}$ над уровнем моря. Радиус Земли $R = 6400 \text{ км}$.

1.6.5. Математический маятник, представляющий собой шарик массой m , подвешенный на нити длиной l , помещен в электрическое поле плоского конденсатора, заряженного до напряжения U . Расстояние между обкладками конденсатора d . Определить период T колебаний маятника, если пластины конденсатора расположены горизонтально. Заряд шарика положителен и равен q . Ускорение свободного падения g .

1.6.6. Тело массой $M = 10 \text{ кг}$, насаженное на гладкий горизонтальный стержень, связано пружиной с неподвижной стенкой. В это тело попадает и застревает в нем пуля массой $m = 10 \text{ г}$, летящая горизонтально со скоростью $V = 500 \text{ м/с}$, направленной вдоль стержня. Тело вместе с застрявшей в нем пулей начинает колебаться с амплитудой $A = 10 \text{ см}$. Найти период T колебаний тела.



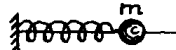
1.6.7. Грузик, надетый на гладкую горизонтальную спицу, прикреплен к концам двух невесомых пружин.

Вторые концы пружин заделаны в неподвижные стенки так, что в положении равновесия грузика пружины не деформированы. Каков период T колебаний грузика, если известно, что при поочередном подвешивании грузика к каждой из пружин по отдельности их удлинения составили $h_1 = 4$ см и $h_2 = 6$ см? Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

1.6.8. Тело массой $m = 1$ кг, насаженное на гладкий горизонтальный стержень, совершает свободные гармонические колебания под действием пружины. Какова полная механическая энергия колебаний E , если амплитуда колебаний $A = 0,2$ м, а максимальное ускорение тела в процессе колебаний $a_{\max} = 3$ м/с²?

1.6.9. Тело массой $m = 0,1$ кг, насаженное на гладкий горизонтальный стержень, связано пружиной жесткостью $k = 10$ Н/м с неподвижной стенкой. Тело смещают от положения равновесия на расстояние $x_0 = 10$ см и отпускают без начальной скорости. Найти среднюю скорость тела $V_{\text{ср}}$ за время, в течение которого оно проходит из крайнего положения путь $x_0/2$.

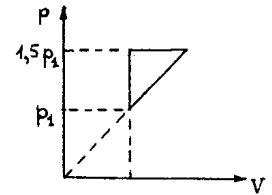
1.6.10. Гиря массой $m = 1$ кг, подвешенная на пружине, совершает вертикальные гармонические колебания с амплитудой $A = 0,2$ м и периодом $T = 2$ с. Определить силу натяжения пружины F в момент, когда гиря достигает нижней точки. Ускорение свободного падения $g = 9,8$ м/с².



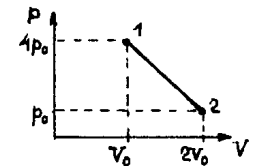
Задачи по теме "Основы молекулярно-кинетической теории"

2.1.1. Атмосферное давление на пике Ленина (высота 7134 м) $p_1 = 3,8 \cdot 10^4$ Па. Определить плотность воздуха ρ_1 на вершине при температуре $t_1 = -10^\circ\text{C}$, если при нормальных условиях ($t_0 = 0^\circ\text{C}$, $p_0 = 10^5$ Па), плотность воздуха $\rho_0 = 1,29$ кг/м³.

2.1.2. Найти отношение k максимальной плотности идеального газа к его минимальной плотности, которые достигаются при циклическом процессе, показанном на рисунке.

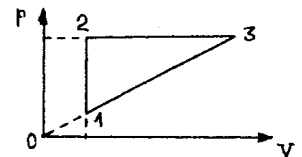


2.1.3. С идеальным одноатомным газом проводят процесс 1 – 2, показанный на рисунке. Во сколько раз α при этом изменится средняя кинетическая энергия одной молекулы?



2.1.4. Горизонтальный цилиндр с газом разделен на три камеры двумя неподвижными поршнями. Температура газа во всех камерах одинакова и равна T_1 . Давление газа в первой камере p_1 , объем V_1 , во второй p_2 , V_2 , в третьей соответственно p_3 , V_3 . Каково будет давление p в камерах после того как, освободив поршни, дать им возможность свободно двигаться, а температуру газа сделать равной T_2 ?

2.1.5. На рисунке показан цикл, совершаемый над идеальным газом, причем 1 – 2 – изохорный, 2 – 3 – изобарный процессы. Температуры газа в точках 1 и 3 равны соответ-



ственно $T_1 = 300$ К и $T_3 = 400$ К. Найти температуру T_2 газа в точке 2. Масса газа постоянна.

2.1.6. В закрытом сосуде объемом $V = 2 \text{ м}^3$ содержится $m_1 = 3,2 \text{ кг}$ кислорода, к которому добавлено $\nu_2 = 150$ моль азота. Каково будет давление p в сосуде при температуре $t = 527^\circ \text{ С}$? Молярная масса кислорода $M = 0,032 \text{ кг/моль}$. Универсальная газовая постоянная $R = 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$.

2.1.7. Два одинаковых сосуда, соединенные трубкой, содержат идеальный газ общей массой $m = 6,6 \text{ г}$. Первоначально температура газа в обоих сосудах одинакова. Затем газ в первом сосуде нагревают и поддерживают при температуре $t_1 = 27^\circ \text{ С}$, а газ во втором сосуде нагревают и поддерживают при температуре $t_2 = 87^\circ \text{ С}$. На какую величину Δm изменится масса газа в первом сосуде? Объем трубки не учитывать.

2.1.8. В комнате объемом $V = 60 \text{ м}^3$ температура с $t_1 = 17^\circ \text{ С}$ поднялась до $t_2 = 27^\circ \text{ С}$. На какую величину Δm изменилась масса воздуха в комнате, если атмосферное давление $p_0 = 10^5 \text{ Па}$? Молярная масса воздуха $M = 29 \text{ г/моль}$, универсальная газовая постоянная $R = 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$.

2.1.9. Накачивая футбольный мяч, который первоначально был пустым, мальчик сделал $n = 50$ качаний насосом. Какое давление p установилось в мяче после того, как температура воздуха в нем сравнялась с температурой окружающей среды? Объем мяча $V = 4 \text{ л}$, объем воздухозаборной камеры насоса $\nu = 200 \text{ см}^3$, а атмосферное давление $p_0 = 0,1 \text{ МПа}$.

2.1.10. Закрытый с обоих концов горизонтальный цилиндр заполнен идеальным газом при температуре $t = 27^\circ \text{ С}$ и разделен подвижным теплонепроницаемым поршнем на две равные части длиной $L = 50 \text{ см}$ каждая. На какую величину Δt нужно повысить температуру газа в одной половине цилиндра, чтобы поршень сместился на расстояние $l = 20 \text{ см}$ при неизменной температуре газа во второй половине цилиндра?

2.1.11. Закрытый сосуд заполнен газом при температуре $T_0 = 300 \text{ К}$ и давлении $p_0 = 150 \text{ кПа}$. Сосуд снабжен предохранительным клапаном, открывающимся при давлении, превышающем $p_m = 200 \text{ кПа}$. Сосуд нагрели до температуры $T_1 = 600 \text{ К}$. При этом из него вышло $m = 10 \text{ г}$ газа. Определить массу m_0 газа в сосуде до его нагрева.

2.1.12. Сосуд, содержащий идеальный газ при температуре $t = 27^\circ \text{ С}$, снабжен клапаном, открывающимся при перепаде давлений $p_k = 400 \text{ кПа}$. Газ нагревают до температуры $t_1 = 127^\circ \text{ С}$, при этом часть газа выходит из сосуда через клапан. Найти давление p , которое установится в сосуде после охлаждения газа до начальной температуры t . Атмосферное давление $p_0 = 100 \text{ кПа}$.

2.1.13. В баллоне, снабженном предохранительным клапаном, находится идеальный газ под давлением $p = 0,5 \cdot 10^6 \text{ Па}$ при температуре $t = 27^\circ \text{ С}$. Клапан открывается, если давление в баллоне превышает $p_1 = 0,6 \cdot 10^6 \text{ Па}$. До какой температуры t_1 нужно нагреть баллон, чтобы из него вытекла часть газа, масса которой составляет $\beta = 0,01$ первоначальной массы?

2.1.14. Закрытый цилиндрический сосуд объемом $V = 6,6 \text{ л}$ разделен на две части невесомым поршнем, скользящим без трения. Одна часть содержит идеальный газ массой $m_1 = 6,6 \text{ г}$, вторая часть — такой же газ массой $m_2 = 13,2 \text{ г}$. Температура газов одинакова и равна температуре окружающей среды. Из второй части сосуда выпускают массу газа $\Delta m_2 = 1,65 \text{ г}$. На какую величину ΔV изменится объем части сосуда, содержащей газ массой m_1 , когда температура газов станет равной первоначальной?

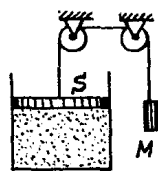
2.1.15. В вертикально расположенном цилиндре постоянного сечения под невесомым подвижным поршнем находится воздух. На поршень помещают гирию массой $m = 10 \text{ кг}$. На какую величину Δh переместится поршень, если температура воздуха в цилиндре поддерживается постоянной? Атмосферное давление $p_0 = 10^5 \text{ Па}$, сечение поршня $S = 100 \text{ см}^2$, расстояние от ненагруженного поршня до дна цилиндра $h_0 = 100 \text{ см}$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

2.1.16. Вертикально расположенный цилиндрический сосуд, закрытый подвижным поршнем массой $M = 2$ кг, содержит идеальный газ при температуре $T_1 = 300$ К. На поршень помещают тело массой $m = 100$ г и нагревают газ так, чтобы поршень занял первоначальное положение. Найти температуру T_2 нагретого газа. Атмосферное давление не учитывать.

2.1.17. Вертикально расположенный замкнутый цилиндрический сосуд высотой $H = 50$ см разделен подвижным поршнем весом $P = 110$ Н на две части, в каждой из которых содержится по $\nu = 0,0255$ моль идеального газа. При какой температуре T расстояние между поршнем и дном сосуда будет равно $h = 20$ см? При расчетах толщиной поршня пренебречь. Универсальная газовая постоянная $R = 8,3$ Дж/(моль · К).

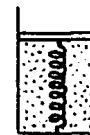
2.1.18. Вертикально расположенный замкнутый цилиндрический сосуд разделен на две части подвижным поршнем. В обеих частях сосуда содержится один и тот же идеальный газ. Расстояние между поршнем и дном сосуда $H_1 = 30$ см. Сосуд переворачивают так, что дном становится его верхняя плоскость. В новом положении расстояние между дном сосуда и поршнем составляет $H_2 = 20$ см. Найти отношение α массы газа, содержавшегося в той части сосуда, которая первоначально находилась сверху, к массе газа, содержавшегося в другой части сосуда. Высота сосуда $L = 60$ см. Температуру считать постоянной, толщиной поршня пренебречь.

2.1.19. В цилиндре под невесомым поршнем площадью $S = 100$ см² находится 1 моль идеального газа при температуре $t_1 = 100^\circ$ С. К поршню через два блока на невесомой нерастяжимой нити подвешен груз массой $M = 17$ кг. На какую высоту Δh поднимется груз, если охладить газ до температуры $t_2 = 0^\circ$ С? Атмосферное



давление $p_0 = 10^5$ Па. Универсальная газовая постоянная $R = 8,3$ Дж/(моль · К), ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с². Трением пренебречь.

2.1.20. В вертикально расположенном цилиндре находится кислород массой $m = 64$ г, отделенный от атмосферы поршнем, который соединен с дном цилиндра пружиной жесткостью $k = 8,3 \cdot 10^2$ Н/м. При температуре $T_1 = 300$ К поршень располагается на расстоянии $h = 1$ м от дна цилиндра. До какой температуры T_2 надо нагреть кислород, чтобы поршень расположился на высоте $H = 1,5$ м от дна цилиндра? Универсальная газовая постоянная $R = 8,3$ Дж/(моль · К), молярная масса кислорода $M = 32$ г/моль.



2.1.21. В вертикальном цилиндре под поршнем массой $M_0 = 100$ кг и площадью $S = 100$ см² находится $m = 28$ г азота при температуре $T_1 = 273$ К. Газ в цилиндре нагревают до температуры $T_2 = 373$ К. На какую высоту h поднимется поршень? Атмосферное давление $p_0 = 0,1$ МПа, молярная масса азота $M = 28$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8,3$ Дж/(моль · К), ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

2.1.22. В вертикальном закрытом цилиндре находится идеальный газ, разделенный на две части тяжелым поршнем, который может перемещаться без трения. В нижней части цилиндра масса газа вдвое больше, чем в верхней. При температуре T , одинаковой во всем цилиндре, объем V_1 нижней части цилиндра равен объему V_2 верхней части. Каким будет отношение объемов $\alpha = V_1/V_2$, если температуру газа увеличить в $n = 2$ раза?

2.1.23. Вертикальная цилиндрическая трубка с запаянными концами разделена на две части тонким горизонтальным поршнем, способным перемещаться вдоль нее без трения. Верхняя часть трубки заполнена неоном, а нижняя — гелием, причем массы газов одинаковы. При некоторой температуре поршень находится точно посередине трубки. После того, как трубку нагрели, поршень переместился вверх и стал делить объем трубки в отношении 1:3. Определить, во сколько раз α возросла абсолютная температура газов.

Молярная масса неона $M_{\text{Ne}} = 20$ г/моль, молярная масса гелия $M_{\text{He}} = 4$ г/моль.

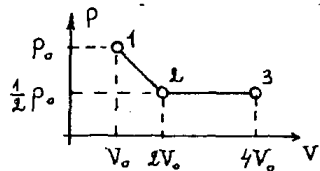
2.1.24. Идеальный газ переводится из состояния $p_1 = 200$ кПа, $T_1 = 500$ К в состояние $p_2 = 138$ кПа, $T_2 = 300$ К так, что объем газа меняется по закону $V = a + bT$, где a и b - постоянные, $T_1 > T > T_2$. Определить максимальную концентрацию n_0 молекул газа в этом процессе. Постоянная Больцмана $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

2.1.25. В баллоне объемом $V = 10$ л содержится водород при температуре $t = 20^\circ$ С под давлением $p = 10^7$ Па. Какая масса Δm водорода была выпущена из баллона, если при полном сгорании оставшегося газа образовалось $m = 50$ г воды? Универсальная газовая постоянная $R = 8,3$ Дж/(моль · К); молярные массы: водорода $M_{H_2} = 2$ г/моль, воды $M_{H_2O} = 18$ г/моль.

Задачи по теме "Элементы термодинамики"

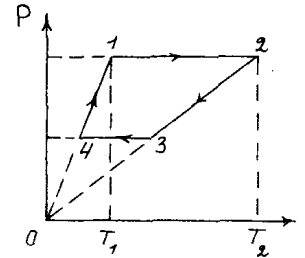
2.2.1. В сосуде емкостью $V = 5$ л находится гелий под давлением $p = 0,3$ МПа. Какова внутренняя энергия U газа в сосуде?

2.2.2. Газ, взятый в количестве $\nu = 5$ моль, сначала нагревают при постоянном объеме так, что абсолютная температура газа возрастает в $n = 3$ раза, а затем сжимают при постоянном давлении, доводя температуру до первоначальной $T = 100$ К. Какая работа A совершена при сжатии? Универсальная газовая постоянная $R = 8,3$ Дж/(моль · К).



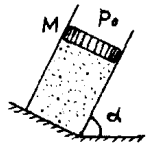
2.2.3. Найти работу A , совершенную идеальным газом в ходе процесса 1-2-3 (см. рисунок). В состоянии "1" давление газа равно $p_0 = 10^5$ Па, а объем $V_0 = 1$ л. В состоянии "2" давление газа вдвое меньше, а объем вдвое больше. Процесс 2 - 3 - изобарное расширение до объема $4V_0$.

2.2.4. С массой $m = 80$ г идеального газа, молярная масса которого $M = 28$ г/моль, совершается циклический процесс, изображенный на рисунке. Какую работу A совершает такой двигатель за один цикл? Универсальную газовую постоянную принять $R = 8,3$ Дж/(моль · К), $T_1 = 300$ К, $T_2 = 1000$ К. При нагревании на участке 4 - 1 давление газа увеличивается в 2 раза.



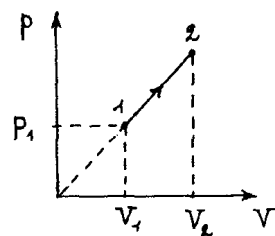
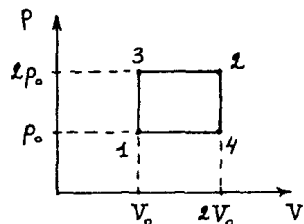
2.2.5. В вертикально расположенном цилиндрическом сосуде, закрытом подвижным поршнем массой $m = 4$ кг, содержится один моль одноатомного газа. На какую величину Δh передвинется поршень, если газу сообщить количество тепла $Q = 9,8$ Дж? Массой газа по сравнению с массой поршня пренебречь, атмосферное давление не учитывать. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

2.2.6. В закрепленном под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту цилиндре может без трения двигаться поршень массой $M = 10$ кг и площадью $S = 50$ см². Под поршнем находится одноатомный идеальный газ. Газ нагревают так, что поршень перемещается на расстояние $l = 5$ см. Какое количество теплоты Q было сообщено газу? Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па, ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².



2.2.7. Идеальный газ переводят из состояния p_1, V_1 в состояние p_2, V_2 двумя разными способами. В первый раз переход совершается сначала по изобаре, а затем по изохоре, а во второй - сначала по изохоре, а затем по изобаре. Найти разность количеств теплоты ΔQ , выделившихся при этих переходах. При расчетах положить $p_1 = 8 \cdot 10^5$ Па, $V_1 = 4$ м³, $p_2 = 4 \cdot 10^5$ Па, $V_2 = 2$ м³.

2.2.8. Некоторое количество одноатомного идеального газа нужно перевести из состояния 1 в состояние 2, используя изохорный и изобарный процессы (см. рисунок). Во сколько раз β отличаются количества теплоты, которые требуются для перехода из исходного в конечное состояние по путям 1 – 3 – 2 и 1 – 4 – 2 соответственно?



2.2.9. Найти количество тепла ΔQ , переданное одноатомному газу при переводе его из состояния 1 в состояние 2 как показано на рисунке. При расчете принять $p_1 = 500$ кПа, $V_1 = 2$ л, $V_2 = 4$ л.

2.2.10. Одноатомный идеальный газ переводится из состояния $p_1 = 130$ кПа, $V_1 = 1$ л в состояние $p_2 = 10$ кПа, $V_2 = 2$ л по прямой, соединяющей точки (p_1, V_1) и (p_2, V_2) на pV -диаграмме. Затем газ переводится в состояние $p_3 = 20$ кПа, $V_3 = 3$ л по прямой, соединяющей точки (p_2, V_2) и (p_3, V_3) . Какое количество тепла ΔQ сообщено газу?

2.2.11. С идеальным одноатомным газом совершается циклический процесс. Масса газа $m = 60$ г, его молярная масса $M = 20$ г/моль. Из начального состояния газ адиабатически расширяется, причем его температура изменяется от $T_1 = 400$ К до $T_2 = 64$ К. Затем газ изобарически сжимают при давлении $p_0 = 200$ кПа до первоначального объема $V_0 = 500$ см³. Цикл замыкается изохорой $V = V_0$. Какое количество тепла Q передано газу за цикл?

2.2.12. Два сосуда содержат одноатомный идеальный газ. Масса газа в первом сосуде $m_1 = 20$ г, его температура $T_1 = 300$ К. Второй сосуд содержит такой же газ массой $m_2 = 30$ г при температуре $T_2 = 400$ К. Сосуды соединяют трубкой. Пренебрегая объемом трубки и теплообменом с окружающей средой найти температуру газа T , установившуюся в сосудах.

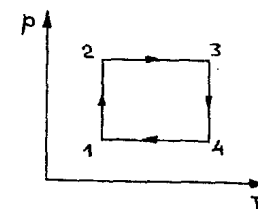
2.2.13. Два сосуда, объемы которых V_1 и V_2 , содержали одинаковый одноатомный газ молярной массы M . В сосуде объемом V_1 масса газа равнялась m_1 при температуре T_1 , а в сосуде с объемом V_2 – соответственно m_2 при температуре T_2 . Сосуды соединяются трубкой. Пренебрегая объемом трубки и теплообменом с окружающей средой, найти давление p , установившееся в сосудах.

2.2.14. Теплоизолированный сосуд объемом $V = 500$ см³ содержит одноатомный газ, молярная масса которого $M = 4$ г/моль. В сосуд вводится дополнительно $m = 1$ г такого же газа при температуре $T = 400$ К. На какую величину Δp изменится давление? Универсальную газовую постоянную принять $R = 8,3$ Дж/(моль · К).

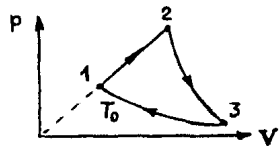
2.2.15. В вертикально расположенном цилиндрическом сосуде, площадь сечения которого $S = 23$ см², под поршнем весом $P = 10$ Н находится одноатомный газ. Расстояние между дном сосуда и поршнем $h = 30$ см. На внутренней стенке сосуда имеется стопорное кольцо, не позволяющее расстоянию между дном сосуда и поршнем превысить величину $H = 50$ см. Какое количество тепла Q нужно сообщить газу, чтобы его давление увеличилось в $\alpha = 1,5$ раза? Атмосферное давление $p_0 = 100$ кПа.

2.2.16. С одноатомным идеальным газом совершается циклический процесс. Из начального состояния $p_2 = 1,6$ МПа и $V_1 = 2$ л газ расширяется при постоянном давлении до объема $V_2 = 16$ л. Затем при постоянном объеме V_2 давление газа уменьшается до такой величины $p_1 = 50$ кПа, что из состояния p_1, V_2 газ приводится в начальное состояние адиабатическим сжатием. Найти работу A , совершенную газом за цикл.

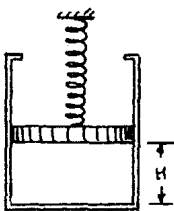
2.2.17. С одним молем идеального газа проводят циклический процесс, состоящий из двух изохор и двух изобар. Найти работу A , совершаемую газом за цикл, если известно, что температура в состоянии 1 $T_1 = 300$ К, а в состояниях 2 и 4 температура одинакова и равна $T = 320$ К. Универсальная газовая постоянная $R = 8,3$ Дж/(моль · К).



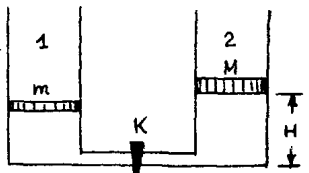
2.2.18. С одним молем идеального одноатомного газа проводят цикл, показанный на рисунке. На участке 1-2 объем газа увеличивается в $m = 2$ раза. Процесс 2-3 - адиабатическое расширение, процесс 3-1 - изотермическое сжатие при температуре $T_0 = 300$ К. Найти работу A , совершаемую газом на участке 2-3. Универсальная газовая постоянная $R = 8,3$ Дж/(моль · К).



2.2.19. В вертикально расположенном цилиндрическом сосуде под поршнем весом $P = 20$ Н содержится идеальный одноатомный газ. Между поршнем и неподвижной опорой располагается пружина, жесткость которой $k = 200$ Н/м. Расстояние между поршнем и дном сосуда $H = 30$ см, при этом пружина не деформирована. Какое количество тепла Q нужно сообщить газу, чтобы поршень переместился на расстояние $\Delta h = 10$ см? Атмосферное давление не учитывать.



2.2.20. В цилиндрическом сосуде 1 под поршнем массой $m = 5$ кг находится одноатомный идеальный газ. Сосуд 1 соединен трубкой, снабженной краном, с таким же сосудом 2, в котором под поршнем массой $M = 10$ кг находится такой же газ. Сосуды и трубка теплоизолированы. В начальном состоянии кран К закрыт, температура газа в обоих сосудах одинакова, поршень в сосуде 2 расположен на высоте $H = 10$ см от дна. На какое расстояние Δh передвинется поршень в сосуде 1 после открывания крана? Объемом трубки с краном пренебречь, атмосферное давление не учитывать.

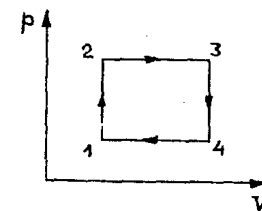


2.2.21. Сосуд содержит $m = 1,28$ г гелия при температуре $t = 27^0$ С. Во сколько раз β изменится среднеквадратичная скорость молекул гелия, если при его адиабатическом сжатии совершить работу $A = 252$ Дж? Молярная масса гелия $M = 4$ г/моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8,3$ Дж/(моль · К).

2.2.22. В вертикально расположенном цилиндрическом сосуде с площадью сечения $S = 20$ см² под поршнем массой $M = 4$ кг содержится идеальный одноатомный газ. Расстояние между поршнем и дном сосуда $h = 1$ м. Газу сообщили количество тепла $\Delta Q = 126$ Дж. Во сколько раз α изменится среднеквадратичная скорость молекул газа? Атмосферное давление $p_0 = 100$ кПа, ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

2.2.23. Идеальная тепловая машина имеет температуру нагревателя $T_1 = 400$ К, а температуру холодильника $T_2 = 300$ К. Какую мощность N развивает эта машина, если расход топлива составляет $\mu = 10^{-3}$ кг/с, а его удельная теплота сгорания $q = 4 \cdot 10^7$ Дж/кг?

2.2.24. С одним молем идеального газа проводят циклический процесс, состоящий из двух изохор и двух изобар. Найти коэффициент полезного действия цикла η , если известно, что температура в состоянии 1 $T_1 = 256$ К, в состоянии 3 $T_3 = 625$ К, а в состояниях 2 и 4 температура одинакова. Универсальная газовая постоянная $R = 8,3$ Дж/(моль · К).



Задачи по теме “Изменение агрегатного состояния вещества”

2.3.1. Относительная влажность воздуха в комнате объемом $V = 40 \text{ м}^3$ равна $f = 70\%$. Найти массу m водяных паров в комнате, если температура воздуха $t = 20^\circ \text{С}$, а давление насыщенного пара при этой температуре $p_n = 2330 \text{ Па}$. Универсальная газовая постоянная $R = 8,3 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$, молярная масса воды $M = 0,018 \text{ кг}/\text{моль}$.

2.3.2. В комнате при температуре $t = 20^\circ \text{С}$ относительная влажность воздуха $f_1 = 20\%$. Какую массу Δm воды нужно испарить для увеличения влажности до величины $f_2 = 60\%$ при той же температуре? Объем комнаты $V = 50 \text{ м}^3$, плотность насыщенных паров воды при температуре $t = 20^\circ \text{С}$ равна $\rho_n = 1,73 \cdot 10^{-2} \text{ кг}/\text{м}^3$.

2.3.3. В комнате при температуре $t = 20^\circ \text{С}$ относительная влажность $f_1 = 20\%$. Найти относительную влажность f_2 после испарения в комнате $m = 0,2 \text{ кг}$ воды. Объем комнаты $V = 50 \text{ м}^3$, плотность насыщенных паров при температуре $t = 20^\circ \text{С}$ равна $\rho_n = 1,73 \cdot 10^{-2} \text{ кг}/\text{м}^3$.

2.3.4. Воздух в комнате объемом $V = 50 \text{ м}^3$ имеет температуру $t = 27^\circ \text{С}$ и относительную влажность $f_1 = 30\%$. Сколько времени τ должен работать увлажнитель воздуха, распыляющий воду с производительностью $\alpha = 2 \text{ кг}/\text{час}$, чтобы относительная влажность в комнате повысилась до $f_2 = 70\%$? Давление насыщенных паров воды при $t = 27^\circ \text{С}$ равно $p_n = 3565 \text{ Па}$, универсальная газовая постоянная $R = 8,3 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$, молярная масса воды $M_{\text{H}_2\text{O}} = 18 \text{ г}/\text{моль}$.

2.3.5. Относительная влажность при температуре $t_1 = 27^\circ \text{С}$ равна $f_1 = 75\%$. Во сколько раз n изменится относительная влажность, если температура упадет до $t_2 = 10^\circ \text{С}$? Давление насыщенного пара при $t_1 = 27^\circ \text{С}$ равно $p_1 = 27 \text{ мм рт.ст.}$, при $t_2 = 10^\circ \text{С}$ равно $p_2 = 9,2 \text{ мм рт.ст.}$

2.3.6. Горизонтально расположенный цилиндр разделен подвижным поршнем массы $m = 5 \text{ кг}$ на две равные части объемом $V = 1 \text{ л}$ каждая. С одной стороны от поршня находится насыщенный водяной пар при температуре $t = 100^\circ \text{С}$, с другой - воздух при той же температуре. Цилиндр поставили вертикально так, что снизу оказался пар. На какое расстояние x опустится поршень, если температуру в обеих частях цилиндра поддерживают неизменной? Площадь основания цилиндра $S = 0,01 \text{ м}^2$, давление насыщенного пара при температуре $t = 100^\circ \text{С}$ равно $p_n = 10^5 \text{ Па}$. Ускорение свободного падения принять $g = 10 \text{ м}/\text{с}^2$.

2.3.7. Определить массу воды m , которую теряет человек за $\tau = 1$ час в процессе дыхания, исходя из следующих данных. Относительная влажность вдыхаемого воздуха $f_1 = 60\%$, относительная влажность выдыхаемого воздуха $f_2 = 100\%$. Человек делает в среднем $n = 15$ вдохов в минуту, вдыхая каждый раз $V = 2,5 \text{ л}$ воздуха. Температуру вдыхаемого и выдыхаемого воздуха принять $t = 36^\circ \text{С}$; давление насыщенного водяного пара при этой температуре $p_n = 5,9 \text{ кПа}$. Молярная масса воды $M = 18 \text{ г}/\text{моль}$, универсальная газовая постоянная $R = 8,3 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$.

2.3.8. В чайник налили воды при температуре $t = 10^\circ \text{С}$ и поставили на электроплитку. Через время $\tau_1 = 10 \text{ мин}$ вода закипела. Через какое время τ_2 вода полностью выкипит? Удельная теплоемкость воды $c = 4,2 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$, удельная теплота парообразования $r = 2,3 \text{ МДж}/\text{кг}$. Температура кипения воды $t_k = 100^\circ \text{С}$.

2.3.9. В калориметре находилось $m_1 = 400 \text{ г}$ воды при температуре $t_1 = 5^\circ \text{С}$. К ней долили еще $m_2 = 200 \text{ г}$ воды при температуре $t_2 = 10^\circ \text{С}$ и положили $m_3 = 400 \text{ г}$ льда при температуре $t_3 = -60^\circ \text{С}$. Какая масса m льда оказалась в калориметре после установления теплового равновесия? Удельные теплоемкости воды и льда, соответственно, $c_v = 4,2 \text{ Дж}/(\text{г} \cdot \text{К})$, $c_l = 2,1 \text{ Дж}/(\text{г} \cdot \text{К})$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 330 \text{ Дж}/\text{г}$. Теплоемкостью калориметра пренебречь.

2.3.10. На примус поставили открытую кастрюлю с водой при температуре $t = 20^0 \text{ C}$ и сняли ее через $\tau = 40$ мин. Найти объем V_1 оставшейся в кастрюле воды, если начальный объем воды составлял $V = 3$ л. В примусе каждую минуту сгорает $m = 3$ г керосина, удельная теплота сгорания которого $h = 40$ кДж/г, КПД примуса (относительная доля выделившегося тепла, идущая на нагревание воды) $\eta = 42\%$, теплоемкость и удельная теплота парообразования воды соответственно $c = 4,2$ кДж/(кг · К), $r = 2,1$ МДж/кг, плотность воды $\rho_v = 10^3$ кг/м³, температура кипения воды $t_k = 100^0 \text{ C}$. Теплоемкостью кастрюли пренебречь.

2.3.11. Нагретый металлический порошок высыпают в жидкость массой m , находящуюся при температуре T_1 . Масса порошка равна M , его удельная теплоемкость c . Когда установилось тепловое равновесие, оказалось что температура системы равна T_2 и масса жидкости уменьшилась на Δm . Удельная теплоемкость жидкости равна c_1 , ее удельная теплота парообразования r , температура кипения T_k . Найти температуру T_3 , которую имел нагретый порошок.

2.3.12. Тигель, содержащий некоторое количество олова, нагревают на плитке, выделяющей в единицу времени постоянное количество тепла. За время $\tau_0 = 20$ мин температура олова повысилась от $t_1 = 20^0 \text{ C}$ до $t_2 = 70^0 \text{ C}$, а еще через $\tau = 166$ мин олово полностью расплавилось. Найти удельную теплоемкость олова c , если его температура плавления $t_{пл} = 232^0 \text{ C}$, а удельная теплота плавления $\lambda = 58,5$ кДж/кг. Теплоемкостью тигеля и потерями тепла пренебречь.

2.3.13. Железнодорожный вагон массой $M_1 = 60$ т, движущийся со скоростью $v_0 = 7,2$ км/ч, сталкивается с неподвижно стоящим вагоном массой $M_2 = 40$ т. После столкновения вагоны приобретают одну и ту же скорость и движутся как единый состав. Какой объем воды V можно было бы довести до кипения, если всю энергию, выделившуюся при столкновении вагонов, удалось бы обратить в нагрев воды? Начальная температура воды $t_0 = 20^0 \text{ C}$, температура кипения воды $t_k = 100^0 \text{ C}$, удельная теплоемкость воды $c = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К), плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м³.

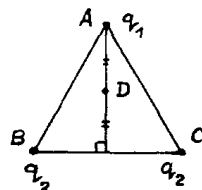
2.3.14. В теплоизолированном сосуде в начальный момент находится одноатомный газ при температуре $T_0 = 300$ К и кусочек железа массы $m = 0,2$ кг, нагретый до температуры $T_1 = 500$ К. Начальное давление газа $p_0 = 10^5$ Па, его объем $V_0 = 1000$ см³, удельная теплоемкость железа $c = 0,45$ кДж/(кг · К). Найти давление газа в равновесном состоянии, считая объем газа неизменным.

2.3.15. Толстостенный сосуд массой $m = 1$ кг изготовлен из материала, удельная теплоемкость которого $c = 100$ Дж/(кг · К). Сосуд содержит $\nu = 2$ моля одноатомного газа, объем которого $V = 500$ см³ остается неизменным. Системе сообщают количество тепла $Q = 300$ Дж. Найти изменение давления газа Δp . Универсальную газовую постоянную принять $R = 8,3$ Дж/(моль · К).

2.3.16. Некоторое количество воды нагревается электронагревателем мощностью $W = 500$ Вт. При включении нагревателя на время $t_1 = 2$ мин температура воды повысилась на $\Delta T = 1$ К, а при его отключении - понизилась за время $t_2 = 1$ мин на ту же величину ΔT . Какова масса m нагреваемой воды, если потери тепла за счет рассеяния в окружающую среду пропорциональны времени? Удельная теплоемкость воды $c = 4,19 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К).

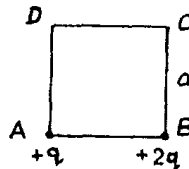
Задачи по теме “Электростатика”

3.1.1. В двух вершинах равностороннего треугольника помещены одинаковые заряды $q_1 = q_2 = q = 4$ мкКл. Какой точечный заряд q_3 необходимо поместить в середину стороны, соединяющей заряды q_1 и q_2 , чтобы напряженность электрического поля в третьей вершине треугольника оказалась равной нулю?



3.1.2. Три положительных заряда расположены в вершинах равностороннего треугольника ABC . Величина заряда, находящегося в точке A , равна q_1 ; величины зарядов в точках B и C равны q_2 . Найти отношение $\alpha = q_2 / q_1$, если напряженность электрического поля, создаваемого этими тремя зарядами в точке D , лежащей на середине высоты, опущенной из вершины A на сторону BC , равна нулю.

3.1.3. Два точечных заряда $+q$ и $+2q$, расположенные, соответственно, в вершинах A и B квадрата $ABCD$ со стороной $a = 1$ м, создают в вершине D электрическое поле напряженностью $\vec{E}$. В какую точку нужно поместить третий точечный заряд $-q$, чтобы напряженность суммарного электрического поля, создаваемого всеми тремя зарядами в вершине D , стала равна $-\vec{E}$?



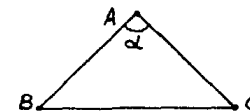
3.1.4. В окружность радиуса $R = 3$ см с центром в точке O вписан правильный восьмиугольник $ABCDEFGH$. В шести вершинах восьмиугольника помещены одинаковые положительные заряды так, что вектор $\vec{E}_0$ напряженности в точке O направлен по отрезку OH . Чему равна величина поля E_0 , если величина каждого из зарядов $q = 10^{-9}$ Кл? Электрическая постоянная $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

Задачи

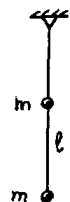
3.1.5. Три положительных точечных электрических заряда находятся в вакууме и расположены в вершинах равностороннего треугольника со стороной $a = 1$ м. Силы отталкивания зарядов равны: первого и второго: $F_{12} = 1$ Н, первого и третьего: $F_{13} = 2$ Н, второго и третьего: $F_{23} = 3$ Н. Вычислить величину заряда q_3 . Электрическая постоянная $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

3.1.6. К нитям длиной l , точки подвеса которых находятся на одном уровне на расстоянии L друг от друга, подвешены два одинаковых маленьких шарика массами m каждый. При сообщении им одинаковых по величине разноименных зарядов шарики сблизилась до расстояния L_1 . Определить величину сообщенных шарикам зарядов q . Ускорение свободного падения g .

3.1.7. Три одинаковых заряда расположены в вершинах равнобедренного треугольника с углом $\alpha = 90^\circ$ при вершине A . Во сколько раз k изменится величина силы, действующей на заряд в точке A , если знак заряда в точке C изменить на противоположный?



3.1.8. Два одинаковых маленьких шарика массами $m = 10$ г, заряженные одинаковыми зарядами $q = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл, закреплены на непроводящей нити, подвешенной на штативе. При какой длине l отрезка нити между шариками оба отрезка нити (верхний и нижний) будут испытывать одинаковое натяжение? Электрическая постоянная $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².



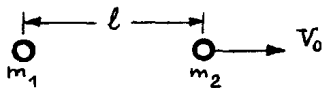
3.1.9. Два маленьких тела с равными зарядами q расположены на внутренней поверхности гладкой непроводящей сферы радиусом R . Первое тело закреплено в нижней точке сферы, а второе может свободно скользить по ее поверхности. Найти массу второго тела, если известно, что в состоянии равновесия оно находится на высоте h от нижней точки поверхности сферы.

3.1.10. Два удаленных друг от друга на большое расстояние металлических шара радиусами $r_1 = 5$ см и $r_2 = 10$ см, несущие заряды $q_1 = 2 \cdot 10^{-9}$ Кл и $q_2 = -10^{-9}$ Кл соответственно, соединяют тонким проводом. Какой заряд q протечет при этом по проводу?

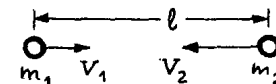
3.1.11. Два удаленных друг от друга на большое расстояние металлических шара радиусами $r_1 = 1$ см и $r_2 = 2$ см, несущие одинаковые заряды, взаимодействуют с силой $F = 10^{-4}$ Н. Какова будет сила взаимодействия этих шаров F' , если их соединить друг с другом тонким проводом?

3.1.12. По наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом, соскальзывает с высоты h небольшое тело, заряженное отрицательным зарядом $-q$. В точке пересечения вертикали, проведенной через начальное положение тела, с основанием наклонной плоскости находится заряд $+q$. Определить скорость, с которой тело достигнет основания наклонной плоскости. Масса тела M , ускорение свободного падения g . Трением пренебречь.

3.1.13. Два маленьких шарика массами $m_1 = 6$ г и $m_2 = 4$ г, несущие заряды $q_1 = 10^{-6}$ Кл и $q_2 = -5 \cdot 10^{-6}$ Кл соответственно, удерживаются на расстоянии $l = 2$ м друг от друга. В некоторый момент оба шарика отпускают, сообщив одновременно второму из них скорость $V_0 = 3$ м/с, направленную от первого шарика вдоль линии, соединяющей их центры. На какое максимальное расстояние L разойдутся шарики друг от друга? Силу тяжести не учитывать. Электрическую постоянную принять $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9}$ Ф/м.



3.1.14. Два маленьких шарика массами $m_1 = 6$ г и $m_2 = 4$ г несут заряды $q_1 = 10^{-6}$ Кл и $q_2 = 5 \cdot 10^{-6}$ Кл соответственно. В начальный момент они движутся навстречу друг другу по прямой, соединяющей их центры. При этом расстояние между шариками составляет $l = 2$ м и их скорости равны $V_1 = 1$ м/с и $V_2 = 2$ м/с соответственно. На какое минимальное расстояние L приблизятся шарики друг к другу? Силу тяжести не учитывать.



Электрическую постоянную принять $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9}$ Ф/м.

3.1.15. Металлическая сфера, имеющая небольшое отверстие, заряжена положительным зарядом Q . Первоначально незаряженные металлические шарики A и B расположены, как показано на рисунке. Радиус сферы равен R , радиусы каждого шарика r , расстояние $AB \gg R$. Определить заряды q_A и q_B , которые индуцируются на шариках, когда их соединят проволокой.

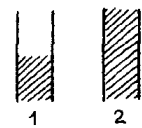


3.1.16. Металлическим пластинам 1 и 2 сообщили положительные заряды $Q_1 = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл и $Q_2 = 4 \cdot 10^{-6}$ Кл соответственно. Какие заряды Q'_1 и Q'_2 расположатся на боковых сторонах пластины 2?

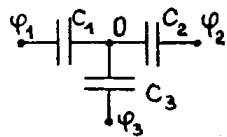


3.1.17. Конденсатор представляет собой две круглые металлические пластины радиуса $r = 0,2$ м, расположенные параллельно друг другу. Расстояние между пластинами очень мало по сравнению с их радиусом. Напряженность однородного электрического поля между пластинами $E = 0,9 \cdot 10^6$ В/м. Найти абсолютную величину заряда q на каждой из пластин. Электрическая постоянная $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

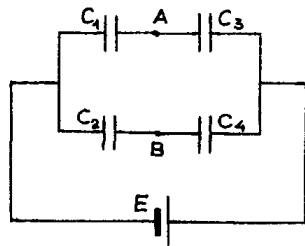
3.1.18. Обкладки плоского воздушного конденсатора, подключенного к источнику постоянного напряжения, притягиваются с силой F_0 . Какая сила F будет действовать на обкладки, если в зазор параллельно им вставить металлическую пластинку толщиной в $n = 2$ раза меньше величины зазора, а остальные размеры совпадают с размерами обкладок?



3.1.19. В двух одинаковых плоских конденсаторах пространство между обкладками заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 3$, в одном наполовину, в другом полностью. Найти отношение емкостей α этих конденсаторов.

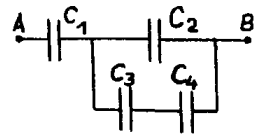


3.1.20. В изображенной на рисунке схеме заданы потенциалы ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 и емкости конденсаторов C_1, C_2, C_3 . Определить потенциал ϕ_0 точки O .



3.1.21. На рисунке изображена батарея конденсаторов, подключенная к гальваническому элементу с ЭДС E . Емкости конденсаторов равны: $C_1 = C$, $C_2 = 2C$, $C_3 = 3C$, $C_4 = 6C$. Чему равна разность потенциалов U между точками A и B ? Считать, что до подключения к источнику все конденсаторы были незаряжены.

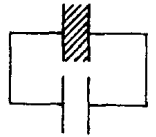
3.1.22. В схеме, показанной на рисунке, емкости конденсаторов равны: $C_1 = 1$ мкФ, $C_2 = 2$ мкФ, $C_3 = 3$ мкФ, $C_4 = 4$ мкФ. Напряжение между точками A и B равно $U = 100$ В. Найти напряжение U_4 на конденсаторе C_4 , если до подключения напряжения U конденсаторы были не заряжены.



3.1.23. Два плоских конденсатора заряжены: первый до разности потенциалов U_1 , второй – до разности потенциалов U_2 . Площади пластин конденсаторов соответственно: S_1 у первого и S_2 у второго, расстояние между пластинами у обоих конденсаторов одинаково. Чему будет равно напряжение на конденсаторах U , если соединить их одноименно заряженные обкладки?

3.1.24. Два плоских конденсатора имеют одинаковую емкость. В один из них вставили пластинку с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 6$, заполняющую весь объем между обкладками, и зарядили этот конденсатор так, что запасенная в нем энергия составила $W_0 = 2 \cdot 10^{-6}$ Дж. Отсоединив источник, пластинку удалили и к заряженному конденсатору подсоединили второй, незаряженный конденсатор. Найти энергию W , которая будет запасена в конденсаторах после их перезарядки.

3.1.25. Два одинаковых плоских конденсатора, один из которых заполнен диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ϵ , соединены как показано на рисунке и заряжены до напряжения U_0 . Какую работу A нужно совершить, чтобы вытащить диэлектрическую пластинку из конденсатора? Емкость пустого конденсатора равна C .



3.1.26. Конденсатор емкостью $C = 15$ пФ зарядили до разности потенциалов $U = 100$ В и отключили от источника. Затем пространство между обкладками заполнили диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 1,5$. Определить, на какую величину ΔW изменится энергия конденсатора.

3.1.27. К источнику с ЭДС E последовательно подключены два конденсатора с емкостью C_1 и C_2 . После зарядки конденсаторов источник отключают, а к конденсатору C_1 через резистор подключают незаряженный конденсатор емкостью C_3 . Какое количество тепла Q выделится на резисторе в процессе зарядки конденсатора C_3 ?

Задачи по теме "Постоянный ток"

3.2.1. Источник с ЭДС $E = 50$ В и с внутренним сопротивлением $r = 1,2$ Ом должен питать дуговую лампу с сопротивлением $R = 6$ Ом, требующую для нормального горения напряжения $U = 30$ В. Определить сопротивление R_1 резистора, введенного последовательно в цепь лампы для ее нормального горения.

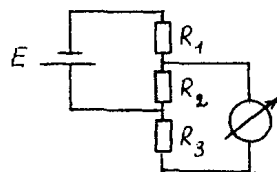
3.2.2. Электрическая цепь состоит из резистора с сопротивлением $R_1 = 10$ Ом и источника с внутренним сопротивлением $r = 2$ Ом. Напряжение на резисторе измеряют вольтметром, внутреннее сопротивление которого $r_B = 20$ Ом. Определить показание U вольтметра, если ЭДС источника $E = 26$ В.

3.2.3. Какое количество m серебра выделится на катоде электрохимической ванны, соединенной последовательно с конденсатором емкостью $C = 1000$ мкФ, если в процессе протекания тока напряжение на конденсаторе изменяется на $\Delta U = 100$ В? Электрохимический эквивалент серебра $k = 1,12$ мг/Кл.

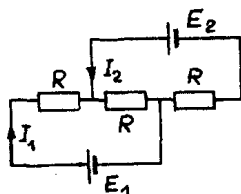
3.2.4. Два гальванических элемента, электродвижущие силы которых $E_1 = 2$ В и $E_2 = 1$ В, соединены по схеме, указанной на рисунке. При каком значении сопротивления R ток через гальванический элемент с ЭДС E_2 не пойдет? Внутреннее сопротивление элемента с ЭДС E_1 равно $r_1 = 1$ Ом.

3.2.5. В схеме, показанной на рисунке, $E_1 = 10$ В, $R_1 = 20$ Ом, $R_2 = 40$ Ом. Чему равна ЭДС второго источника E_2 , если ток через амперметр не течет? Внутренними сопротивлениями источников пренебречь.

3.2.6. Какой ток I_1 покажет амперметр в схеме, показанной на рисунке?



Какой ток I_2 покажет амперметр, если источник тока и амперметр поменять местами? $R_1 = 20$ Ом, $R_2 = 40$ Ом, $R_3 = 60$ Ом, $E = 10$ В. Внутренними сопротивлениями источника тока и амперметра пренебречь.

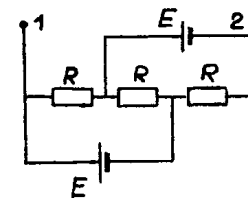


3.2.7. В цепь включены два источника с ЭДС E_1 , E_2 и внутренними сопротивлениями r_1 , r_2 соответственно, и три одинаковых резистора сопротивлением R . При какой величине R значения токов I_1 и I_2 будут равны друг другу?

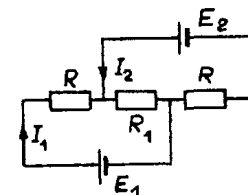
Задачи

181

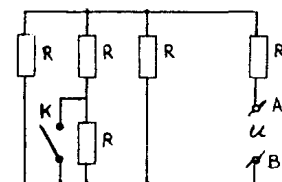
3.2.8. Цепь образована двумя одинаковыми батареями E и тремя равными сопротивлениями $R = 0,5$ Ом. При каком значении r внутреннего сопротивления каждой из батарей напряжение между точками 1 и 2 будет равно ЭДС батарей?



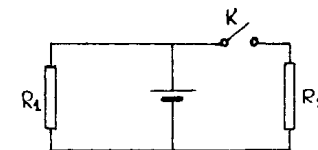
3.2.9. В схеме, показанной на рисунке, подбором величины сопротивления R_1 добились того, что ток I_2 стал равен нулю. Чему равно внутреннее сопротивление r_1 первой батареи, если $E_1 = 2$ В, $E_2 = 1,5$ В, $R = 2,5$ Ом, $R_1 = 9$ Ом?



3.2.10. Цепь, изображенная на рисунке, составлена из 4 одинаковых резисторов сопротивлением $R = 7,5$ Ом и резистора $R_1 = 1$ Ом. На клеммах AB поддерживается постоянное напряжение $U = 14$ В. Насколько изменится сила тока, текущего через резистор R_1 , после замыкания ключа K ? Сопротивлением проводов и ключа пренебречь.



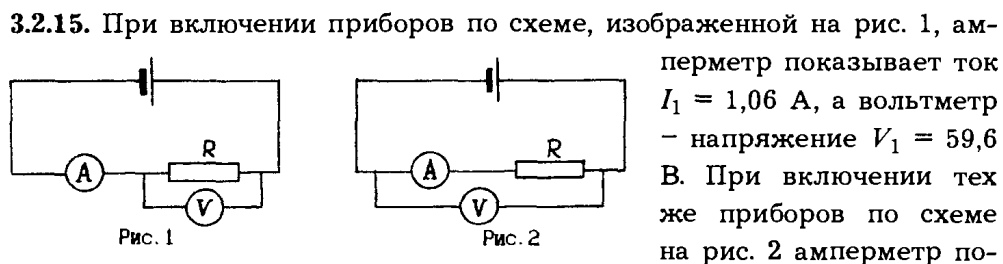
3.2.11. В схеме, показанной на рисунке, резисторы имеют сопротивления $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом. Определить внутреннее сопротивление батареи r , если известно, что при разомкнутом ключе K через резистор R_1 течет ток $I_1 = 2,8$ А, а при замкнутом ключе K через резистор R_2 течет ток $I_2 = 1$ А.



3.2.12. Электрическая схема состоит из последовательно соединенных резистора с сопротивлением $R = 10$ Ом, конденсатора и батареи с внутренним сопротивлением $r = 5$ Ом. Параллельно конденсатору подключили резистор с сопротивлением $R_1 = 5$ Ом. Во сколько раз m изменится энергия конденсатора после того, как напряжение на нем станет постоянным?

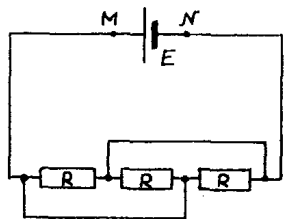
3.2.13. Батарея из двух одинаковых гальванических элементов, соединенных последовательно, нагружена на внешний резистор $R = 2 \text{ Ом}$, через который за некоторое время протекает заряд $Q_1 = 20 \text{ Кл}$. Какой величины заряд Q_2 протечет за то же время через каждый элемент, если их соединить параллельно и нагрузить на тот же резистор? Внутреннее сопротивление каждого элемента $r = 0.1 \text{ Ом}$.

3.2.14. Из куска однородной проволоки изготовлен замкнутый контур, имеющий форму квадрата $ABCD$. Батарею подключают сначала к вершинам квадрата A и B , а затем к вершинам A и C . В первом случае сила тока, протекающего через батарею, оказывается в $m = 1.2$ раза больше, чем во втором. Определить внутреннее сопротивление батареи r , если известно, что сопротивление проволоки, из которой изготовлен квадрат, равно $R = 4 \text{ Ом}$.

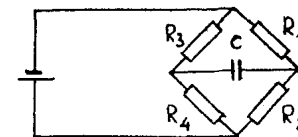


При включении приборов по схеме, изображенной на рис. 1, амперметр показывает ток $I_1 = 1.06 \text{ А}$, а вольтметр — напряжение $V_1 = 59.6 \text{ В}$. При включении тех же приборов по схеме на рис. 2 амперметр показывает ток $I_2 = 0.94 \text{ А}$, а вольтметр — напряжение $V_2 = 60 \text{ В}$. Определить сопротивление резистора R , считая напряжение на зажимах батареи неизменным.

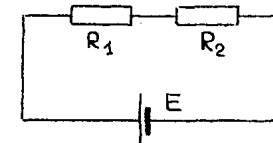
3.2.16. Батарея с ЭДС $E = 2 \text{ В}$ и внутренним сопротивлением $r = 0.1 \text{ Ом}$ присоединена к цепи, изображенной на рисунке. Сопротивление каждого из резисторов $R = 1 \text{ Ом}$. Найти напряжение U_{MN} на клеммах батареи. Сопротивлением всех соединительных проводов пренебречь.



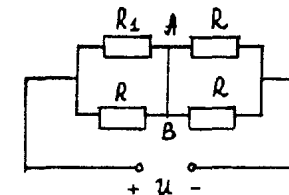
3.2.17. В схеме, показанной на рисунке, где $R_1 = 60 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$, $R_3 = 40 \text{ Ом}$, $R_4 = 20 \text{ Ом}$, батарею и конденсатор поменяли местами. Во сколько раз α изменится при этом заряд конденсатора? Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.



3.2.18. Если вольтметр, имеющий конечное сопротивление, подключен параллельно резистору R_1 , то он показывает напряжение $U_1 = 6 \text{ В}$, если параллельно резистору R_2 , то — напряжение $U_2 = 4 \text{ В}$. Каковы будут падения напряжения V_1 и V_2 на резисторах, если вольтметр не подключать? ЭДС батареи $E = 12 \text{ В}$, ее внутреннее сопротивление пренебрежимо мало.

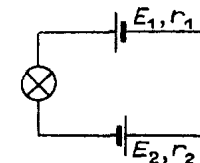


3.2.19. В схеме, показанной на рисунке, напряжение на клеммах источника $U = 100 \text{ В}$, сопротивления в цепи $R_1 = 101 \text{ Ом}$, $R = 100 \text{ Ом}$. Определить величину тока I , протекающего по проводнику AB . Сопротивлением подводящих проводов, проводника AB и внутренним сопротивлением источника пренебречь.



3.2.20. При подключении к батарее поочередно двух сопротивлений нагрузки $R_1 = 4 \text{ Ом}$ и $R_2 = 1 \text{ Ом}$ выделяемая в них мощность оказалась одинаковой и равной $W = 9 \text{ Вт}$. Чему равна ЭДС E батареи?

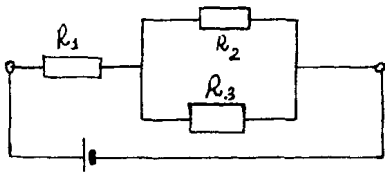
3.2.21. Лампочка накаливания включена в цепь, показанную на рисунке. ЭДС источников в схеме равны $E_1 = 3 \text{ В}$ и $E_2 = 4 \text{ В}$. Их внутренние сопротивления соответственно $r_1 = 2 \text{ Ом}$ и $r_2 = 1 \text{ Ом}$. Найти мощность $W_{\text{л}}$, выделяющуюся в лампочке, если известно, что при напряжении на лампочке $U = 6 \text{ В}$ в ней выделяется мощность $W = 9 \text{ Вт}$. Изменением сопротивления нити лампочки в зависимости от температуры пренебречь.



3.2.22. Две лампы имеют мощности $W_1 = 20$ Вт и $W_2 = 40$ Вт при стандартном напряжении сети. При их последовательном включении в сеть с другим напряжением оказалось, что в двадцативаттной лампе выделяется та же мощность, что и при стандартном напряжении. Какая мощность W'_2 выделяется при этом в другой лампе? Изменением сопротивления нитей ламп с температурой пренебречь.

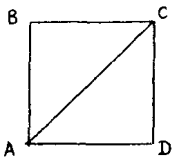
3.2.23. Электрическая лампочка подключена к источнику тока через сопротивление, подсоединенное последовательно. Известно, что при ЭДС источника $E_1 = 20$ В и подсоединенном сопротивлении $r_1 = 4$ Ом через лампочку течет такой же ток, что и при ЭДС $E_2 = 14$ В и сопротивлении $r_2 = 1$ Ом. Найти мощность W , выделяющуюся в лампочке. Внутренним сопротивлением источника тока пренебречь.

3.2.24. Чему равно внутреннее сопротивление аккумуляторной батареи, если при ее разряде через внешнюю цепь с сопротивлением $R = 3$ Ом во внешней цепи выделяется $\eta = 90\%$ запасенной энергии?

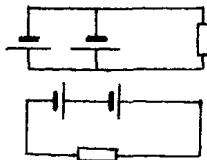


3.2.25. В схеме, показанной на рисунке, $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом, $R_3 = 3$ Ом. Известно, что на сопротивлении R_1 выделяется мощность $P_1 = 25$ Вт. Какая мощность P_2 выделяется на сопротивлении R_2 ?

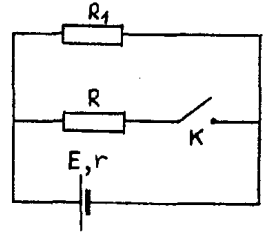
3.2.26. Из однородной проволоки спаян квадрат $ABCD$ с диагональю AC (см. рисунок). Источник напряжения (внутренним сопротивлением которого можно пренебречь) подсоединяют к точкам AC схемы (случай 1), а затем к точкам BD (случай 2). Во сколько раз различаются мощности W_1 и W_2 , выделяемые в цепи в этих случаях?



3.2.27. Батарея из двух одинаковых параллельно соединенных элементов с внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом нагружена на внешнее сопротивление $R = 1$ Ом. Во сколько раз β изменится отношение мощности, выделяемой во внешнем сопротивлении, к полной мощности, если элементы соединить последовательно?



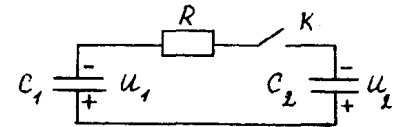
3.2.28. В схеме, показанной на рисунке, сопротивление $R_1 = 1$ Ом. Определить внутреннее сопротивление источника тока r , если известно, что при замыкании ключа K сила тока через источник возрастает в $n = 3$ раза, а мощность, выделяющаяся во внешней цепи, увеличивается в $m = 2$ раза.



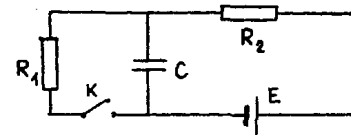
3.2.29. Батарея из двух одинаковых параллельно соединенных элементов нагружена на внешнее сопротивление $R = 1$ Ом. После того, как элементы соединили последовательно, мощность, выделяемая во внешнем сопротивлении, увеличилась в $n = 2$ раза. Чему равно внутреннее сопротивление r каждого из элементов?

3.2.30. Конденсатор емкостью $C = 10$ мкФ разряжается через цепь из двух параллельно включенных сопротивлений $R_1 = 10$ Ом и $R_2 = 40$ Ом. Какое количество тепла Q_1 выделится на меньшем из сопротивлений, если конденсатор был заряжен до напряжения $U = 100$ В?

3.2.31. До замыкания ключа K конденсаторы $C_1 = 1$ мкФ и $C_2 = 2$ мкФ были заряжены до напряжений $U_1 = 400$ В и $U_2 = 100$ В, как показано на рисунке. Какая энергия выделится на сопротивлении R после замыкания ключа?



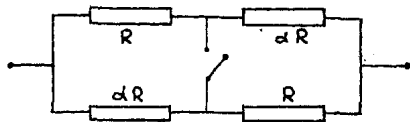
3.2.32. Цепь, показанная на рисунке, находилась достаточно долго в состоянии с замкнутым ключом K . В некоторый момент времени ключ разомкнули. Какое количество тепла Q выделится на резисторе R_2 после размыкания ключа? При расчетах положить: $E = 300$ В, $R_1 = 100$ Ом, $R_2 = 200$ Ом, $C = 10$ мкФ. Внутренним сопротивлением источника пренебречь.



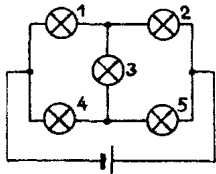
3.2.33. Конденсатор емкостью $C = 20$ мкФ включен в цепь через коммутатор, так что его выводы можно менять местами. После того, как напряжение на конденсаторе установилось, коммутатор переключили. Какая энергия выделится при этом на резисторе? При расчетах принять $E = 300$ В.



3.2.34. Нагревательные элементы, сопротивления которых отличаются в α раз, соединены как показано на рисунке и подключены к источнику тока с пренебрежимо малым внутренним сопротивлением. Найти α , если известно, что при замыкании ключа общая мощность, выделяющаяся в цепи, увеличивается в $k = 2$ раза. Изменением сопротивлений элементов при нагревании пренебречь.



3.2.35. Пять одинаковых лампочек соединены в цепь как показано на рисунке и подключены к батарее. Во сколько раз α изменится мощность, выделяющаяся в этой цепи, если лампочка номер 1 перегорит? Внутреннее сопротивление батареи пренебрежимо мало.



3.2.36. Напряжение на зажимах генератора постоянного тока $U_0 = 220$ В, а на зажимах нагрузки $U_1 = 210$ В. Определить мощность $P_{лв}$, выделяющуюся в линии между генератором и потребителем, если номинальная мощность нагрузки при напряжении на ней, равном U_0 , составляет $P = 10$ кВт.

3.2.37. При подключении к аккумулятору с внутренним сопротивлением $r = 0,16$ Ом нагревательный элемент развивает мощность $W_1 = 200$ Вт. При подключении нагревательного элемента к двум таким аккумуляторам, соединенным последовательно, выделяемая в нагревателе мощность составила $W_2 = 288$ Вт. Найти ЭДС E аккумулятора.

3.2.38. При подключении к аккумулятору с внутренним сопротивлением $r = 2$ Ом нагревательный элемент развивает мощность $W_1 = 50$ Вт. При подключении нагревательного элемента к двум таким аккумуляторам, соединенным последовательно, выделяемая в нагревателе мощность составила $W_2 = 72$ Вт. Найти сопротивление R нагревателя.

3.2.39. При подключении к аккумулятору с внутренним сопротивлением $r = 0,2$ Ом нагревательный элемент развивает мощность $W_1 = 10$ Вт. При подключении нагревательного элемента к двум таким аккумуляторам, соединенным параллельно, выделяемая в нагревателе мощность составила $W_2 = 12,1$ Вт. Найти сопротивление R нагревателя.

3.2.40. При подключении к аккумулятору с внутренним сопротивлением $r = 0,2$ Ом нагревательный элемент развивает мощность $W_1 = 10$ Вт. При подключении нагревательного элемента к двум таким аккумуляторам, соединенным параллельно, выделяемая в нагревателе мощность составила $W_2 = 14,4$ Вт. Найти ЭДС E аккумулятора.

3.2.41. Во внешней нагрузке, подключенной к батарее, выделяется мощность $W_1 = 1$ Вт. Чему равен коэффициент полезного действия η этой цепи (т.е. отношение мощности, выделяющейся в нагрузке, к полной мощности, развиваемой батареей), если при подключении той же нагрузки к двум таким батареям, соединенным последовательно, мощность в нагрузке стала равной $W_2 = 1,44$ Вт?

3.2.42. При подключении нагрузки к батарее с внутренним сопротивлением $r_1 = 0,1$ Ом во внешней цепи выделяется мощность $W_1 = 1$ Вт. В той же нагрузке, питаемой от батареи с внутренним сопротивлением $r_2 = 0,2$ Ом и прежней ЭДС, выделяется мощность $W_2 = 0,64$ Вт. Чему равно сопротивление нагрузки R ?

Задачи по теме "Магнетизм"

3.3.1. Частица массой $m = 10^{-4}$ г, несущая заряд $q = 10^{-7}$ Кл, движется в плоскости, перпендикулярной однородному магнитному полю с индукцией $B = 1$ Тл. Найти период обращения частицы T . Силу тяжести не учитывать.

3.3.2. Заряженная частица массой $m = 6,4 \cdot 10^{-27}$ кг влетает со скоростью $V_0 = 100$ км/с в область с постоянным и однородным магнитным полем, вектор индукции которого $\vec{B}$ перпендикулярен $\vec{V}_0$. На какой угол α отклонится частица, если область, занимаемая магнитным полем, в котором движется частица, ограничена плоскостями, перпендикулярными $\vec{V}_0$, расстояние между которыми $L = 10$ см? Заряд частицы $q = 3,2 \cdot 10^{-19}$ Кл, индукция магнитного поля $B = 0,01$ Тл. Силу тяжести не учитывать.

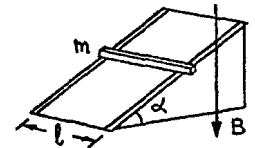
3.3.3. Горизонтальные рельсы, находящиеся в вертикальном магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл, расположены на расстоянии $l = 0,5$ м друг от друга. На них лежит металлический стержень массой $m = 0,5$ кг, перпендикулярный рельсам. Какой величины I ток нужно пропустить по стержню, чтобы он начал двигаться? Коэффициент трения стержня о рельсы $\mu = 0,2$.

3.3.4. Подвешенный горизонтально на двух невесомых нитях прямолинейный проводник находится в однородном магнитном поле, вектор индукции которого направлен вертикально. Если по проводнику течет ток $I_1 = 1$ А, то нити отклоняются от вертикали на угол $\alpha_1 = 30^\circ$. При какой силе тока I_2 в проводнике нити отклонятся на угол $\alpha_2 = 60^\circ$?

Задачи

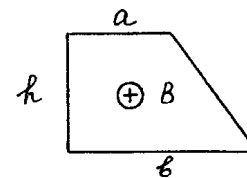
3.3.5. Квадратная проволочная рамка может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, совпадающей с одной из ее сторон. Рамка помещена в однородное магнитное поле с индукцией $\vec{B}$, направленной вертикально. Когда по рамке течет ток $I = 5$ А, она отклоняется от вертикальной плоскости на угол $\alpha = 30^\circ$. Определить индукцию магнитного поля B , если площадь сечения проволоки, из которой изготовлена рамка, $S = 4$ мм², а плотность материала проволоки $\rho = 8,6 \cdot 10^3$ кг/м³. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

3.3.6. Вдоль наклонной плоскости, образующей с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$, проложены рельсы, по которым может скользить проводящий стержень массой $m = 1$ кг. Какой минимальной величины ток I нужно пропустить по стержню, чтобы он оставался в покое, если вся система находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,2$ Тл, направленной вертикально? Коэффициент трения стержня о рельсы $\mu = 0,2$, расстояние между ними $l = 0,5$ м. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².



Задачи по теме "Электромагнитная индукция"

3.4.1. Замкнутый проводник в виде прямоугольной трапеции находится в магнитном поле с индукцией $B = 6 \cdot 10^{-2}$ Тл, направленной перпендикулярно плоскости трапеции от нас. Сопротивление единицы длины проводника $\rho = 0,023$ Ом/м. Найти величину и направление тока I , текущего в проводнике при равномерном уменьшении поля до нуля в течение $t = 3$ с. Размеры отрезков проводника $a = 0,2$ м, $b = 0,5$ м, $h = 0,4$ м.



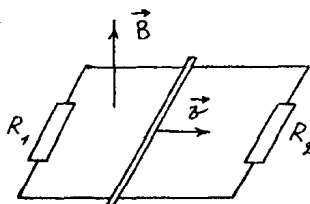
3.4.2. Кольцо радиуса $r = 1$ м, сделанное из тонкой проволоки, находится в однородном магнитном поле, индукция которого увеличивается пропорционально времени t по закону $B = kt$. Определить мощность P , выделяющуюся в кольце, если известно, что сопротивление кольца равно $R = 1$ Ом, вектор индукции B составляет угол $\alpha = 60^\circ$ с нормалью к плоскости кольца, $k = 1$ Тл/с.

3.4.3. Катушка из n одинаковых витков с площадью S присоединена к баллистическому гальванометру. Вначале катушка находилась между полюсами магнита в однородном магнитном поле с индукцией B , параллельной оси катушки. Затем катушку переместили в пространство, где магнитное поле отсутствует. Какое количество электричества Q протекло через гальванометр? Сопротивление всей цепи R .

3.4.4. При равномерном изменении силы тока через проволоочную катушку в ней возникает ЭДС самоиндукции $E = 10$ В. Катушка содержит $N = 1000$ витков. Какой заряд q протечет за время $\Delta t = 0,05$ с через замкнутый проволоочный виток, надетый на катушку так, что его плоскость перпендикулярна оси катушки? Сопротивление витка $R = 0,2$ Ом.

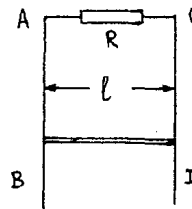
3.4.5. Катушку с индуктивностью $L = 0,3$ Гн подключают к источнику с ЭДС $E = 1,5$ В. Через какой промежуток времени Δt сила тока в цепи будет равна $I = 5$ А? Омическим сопротивлением катушки и внутренним сопротивлением источника пренебречь.

3.4.6. По двум параллельным проводам со скоростью $V = 20$ см/с, направленной вдоль проводов, движется проводящий стержень. Между концами проводов включены резисторы $R_1 = 2$ Ом и $R_2 = 4$ Ом. Расстояние между проводами $d =$

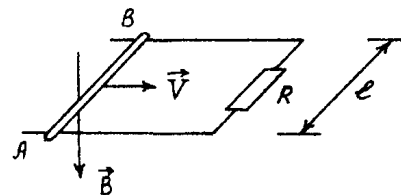


10 см. Провода помещены в однородное магнитное поле, индукция которого $B = 10$ Тл перпендикулярна плоскости, проходящей через провода. Найти силу тока I , текущего по стержню. Сопротивлением проводов, стержня и контактов между ними пренебречь.

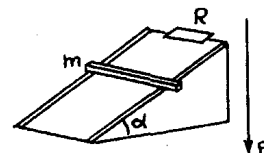
3.4.7. По двум вертикальным проводящим рейкам AB и CD (см. рисунок), находящимся на расстоянии l и соединенным сопротивлением R , под действием силы тяжести начинает скользить проводник, длина которого l и масса m . Система находится в однородном магнитном поле, индукция которого B перпендикулярна плоскости рисунка. Какова установившаяся скорость V движения проводника, если сопротивлением самого проводника и реек, а также трением можно пренебречь? Ускорение свободного падения g .



3.4.8. Параллельные проводящие шины, расположенные в горизонтальной плоскости, замкнуты на резистор сопротивлением R и помещены в постоянное однородное магнитное поле, вектор индукции которого направлен по вертикали вниз. По шинам без трения может перемещаться проводник AB , сохраняя постоянно контакт с шинами. Найти величину и направление силы $\vec{F}$, которую нужно приложить к проводнику, чтобы он двигался вдоль шин поступательно с постоянной скоростью $\vec{V}$. Сопротивлением шин и проводника пренебречь. При расчетах положить: $R = 100$ Ом, $B = 2$ Тл, $V = 0,1$ м/с, $l = 20$ см.

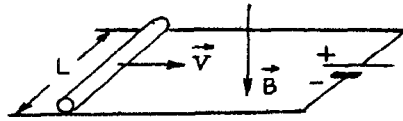


3.4.9. По параллельным рельсам, наклоненным под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту, соскальзывает без трения проводящий брусок массой $m = 100$ г. В верхней части рельсы замкнуты резистором с сопротивлением $R = 20$ Ом. Вся система находится

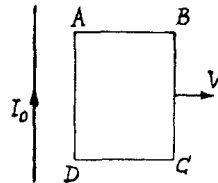


в однородном магнитном поле, направленном вертикально. Чему равна сила тока I , текущего по бруску, если известно, что он движется с постоянной скоростью $V = 1$ м/с? Сопротивлением бруска и рельсов пренебречь, ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

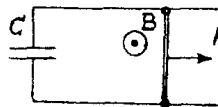
3.4.10. В магнитном поле с индукцией $B = 1$ Тл, направленной вертикально вниз, по горизонтальным рельсам равномерно движется проводящий стержень длины $L = 0,4$ м со скоростью $V = 5$ м/с. Концы рельсов присоединены к батарее с ЭДС $E = 10,1$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,1$ Ом. Какое количество теплоты Q выделится в стержне за время $t = 10$ с, если его сопротивление $R = 10$ Ом? Сопротивлением рельсов и соединительных проводов пренебречь.



3.4.11. Прямоугольный контур $ABCD$ перемещается поступательно с постоянной скоростью V в магнитном поле тока I_0 , текущего по длинному прямому проводу OO' . Стороны AD и BC параллельны проводу. Определить величину и направление тока, индуцированного в контуре в тот момент, когда сторона AD находится на расстоянии x_0 от провода. $AD = BC = a$, $AB = DC = b$. Сопротивление контура R .

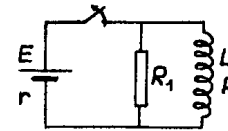


3.4.12. По двум металлическим параллельным рейкам, расположенным в горизонтальной плоскости к замкнутым на конденсатор C , может без трения двигаться проводник массой m и длиной l . Вся система находится в однородном магнитном поле с индукцией B , направленной вверх. К середине проводника перпендикулярно ему и параллельно рейкам приложена сила F . Определить ускорение подвижного проводника. Сопротивлением реек и подводящих проводов пренебречь. В начальный момент скорость проводника равна нулю.



3.4.13. Металлический диск радиусом $r = 10$ см, расположенный перпендикулярно силовым линиям однородного магнитного поля с индукцией $B = 1$ Тл, вращается вокруг оси, проходящей через его центр, с угловой скоростью $\omega = 628$ рад/с. Два скользящих контакта, один на оси диска, другой – на краю, соединяют диск с резистором сопротивлением $R = 5$ Ом. Какая мощность W выделяется на резисторе? Сопротивлением диска и соединительных проводов пренебречь.

3.4.14. Катушка индуктивностью $L = 0,4$ Гн с сопротивлением обмотки $R = 2$ Ом подключена параллельно с резистором сопротивлением $R_1 = 8$ Ом к источнику с ЭДС $E = 6$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,2$ Ом. Какое количество тепла Q выделится в сопротивлении R_1 после отключения источника?

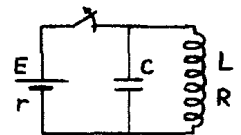


Задачи по теме “Электромагнитные колебания и волны”

3.5.1. В колебательном контуре с индуктивностью L и емкостью C конденсатор заряжен до максимального напряжения U_m . Каким будет ток I в контуре в тот момент, когда напряжение на конденсаторе уменьшится в два раза? Колебания считать незатухающими.

3.5.2. В колебательном контуре конденсатору с емкостью $C = 10$ мкФ сообщили заряд $q = 1$ мКл, после чего возникли затухающие электромагнитные колебания. Сколько тепла Q выделится к моменту, когда максимальное напряжение на конденсаторе станет меньше начального максимального напряжения в $n = 4$ раза?

3.5.3. Катушка индуктивностью $L = 2$ мГн с сопротивлением обмотки $R = 10$ Ом и конденсатор емкостью $C = 10^{-5}$ Ф подключены параллельно к источнику с ЭДС $E = 100$ В и внутренним сопротивлением $r = 10$ Ом. Какое количество тепла Q выделится в контуре после отключения источника?



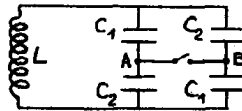
3.5.4. На какую длину λ волны настроен колебательный контур с индуктивностью L , если максимальный ток в контуре I_m , а максимальное напряжение на конденсаторе U_m ? Скорость распространения электромагнитных волн c .

3.5.5. В колебательном контуре конденсатор емкостью C заряжен до максимального напряжения U_m . Определить резонансную частоту ν_0 колебаний в контуре, если максимальный ток в нем I_m . Активным сопротивлением в контуре пренебречь.

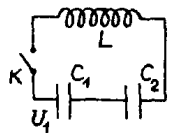
3.5.6. Колебательный контур состоит из катушки индуктивности и двух одинаковых конденсаторов, включенных параллельно. Период собственных колебаний контура T_1 . Каков будет период T_2 колебаний в контуре, если конденсаторы включить последовательно?

3.5.7. Конденсатор емкостью $C = 0,1$ мкФ, заряженный до напряжения $U = 100$ В, подсоединяют к катушке индуктивностью $L = 1$ мГн. Чему равна величина тока I через катушку спустя время $t_0 = 0,785 \cdot 10^{-5}$ с после подключения конденсатора? Сопротивлением катушки и соединительных проводов пренебречь.

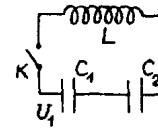
3.5.8. Колебательный контур состоит из катушки индуктивности и четырех конденсаторов, соединенных как показано на рисунке. Во сколько раз α изменится период собственных колебаний в контуре, если замкнуть ключ, соединяющий точки A и B ? $C_1 = 10^{-8}$ Ф, $C_2 = 4 \cdot 10^{-8}$ Ф.



3.5.9. В цепи, показанной на рисунке, конденсатор емкостью $C_1 = 10^{-5}$ Ф вначале заряжен до напряжения $U_1 = 200$ В, а конденсатор емкостью $C_2 = 10^{-6}$ Ф разряжен. До какого максимального напряжения $U_{2\max}$ может зарядиться конденсатор C_2 в процессе колебаний, возникающих в цепи после замыкания ключа? Потерями в соединительных проводах и в катушке индуктивности пренебречь.



3.5.10. Катушка индуктивностью $L = 3$ мГн подключена к двум последовательно соединенным конденсаторам (см. рисунок), один из которых, емкостью $C_1 = 10^{-7}$ Ф, заряжен вначале до напряжения $U_1 = 150$ В, а второй, емкостью $C_2 = 3 \cdot 10^{-7}$ Ф, разряжен. Чему будет равна максимальная сила тока $I_{\max}$ в цепи после замыкания ключа?



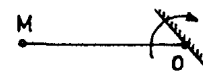
Задачи по теме "Геометрическая оптика"

Отражение и преломление света

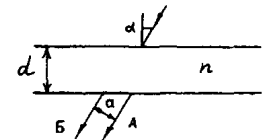
4.1.1. Точечный источник света расположен на дне водоема глубиной $h = 0,6$ м. В некоторой точке поверхности воды вышедший в воздух преломленный луч оказался перпендикулярным лучу, отраженному от поверхности воды обратно в воду. На каком расстоянии L от источника на дне водоема достигнет дна отраженный луч? Показатель преломления воды $n = 4/3$.

4.1.2. Луч света падает в центр верхней грани стеклянного кубика. Чему равен максимальный угол падения α , при котором преломленный луч еще попадает на нижнюю грань кубика? Показатель преломления стекла $n = 1,5$.

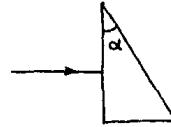
4.1.3. Плоское зеркало вращается вокруг оси, перпендикулярной плоскости рисунка и проходящей по поверхности зеркала. Найти траекторию изображения точки M , расположенной на расстоянии a от оси вращения зеркала.



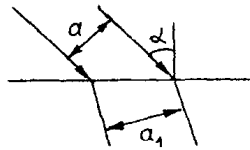
4.1.4. Луч света падает на плоскопараллельную стеклянную пластину толщины $d = 2$ см под углом $\alpha = 30^\circ$. Какое расстояние a будет между лучами: прошедшим пластину без отражения (A) и претерпевшим двукратное отражение от ее граней (B)? Показатель преломления стекла $n = 1,5$.



4.1.5. Луч света падает нормально на переднюю грань призмы, как показано на рисунке. Преломляющий угол призмы равен $\alpha = 30^\circ$. Каким должен быть показатель преломления материала призмы n для того, чтобы угол отклонения луча призмой был равен α ?



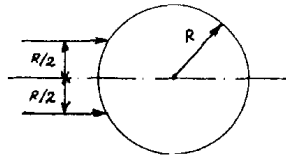
4.1.6. Пучок параллельных лучей ширины $a = 3$ м падает под углом $\alpha = 45^\circ$ из воздуха на плоскую границу среды с показателем преломления $n = 1,5$. Какова будет ширина a_1 пучка в среде?



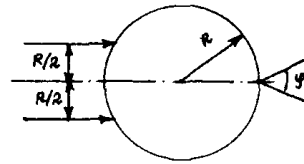
4.1.7. На поверхности воды плавает непрозрачный шар радиуса $R = 1$ м, наполовину погруженный в воду. На какой максимальной глубине $H_{\max}$ нужно поместить под центром шара точечный источник света, чтобы ни один световой луч не прошел в воздух? Показатель преломления воды $n = 1,33$.

4.1.8. В стекле с показателем преломления $n_1 = 1,5$ имеется сферическая полость радиуса $R = 4,5$ см, заполненная водой. Показатель преломления воды $n_2 = 4/3$. На полость падает широкий пучок параллельных световых лучей. Определить радиус r пучка световых лучей, которые проникают в полость.

4.1.9. Два параллельных луча, расстояние между которыми равно радиусу R круглого прямого прозрачного цилиндра, падают на боковую поверхность этого цилиндра. Лучи параллельны основанию цилиндра. Найти величину показателя преломления n материала цилиндра, при которой лучи пересекаются на его поверхности.



4.1.10. Два параллельных луча, расстояние между которыми равно радиусу R круглого прямого прозрачного цилиндра, падают на боковую поверхность этого цилиндра, как показано на рисунке. Лучи параллельны основанию цилиндра и пересекаются на поверхности цилиндра. Найти угол φ между вышедшими из цилиндра лучами.

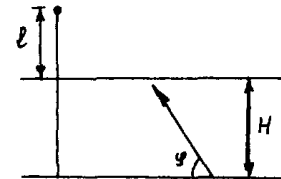


4.1.11. Луч света отражается от плоского зеркала, падая на него под углом $\alpha = 30^\circ$. На какое расстояние l сместится отраженный от зеркала луч, если поверхность зеркала закрыть стеклом толщиной $d = 3$ см? Показатель преломления стекла $n = 1,5$.

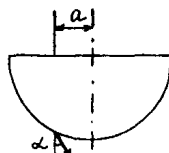
4.1.12. Луч света падает на плоскопараллельную стеклянную пластинку под углом $\alpha = \arcsin 0,8$. Вышедший из пластинки луч оказался смещенным относительно продолжения падающего луча на расстояние $d = 2$ см. Какова толщина h пластинки, если показатель преломления стекла $n = 1,7$.

4.1.13. Два луча света падают из воздуха в жидкость. Углы преломления лучей равны $\beta_1 = 30^\circ$ и $\beta_2 = 45^\circ$. Найти показатель преломления жидкости n , если известно, что падающие лучи перпендикулярны друг другу и лежат в одной плоскости, перпендикулярной поверхности жидкости.

4.1.14. Водолаз направляет из под воды луч света так, чтобы он попал на конец вертикального стержня, выступающего из воды. Определить длину l части стержня, выступающего из воды, если известно, что луч составляет с поверхностью горизонтального дна угол φ , а водолаз находится на глубине H и на расстоянии L от нижнего конца стержня. Показатель преломления воды равен n . Ростом водолаза по сравнению с глубиной H пренебречь.



4.1.15. Луч света падает на стеклянный полушар радиуса R на расстоянии a от его оси симметрии параллельно ей. На какой угол α отклонится вышедший после преломления в полушаре луч, если $a = 0,5 R$, $n = 1,414$?

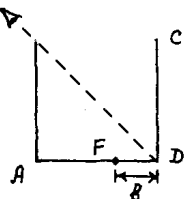


4.1.16. Широкий световой пучок падает на основание стеклянного полушара с показателем преломления $n = 1,41$, перпендикулярно к плоскости основания. Каков максимальный угол α отклонения прошедших через полушар лучей от их первоначального направления?

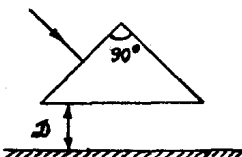
4.1.17. Световой луч падает на поверхность стеклянного шара. Угол падения $\alpha = 45^\circ$, показатель преломления стекла $n = 1,41$. Найти угол γ между падающим лучом и лучом, вышедшим из шара.

4.1.18. Световой луч падает на поверхность стеклянного шара под углом $\alpha = 45^\circ$. Найти показатель преломления стекла n , если угол между падающим лучом и лучом, вышедшим из шара, $\gamma = 30^\circ$.

4.1.19. Цилиндрический сосуд с непрозрачными стенками расположен так, что глаз наблюдателя не видит дна сосуда, но видит полностью образующую цилиндра CD . Высота цилиндра $a = 40$ см равна его диаметру. Какой объем V воды нужно налить в сосуд, чтобы наблюдатель смог увидеть маленький предмет F , находящийся на расстоянии $b = 10$ см от точки D ? Коэффициент преломления воды $n = 1,3$.

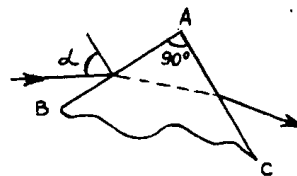


4.1.20. На боковую грань равнобедренной призмы с углом при вершине 90° падает перпендикулярно этой грани луч света с длиной волны, для которой показатель преломления призмы $n_1 = 1,1$. После выхода из призмы луч падает на экран, находящийся на расстоянии $D = 10$ см от основания призмы параллельно основанию. На какое расстояние сместится

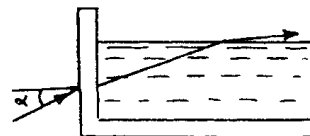


луч на экране, если он будет иметь другую длину волны, для которой показатель преломления призмы $n_2 = 1,2$?

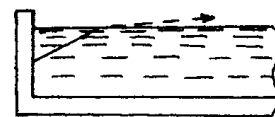
4.1.21. Луч света, лежащий в плоскости рисунка, падает на боковую грань AB призмы, имеющей при вершине угол 90° . В каких пределах лежат возможные значения угла падения α , если известно, что луч выходит из боковой грани AC ? Показатель преломления призмы $n = 1,25$.



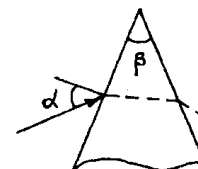
4.1.22. Луч света, идущий в плоскости рисунка, падает наклонно на вертикальную стенку прозрачной кюветы, заполненной жидкостью с показателем преломления $n = 1,25$. В каких пределах должен лежать угол падения α , чтобы луч мог выйти из жидкости, как показано на рисунке?



4.1.23. Пучок параллельных световых лучей падает наклонно на вертикальную стенку прозрачной кюветы, заполненной жидкостью с показателем преломления n . При каких значениях n пучок не выйдет через поверхность жидкости независимо от угла падения?

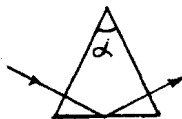


4.1.24. Луч света, идущий в плоскости чертежа, падает на переднюю грань стеклянного клина с углом $\beta = 45^\circ$ между гранями. При каких значениях угла падения α луч выйдет через вторую грань клина? Показатель преломления стекла $n = \sqrt{2}$.



4.1.25. На поверхности водоема, имеющего глубину $H = 3,3$ м, плавает фанерный круг радиусом $r = 3$ м. На оси круга расположен точечный источник света, высота которого над поверхностью круга может изменяться. Чему равен максимальный радиус тени круга на дне R , если показатель преломления воды $n = 1,33$?

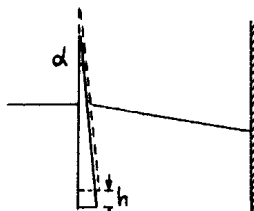
4.1.26. Равнобедренная призма с углом при вершине α и показателем преломления n_1 помещена в жидкость, показатель преломления которой $n_2 < n_1$. Перпендикулярно боковой грани призмы падает луч света, который, отражаясь от основания, выходит через другую боковую грань. При каких значениях угла α луч будет претерпевать полное внутреннее отражение от основания призмы?



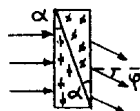
4.1.27. Высота солнца над горизонтом составляет угол $\varphi = 10^\circ$. Пользуясь зеркалом, пускают "зайчик" в водоем. Под каким углом β к горизонту нужно расположить зеркало, чтобы луч света шел в воде под углом $\alpha = 41^\circ$ к вертикали ($\sin \alpha \approx 0,655$). Показатель преломления воды $n = 1,32$. Считать, что нормаль к зеркалу лежит в вертикальной плоскости.

4.1.28. На водной поверхности бассейна глубиной $H = 2$ м плавает круглый плот радиусом $r = 1,5$ м. В центре пловца укреплен вертикальный мачта, на вершине которой подвешен фонарь. Определить высоту мачты h , если известно, что радиус тени от пловца на дне бассейна $R = 2,1$ м. Показатель преломления воды $n = 1,33$. Фонарь считать точечным источником света.

4.1.29. Узкий пучок световых лучей падает на стеклянный клин перпендикулярно его передней грани, расположенной вертикально. Пройдя клин, пучок попадает на вертикальный экран. На какое расстояние Δh сместится световое пятно на экране, если сдвинуть клин вверх на расстояние $h = 5$ см? Показатель преломления клина $n = 1,5$, угол при его вершине $\alpha = 5,7^\circ$. При расчетах положить $\operatorname{tg} \alpha \approx \sin \alpha \approx \alpha$.

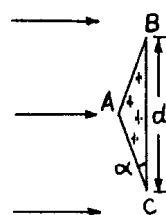


4.1.30. Две призмы с равными углами при вершине $\alpha = 5^\circ$, имеющие разные показатели преломления, плотно прижаты друг к другу и расположены, как

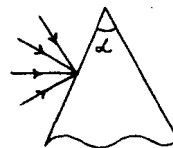


показано на рисунке. При освещении этой системы призмы параллельным пучком света, падающим нормально на переднюю грань системы, оказалось, что вышедший из нее пучок отклонился от первоначального направления на угол $\varphi = 3^\circ$. Найти разность Δn показателей преломления материалов призмы. При расчетах положить $\sin \alpha \approx \alpha$, $\sin \varphi \approx \varphi$.

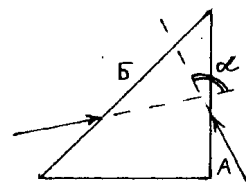
4.1.31. На равнобедренную стеклянную призму падает широкий параллельный пучок света, перпендикулярный грани BC , ширина которой $d = 5$ см. На каком расстоянии L от грани BC преломленный призмой свет разделится на два не перекрывающихся пучка? Показатель преломления стекла $n = 1,5$, угол при основании призмы $\alpha = 5,7^\circ$. При расчетах учесть, что для малых углов $\operatorname{tg} \alpha \approx \sin \alpha \approx \alpha$.



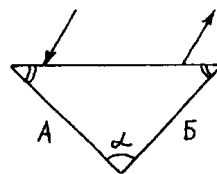
4.1.32. Каков должен быть преломляющий угол призмы α , чтобы ни один из лучей, падающих на одну из ее боковых граней и лежащих в плоскости рисунка, не вышел из другой боковой грани? Призма изготовлена из стекла с показателем преломления $n = 2$.



4.1.33. На грани A и B прямоугольной равнобедренной призмы падают два луча, лежащие в одной плоскости. Луч, падающий на грань A , выходит из грани B перпендикулярно к ней. Луч, падающий на грань B , выходит из грани A перпендикулярно к этой грани. Найти угол α между входящими в призму лучами. Показатель преломления стекла равен n .

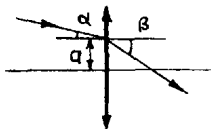


4.1.34. Стеклянная призма имеет равные углы при основании. Чему равен угол α при вершине призмы, если известно, что произвольный луч, падающий на ее основание в плоскости чертежа, после двукратного отражения от граней A и B призмы выходит параллельно первоначальному направлению.

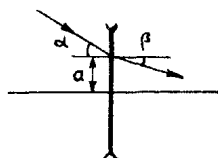


Тонкие линзы

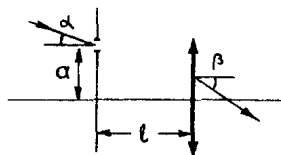
4.1.35. На поверхность тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием f падает луч света на расстоянии a от центра линзы под углом α к ее главной оптической оси. Под каким углом β к главной оптической оси выйдет луч из линзы?



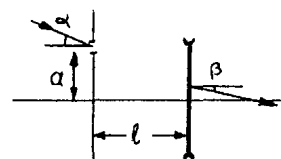
4.1.36. На поверхность тонкой рассеивающей линзы с фокусным расстоянием f падает луч света на расстоянии a от центра линзы под углом α к ее главной оптической оси. Под каким углом β к главной оптической оси выйдет луч из линзы?



4.1.37. На расстоянии l перед тонкой собирающей линзой расположен экран с маленьким отверстием, находящимся на расстоянии a от главной оптической оси. На экран под углом α к оси линзы падает пучок параллельных лучей света. Под каким углом β к главной оптической оси выйдет пучок из линзы, если ее фокусное расстояние f ?



4.1.38. На расстоянии l перед тонкой рассеивающей линзой расположен экран с маленьким отверстием, находящимся на расстоянии a от главной оптической оси. На экран под углом α к оси линзы падает пучок параллельных лучей света. Под каким углом β к главной оптической оси выйдет пучок из линзы, если ее фокусное расстояние f ?



4.1.39. Тонкая линза с фокусным расстоянием $F = 0,4$ м создает на экране увеличенное изображение предмета, который помещен на расстоянии $L = 2,5$ м от экрана. Каково расстояние d от предмета до линзы?

4.1.40. С помощью тонкой собирающей линзы на экране, установ-

ленном перпендикулярно оптической оси, получают изображение светящегося диска. Диаметр изображения в $n = 8$ раз меньше, чем сам диск. Когда линзу отодвинули от экрана на $\Delta l = 28$ см, то на экране снова получилось изображение диска. Определить фокусное расстояние F линзы.

4.1.41. Собирающая линза создает на экране изображение предмета, расположенного на расстоянии $l_1 = 0,12$ м от переднего фокуса линзы, причем экран находится на расстоянии $l_2 = 3$ м от заднего фокуса линзы. Определить фокусное расстояние F линзы.

4.1.42. Мнимое изображение предмета в рассеивающей линзе находится от нее на расстоянии, в два раза меньшем, чем предмет. Найти расстояние d от линзы до изображения, если фокусное расстояние линзы F известно.

4.1.43. С помощью линзы с фокусным расстоянием $f = 20$ см на экране получено изображение предмета с увеличением $m = 2$. Чему равно расстояние l между предметом и экраном?

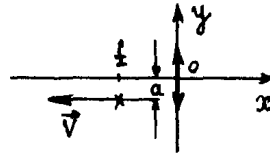
4.1.44. С помощью линзы на экране получено изображение предмета с увеличением $m = 3$. Чему равно фокусное расстояние линзы f , если расстояние между экраном и предметом $l = 80$ см?

4.1.45. С помощью линзы с фокусным расстоянием $f = 7,5$ см на экране получено изображение предмета, причем расстояние между предметом и экраном составило $l = 40$ см. Чему равно увеличение m изображения?

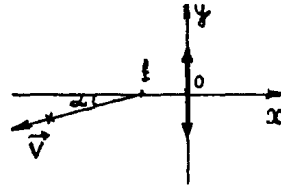
4.1.46. Перемещая линзу между экраном и предметом, удастся получить два его четких изображения, одно размером $l_1 = 2$ см, а другое размером $l_2 = 8$ см. Каков размер l предмета?

4.1.47. Точечный источник света описывает окружность в плоскости, перпендикулярной оптической оси тонкой собирающей линзы, фокусное расстояние которой $F = 7$ см. Изображение источника на экране расположено на расстоянии $d = 0,35$ м от линзы. Каково отношение ускорений изображения и источника?

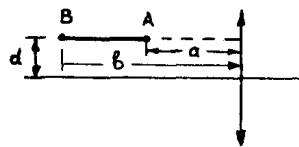
4.1.48. Начало системы координат помещено в центр тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием f , причем ось x совпадает с главной оптической осью линзы. Точечный источник света удаляется от линзы равномерно со скоростью v по прямой, параллельной оси x и проходящей на расстоянии a от нее. Найти координаты $x(t)$, $y(t)$ изображения источника в зависимости от времени. При $t = 0$ источник находился в фокальной плоскости линзы.



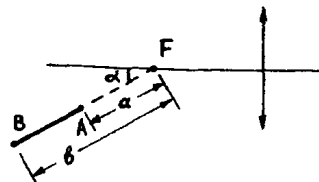
4.1.49. Начало системы координат помещено в центр тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием f , причем ось x совпадает с главной оптической осью линзы. Точечный источник света удаляется от линзы по прямой, проходящей через фокус линзы под углом α , с постоянной скоростью v . Найти координаты $x(t)$, $y(t)$ изображения источника в зависимости от времени. При $t = 0$ источник находился в фокусе линзы.



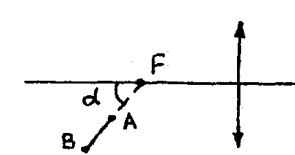
4.1.50. Отрезок AB , параллельный главной оси собирающей линзы, расположен на расстоянии d от оси так, что его концы удалены от плоскости линзы на расстояния a и b соответственно. Найти длину l изображения отрезка, если фокусное расстояние линзы F и $b > a > F$.



4.1.51. Отрезок AB расположен вдоль прямой, проходящей через фокус собирающей линзы под углом $\alpha = 45^\circ$ к главной оптической оси. Найти длину l изображения этого отрезка, если фокусное расстояние линзы F , а расстояния от точек A и B до фокуса равны, соответственно, a и b .

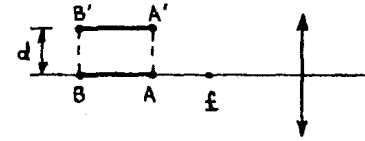


4.1.52. Отрезок AB расположен вдоль прямой, проходящей через



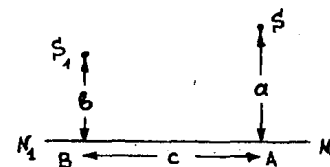
фокус собирающей линзы под углом $\alpha = 60^\circ$ к ее главной оси. Расстояния от точек A и B до фокуса F равны, соответственно, $a = 5$ см и $b = 10$ см. Чему равно фокусное расстояние линзы F , если известно, что длина отрезка AB равна длине его изображения?

4.1.53. Отрезок AB , лежащий на главной оптической оси линзы за ее фокусом f , сместили параллельно самому себе и перпендикулярно оптической оси в положение $A'B'$, как показано на рисунке. Чему равна величина смещения отрезка d , если длина изображения отрезка $A'B'$ больше длины изображения отрезка AB в $k = 2$ раза? Фокусное расстояние линзы $f = 3$ см.



4.1.54. Для получения изображения точечного источника света на экране используют собирающую линзу с фокусным расстоянием $F = 7$ см. На каком расстоянии b от экрана следует разместить линзу, чтобы в формировании изображения источника принял участие максимальный световой поток? Расстояние между источником и экраном $L = 64$ см.

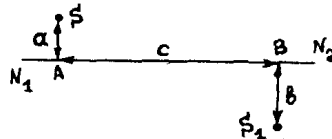
4.1.55. На рисунке представлены светящаяся точка S и ее изображение S_1 , даваемое линзой, главная оптическая ось которой – прямая N_1N_2 . Расстояния от точек S и S_1 до оптической оси равны, соответственно, $a = 20$ см и $b = 30$ см, расстояние между точками A и B равно $c = 15$ см. Найти фокусное расстояние линзы F .



4.1.56. На рисунке представлены светящаяся точка S и ее изображение S_1 , даваемое линзой, главная оптическая ось которой – прямая N_1N_2 . Расстояния от точек S и S_1 до оптической оси равны, соот-

ветственно, $a = 30$ см и $b = 20$ см, расстояние между точками A и B $c = 10$ см. Найти фокусное расстояние линзы F .

4.1.57. На рисунке представлены светящаяся точка S и ее изображение S_1 , даваемое линзой, главная оптическая ось которой — прямая N_1N_2 . Расстояния от точек S и S_1 до оптической оси равны, соответственно, $a = 10$ см и $b = 20$ см, расстояние между точками A и B равно $c = 40$ см. Найти фокусное расстояние линзы F .



4.1.58. Точечный источник света A расположен на расстоянии $a = 2$ см от фокуса собирающей линзы на прямой, образующей угол $\alpha = 60^\circ$ с главной оптической осью. На каком расстоянии l от второго фокуса находится изображение A' источника? Фокусное расстояние линзы $f = 5$ см.

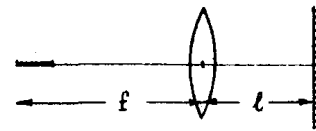


4.1.59. Собирающая линза дает на экране, перпендикулярном ее главной оптической оси, резкое изображение предмета с увеличением $M = 4$. Линзу сдвигают перпендикулярно оптической оси на расстояние $h = 1$ мм. Какова будет величина H смещения изображения на экране?

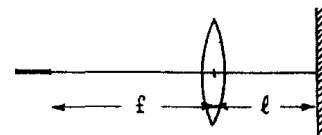
4.1.60. Узкий световой пучок падает на собирающую линзу с фокусным расстоянием $f = 20$ см параллельно ее главной оптической оси. Пройдя линзу, пучок попадает на экран, находящийся на расстоянии $L = 50$ см от линзы и перпендикулярный ее главной оптической оси. На какое расстояние H сместится световое пятно на экране, если сдвинуть линзу перпендикулярно ее оси на расстояние $h = 2$ мм?

4.1.61. Изображение предмета наблюдают на экране, расположенном на расстоянии $a = 5$ см от тонкой линзы, фокусное расстояние которой $f = 3,5$ см. Линзу смещают в направлении, перпендикулярном ее главной оптической оси, на расстояние $\Delta = 7$ мм. На какое расстояние x сместится при этом изображение предмета?

4.1.62. Светящаяся нить лампы в осветителе имеет форму отрезка длины $\Delta = 1$ см и расположена вдоль главной оптической оси линзы диаметра $D = 5$ см с фокусным расстоянием $f = 9$ см таким образом, что дальний от линзы конец нити находится в фокусе линзы. Построив ход лучей, определить диаметр d светлого пятна на экране, расположенном на расстоянии $l = 72$ см от линзы перпендикулярно ее главной оптической оси.



4.1.63. Светящаяся нить лампы имеет форму отрезка длины $\Delta = 1$ см и расположена вдоль главной оптической оси линзы с фокусным расстоянием $f = 5$ см так, что ближний к линзе конец нити находится в ее фокусе.



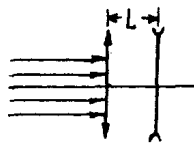
На расстоянии l от линзы перпендикулярно ее главной оптической оси расположен экран. Построив ход лучей, определить, при каком значении l размер пятна на экране превысит диаметр линзы?

4.1.64. Точечный источник света лежит на главной оптической оси собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 70$ см. Расстояние от источника до центра линзы равно $2F$. На какое расстояние x сместится изображение источника, если линзу повернуть так, чтобы прямая, проведенная от источника к центру линзы, составляла угол $\alpha = 30^\circ$ с главной оптической осью линзы? Центр линзы остается неподвижным.

4.1.65. Тонкая рассеивающая линза с фокусным расстоянием $f_1 = -1$ м прижата вплотную к тонкой собирающей линзе с фокусным расстоянием $f_2 = 0,6$ м так, что их главные оптические оси совпадают. На рассеивающую линзу вдоль общей оптической оси падает пучок параллельных лучей света. На каком расстоянии f от собирающей линзы этот пучок будет сфокусирован?

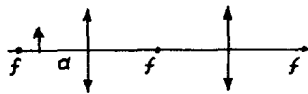
4.1.66. Тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $f_1 = 0,6$ м и тонкая рассеивающая линза с фокусным расстоянием $f_2 = -1$ м

имеют общую оптическую ось и расположены на расстоянии $L = 0,2$ м друг от друга. На собирающую линзу вдоль оптической оси падает пучок параллельных лучей света. На каком расстоянии f от рассеивающей линзы он будет сфокусирован?



4.1.67. Две одинаковые собирающие линзы с фокусными расстояниями F расположены на расстоянии $2F$ друг от друга так, что их главные оптические оси совпадают. На главной оптической оси перед первой линзой помещена некоторая точка A такая, что луч света, вышедший из нее и прошедший обе линзы, пересекает эту ось в точке B , находящейся за второй линзой. Определить расстояние между точками A и B .

4.1.68. Оптическая система состоит из двух одинаковых собирающих линз с фокусным расстоянием f , расположенных так, что их фокусы совпадают. Предмет находится на расстоянии $a < f$ перед первой линзой. На каком расстоянии b от второй линзы будет располагаться изображение предмета?



4.1.69. Параллельный пучок световых лучей диаметром $d = 2$ см падает на собирающую линзу с фокусным расстоянием $F_1 = 10$ см. За этой линзой на некотором расстоянии от нее, превышающем F_1 , расположена вторая собирающая линза с фокусным расстоянием $F_2 = 15$ см, а в ее фокальной плоскости стоит экран. Найти диаметр D светового пятна на экране, если главные оптические оси линз и ось симметрии пучка совпадают, а экран перпендикулярен этим осям.

4.1.70. На собирающую линзу с фокусным расстоянием $F_1 = 40$ см падает пучок параллельных лучей света радиусом $R = 2$ см. За этой линзой расположена рассеивающая линза с фокусным расстоянием $F_2 = -15$ см, причем главные оптические оси линз и ось симметрии пучка совпадают. Чему равен радиус пучка r , вышедшего из второй линзы, если известно, что лучи в нем параллельны?

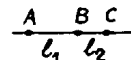
4.1.71. На собирающую линзу с фокусным расстоянием F вдоль ее главной оптической оси падает параллельный пучок света. На рас-

стоянии L от линзы ($F < L < 2F$) перпендикулярно оптической оси расположен экран. На каком расстоянии x от линзы между ней и экраном нужно поместить вторую такую же линзу, чтобы диаметр пятна на экране стал равен первоначальному диаметру падающего пучка? Найти численное значение x для $F = 10$ см и $L = 15$ см.

4.1.72. Точечный источник света расположен на главной оптической оси тонкой собирающей линзы. По другую сторону линзы находится экран, перпендикулярный ее главной оптической оси. Найти радиус r светового пятна на экране, если известно, что расстояние от источника до линзы $a = 30$ см, расстояние от линзы до экрана $b = 80$ см, фокусное расстояние линзы $f = 20$ см, а ее радиус $R = 3$ см.

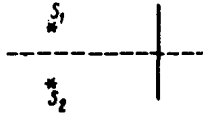
4.1.73. Точечный источник света расположен на главной оптической оси тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием $f = 20$ см. По другую сторону линзы на расстоянии $b = 80$ см от нее находится экран, перпендикулярный ее главной оптической оси. Известно, что если переместить экран на расстояние $d = 40$ см в сторону линзы, то размер пятна света, создаваемого источником на экране, не изменится. Определить расстояние a от источника света до линзы.

4.1.74. Точечный источник света находится на главной оптической оси рассеивающей линзы. Если поместить источник в точку A , то его изображение расположится в точке B . Если поместить источник в точку B , то его изображение расположится в точке C . Зная расстояния между точками A и B : $l_1 = 20$ см и между точками B и C : $l_2 = 10$ см, найти фокусное расстояние линзы f .

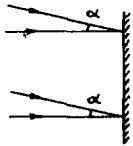


Задачи по теме “Элементы физической оптики”

4.2.1. Два когерентных источника S_1 и S_2 испускают монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм. Определить, на каком расстоянии h от точки, расположенной на экране на равном расстоянии от источников, будет находиться первый максимум освещенности. Экран удален от источников на расстояние $L = 3$ м, расстояние между источниками $l = 0,5$ мм.



4.2.2. Два когерентных пучка света падают на экран: один по нормали, а другой – под углом $\alpha = 0,01$ рад. Найти период d интерференционной картины, т.е. расстояние между соседними светлыми полосами на экране, если длина световой волны в обоих пучках равна $\lambda = 0,5$ мкм.



4.2.3. На тонкий стеклянный клин падает нормально широкий пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм. При этом в отраженном от клина

свете наблюдаются интерференционные полосы, расстояние между которыми $d = 4$ мм. Найти угол клина φ , считая его малым, т.е. полагая $\sin \varphi \cong \varphi$, $\cos \varphi \cong 1$. Показатель преломления стекла $n = 1,5$.

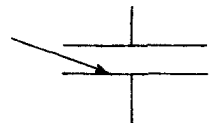
4.2.4. На стеклянную пластинку нанесен тонкий слой прозрачного покрытия, показатель преломления которого $n = 1,41$ меньше показателя преломления стекла. На пластинку под углом $\alpha = 30^\circ$ падает пучок белого света. Какова минимальная толщина покрытия $d_{\min}$, если в отраженном свете оно кажется зеленым? Длина волны зеленого света $\lambda = 0,53$ мкм.

4.2.5. Катод фотоэлемента облучается светом с длиной волны $\lambda = 3,5 \cdot 10^{-7}$ м. Какая энергия передана фотоэлектронам, если в цепи фотоэлемента протек заряд $Q = 2 \cdot 10^{-12}$ Кл? Постоянная Планка $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, величина заряда электрона $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, скорость света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

4.2.6. Катод фотоэлемента облучается светом с длиной волны $\lambda = 3,5 \cdot 10^{-7}$ м. Какова может быть максимальная величина тока фотоэлемента I , если поглощаемая световая мощность составляет $W = 2$ мВт? Постоянная Планка $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, величина заряда электрона $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, скорость света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

4.2.7. Кристалл рубина облучается вспышкой света длительностью $\tau = 10^{-3}$ с и мощностью $P = 200$ кВт. Длина волны света $\lambda = 0,7$ мкм, кристалл поглощает $\eta = 10\%$ энергии излучения. Вычислить количество квантов света N , поглощенных кристаллом. Скорость света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с, постоянная Планка $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с.

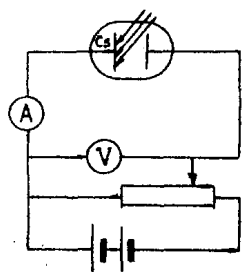
4.2.8. Какой максимальный заряд Q может быть накоплен на конденсаторе емкостью $C_0 = 2 \cdot 10^{-11}$ Ф, одна из обкладок которого облучается светом с длиной волны $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м? Работа выхода электрона составляет $A = 3 \cdot 10^{-19}$ Дж, постоянная Планка $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, величина заряда электрона $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, скорость света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.



4.2.9. Уединенный изолированный металлический шарик радиусом $r = 0,5$ см, находящийся в вакууме, освещают ультрафиолетовым излучением с длиной волны $\lambda_1 = 250$ нм, которая меньше, чем длина волны, соответствующая красной границе фотоэффекта для данного металла. Каково максимальное количество электронов $N_{\max}$, которые могут покинуть шарик после того, как его дополнительно осветят излучением с длиной волны $\lambda_2 = 200$ нм? Постоянная Планка $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, электрическая постоянная $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, скорость света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с, величина заряда электрона $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

4.2.10. На металлическую пластинку сквозь сетку, параллельную пластинке, падает свет с длиной волны $\lambda = 0,4$ мкм. Фототок прекращается при задерживающей разности потенциалов между пластинкой и сеткой $U = 0,95$ В. Определить красную границу фотоэффекта (максимальную длину волны $\lambda_{\max}$). Постоянная Планка $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, величина заряда электрона $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, скорость света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

4.2.11. Измерения зависимости напряжения отсечки фототока (т.е. напряжения, при котором фототок прекращается) от длины волны света, падающего на цезиевую пластину Cs, производятся по схеме, изображенной на рисунке. При освещении светом с длиной волны $\lambda_1 = 0,4$ мкм напряжение отсечки составило $U_1 = 1,19$ В, при $\lambda_2 = 0,5$ мкм — $U_2 = 0,57$ В. Определить по результатам этого опыта длину волны $\lambda_{\max}$, соответствующую красной границе фотоэффекта для цезия.



6. Задачи для повторения

6.1. Спираль, сопротивление которой $r = 9$ Ом, помещена в замкнутый сосуд. Сосуд содержит одноатомный идеальный газ, который занимает объем $V = 6$ л. В течение времени $t = 1$ мин по спирали пропускали постоянный ток, после чего давление возросло на величину $\Delta p = 6 \cdot 10^4$ Па. Найти силу тока I .

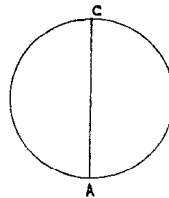
6.2. Лазер излучает световые импульсы с энергией $W = 0,1$ Дж. Частота повторения импульсов $f = 10$ Гц. Коэффициент полезного действия лазера, определяемый как отношение излучаемой энергии к потребляемой, составляет $\eta = 0,01$. Какой объем воды V нужно прогнать за время $\tau = 1$ час через охлаждающую систему лазера, чтобы вода нагрелась не более, чем на $\Delta t = 10^0$ С? Удельная теплоемкость воды $c = 4,2$ Дж/(г·К), плотность воды $\rho = 1$ г/см³.

6.3. Молекулярный пучок составляют одинаковые молекулы, движущиеся с одинаковыми скоростями $\vec{V}$ ($V = 500$ м/с). Масса молекулы $m = 4,8 \cdot 10^{-26}$ кг. На пути пучка установлен экран, плоскость которого перпендикулярна $\vec{V}$. Найти давление p , оказываемое пучком на экран. Число молекул в единице объема пучка $n = 3 \cdot 10^{25}$ м⁻³. Удар молекулы об экран считать абсолютно упругим.

6.4. Заряженная частица массы $m = 9,2$ г влетает со скоростью $V = 3$ м/с в пространство между пластинками плоского конденсатора, расположенными горизонтально. В момент влета направление скорости также горизонтально, а расстояние частицы от нижней пластины $h_1 = 4$ мм. Учитывая действие силы тяжести, найти расстояние h_2 частицы от нижней пластины в момент вылета частицы из конденсатора, если ее заряд $q = 10^{-8}$ Кл, заряд на верхней пластине конденсатора отрицателен, напряженность электрического поля конденсатора $E = 10^6$ В/м, длина пластин $L = 30$ см.

6.5. Вертикально расположенный цилиндрический сосуд, закрытый тяжелым подвижным поршнем, содержит идеальный газ. Через зазор между поршнем и стенкой сосуда газ медленно и равномерно вытекает из сосуда так, что температура газа остается неизменной. В момент времени $t = 0$ масса газа в сосуде $m = 0,15$ кг, а расстояние от поршня до дна сосуда $h = 75$ см. Изменение массы газа в сосуде в единицу времени составляет $\mu = 0,01$ г/с. С какой скоростью V будет двигаться поршень?

6.6. Из куска однородной проволоки длиной l , сопротивление которого R , спаяна фигура в виде кольца с хордой AC , равной диаметру кольца (см. рисунок). Кольцо помещают в однородное магнитное поле, вектор индукции которого $\vec{B}$ перпендикулярен плоскости кольца. Модуль этого вектора меняется со временем по закону $B = kt$. Найти выделяемую в проволоке мощность W .



6.7. Конденсатор емкостью $C = 100$ мкФ заряжается постоянным током через резистор сопротивлением $R = 100$ кОм. Через какое

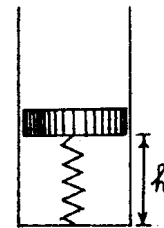
время t после начала зарядки энергия, запасенная в конденсаторе, станет равной энергии, выделенной на резисторе?

6.8. Какую емкость C нужно подключить к катушке с индуктивностью $L = 0,001$ Гн, чтобы полученный колебательный контур был настроен в резонанс с электромагнитной волной, длина которой $\lambda = 300$ м?

6.9. По спирали, сопротивление которой $R = 168$ Ом, течет ток $I = 10$ А. Спираль охлаждается потоком жидкости. Температура жидкости на входе системы охлаждения $t_1 = 20^\circ$ С, а на выходе $t_2 = 60^\circ$ С. Удельная теплоемкость жидкости $c = 4,2$ кДж/(кг·К). Какую массу жидкости μ нужно пропустить через систему охлаждения за секунду, чтобы температура спирали не изменялась. Считать, что все выделяющееся в спирали тепло передается жидкости.

6.10. Через спираль кипятильника сопротивлением $R = 20$ Ом пропускают постоянный ток силой $I = 5$ А. Сколько времени потребуется, чтобы нагреть кипятильником до температуры кипения $m = 3$ кг воды? Начальная температура воды $t_0 = 20^\circ$ С, удельная теплоемкость воды $c = 4,2$ кДж/(кг·К). Считать, что на нагревание воды идет 75% выделяемого кипятильником тепла.

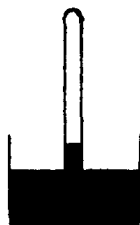
6.11. Невесомый поршень соединен с дном цилиндрического сосуда пружиной жесткостью $k = 100$ Н/м. В сосуде под поршнем находится одноатомный идеальный газ. В начальном состоянии расстояние между поршнем и дном сосуда составляет $h = 0,2$ м. Найти количество тепла ΔQ , которое нужно передать газу, чтобы расстояние между поршнем и дном сосуда удвоилось. Считать, что пружина недеформирована при $h = 0$.



Атмосферное давление не учитывать.

6.12. Вертикальная стеклянная трубка, верхний конец которой запаян, погружена в сосуд со ртутью, причем уровень ртути в трубке на $h = 5$ см выше уровня в сосуде. Длина части трубки, заполнен-

ной воздухом, $l = 50$ см. На какую величину Δt должна подняться температура воздуха в трубке, чтобы ртуть в ней опустилась до ее уровня в сосуде? Первоначальная температура воздуха $t = 17^\circ \text{C}$, атмосферное давление $p_0 = 760$ мм рт.ст., плотность ртути $\rho = 13,6$ г/см³.

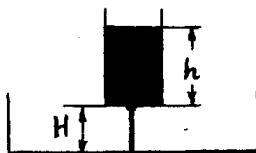


6.13. Тепловая машина с максимально возможным КПД имеет в качестве нагревателя резервуар с кипящей водой при $t_1 = 100^\circ \text{C}$, а в качестве холодильника – сосуд со льдом при $t_2 = 0^\circ \text{C}$. Какая масса льда m растает при совершении машиной работы $A = 10$ Дж? Удельная теплота плавления льда $q = 334$ Дж/кг.

6.14. При центральном соударении шарика, движущегося со скоростью $V = 20$ м/с, с таким же неподвижным шариком последний приобретает скорость $V/2$. Найти изменение температуры шариков Δt , если удельная теплоемкость вещества, из которого они состоят, $c = 0,25$ кДж/(кг·К). Рассеянием тепла в окружающее пространство пренебречь.

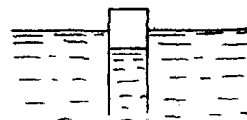
6.15. В замкнутом сосуде к верхней стенке подвешена на пружине жесткостью $k = 4$ Н/м сфера объемом $V = 2$ л. На какое расстояние Δh поднимется сфера, если давление воздуха в сосуде повысить при постоянной температуре $t = 17^\circ \text{C}$ от $p_1 = 100$ кПа до $p_2 = 500$ кПа? Молярная масса воздуха $M = 29$ г/моль. Универсальную газовую постоянную принять $R = 8,3$ Дж/(моль·К), ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

6.16. Над серединой цилиндрического сосуда с площадью сечения S на высоте $H = 60$ см закреплен сосуд с площадью сечения $0,2 S$. В верхнем сосуде находится ртуть, причем высота ее уровня над дном верхнего сосуда $h = 1,5$ м. Через отверстие в середине дна верхнего сосуда ртуть выливается в нижний. Найти изменение температуры ртути Δt , если ее

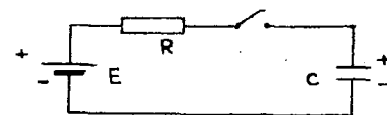


удельная теплоемкость $c = 0,12$ кДж/(кг·К). Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с², теплоемкость сосудов и рассеянием тепла в окружающее пространство пренебречь.

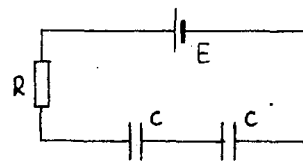
6.17. Объем тонкостенного цилиндрического сосуда высотой $H = 40$ см равен $V = 400$ см³, его вес $P = 3,3$ Н. При температуре $t = 47^\circ \text{C}$ и атмосферном давлении $p_0 = 100$ кПа сосуд переворачивают вверх дном и погружают в жидкость плотностью $\rho = 1000$ кг/м³. При какой температуре t_1 сосуд утонет? Атмосферное давление считать неизменным, ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².



6.18. Конденсатор емкостью $C = 10$ мкФ, предварительно заряженный до напряжения $U = 100$ В, подключают через резистор к батарее с ЭДС $E = 300$ В и пренебрежимо малым внутренним сопротивлением. Какое количество тепла Q выделится в резисторе за время полной зарядки конденсатора?



6.19. Легкую сферу массой $m = 80$ г взвешивают в воздухе. При температуре воздуха $t = 47^\circ \text{C}$ вес сферы оказался равным $P = 0,1$ Н. При какой температуре воздуха t_1 сфера перестанет давить на чашку весов? Изменением объема сферы пренебречь, давление воздуха считать неизменным, ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².



6.20. В схеме, показанной на рисунке, $E = 60$ В, $C = 10$ мкФ. Какой заряд q протечет в цепи, если один из конденсаторов заполнить диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 2$?

6.21. Система из двух шаров массами $m_1 = 0,6$ кг и $m_2 = 0,3$ кг, соединенных невесомой спицей длины $l = 0,5$ м, вращается вокруг оси, проходящей через центр тяжести и перпендикулярной спице, с

угловой скоростью $\omega = 2$ рад/с. Найти энергию системы E .

6.22. Пучок молекул, движущихся в вакууме с одинаковыми скоростями, падает на пластинку-мишень перпендикулярно ее плоскости. Суммарная масса молекул, испускаемых источником в единицу времени, равна $\mu = 0,01$ г/с, сила, с которой пучок действует на мишень, $F = 4 \cdot 10^{-3}$ Н. Считая соударение молекулы с мишенью абсолютно упругим, найти скорость молекул в пучке V .

6.23. Температура нагревателя идеальной тепловой машины $T_1 = 400$ К, температура холодильника $T_2 = 300$ К, количество тепла, получаемое от нагревателя за цикл $Q = 400$ Дж, число циклов в секунду $n = 2$. С какой скоростью будет перемещаться по горизонтальной дороге тележка, приводимая в движение такой машиной, если сила сопротивления $F = 100$ Н? Скорость тележки считать постоянной.

6.24. В вертикально расположенном цилиндрическом сосуде под поршнем находится идеальный газ. Сосуд помещается в лифт. Когда лифт неподвижен, расстояние между поршнем и дном сосуда $h = 12$ см. При движении лифта с постоянным ускорением $\bar{a}$ расстояние между поршнем и дном цилиндра оказалось $x = 10$ см. Найти ускорение лифта $\bar{a}$. Температуру считать постоянной, ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с², атмосферное давление не учитывать.

6.25. Заряженная частица движется в однородном электрическом поле напряженностью $E = 30$ В/м. Известно, что в момент, когда кинетическая энергия частицы достигает минимума, ее скорость направлена под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Определить разность потенциалов U между точками A и B поля, лежащими на одной горизонтали на расстоянии $l = 30$ см друг от друга. Действием силы тяжести пренебречь.

6.26. Какой массой M должно обладать сферическое тело радиуса $r = 1$ м, чтобы оно могло плавать в атмосфере Венеры? Атмосфера Венеры состоит из углекислого газа CO_2 , давление у поверхности p_0

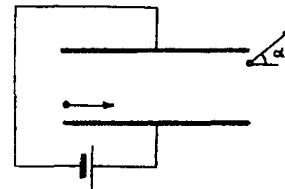
$= 9$ МПа, температура $t = 527^\circ$ С. Универсальную газовую постоянную принять $R = 8,3$ Дж/(моль·К).

6.27. Надувной шарик, заполненный гелием, удерживают на нити. Найти натяжение нити, если масса оболочки шарика $m = 2$ г, объем $V = 3$ л, давление гелия $p = 1,04 \cdot 10^5$ Па, температура $t = 27^\circ$ С. Молярная масса гелия $M = 4$ г/моль, плотность воздуха $\rho = 1,3$ кг/м³, универсальная газовая постоянная $R = 8,3$ Дж/(моль·К). Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с².

6.28. Запаянная с одного конца трубка длиной $L = 110$ см погружается в воду в вертикальном положении открытым концом вниз. Определить давление p воздуха внутри трубки, если ее верхний конец находится на уровне поверхности воды. Атмосферное давление $p_A = 10^5$ Па. Температуру воздуха в трубке считать постоянной, ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с². Плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м³.

6.29. Автомобиль, движущийся по горизонтальной дороге, попадает в полосу дождя, капли которого падают на землю вертикально с постоянной скоростью. Известно, что при скорости автомобиля $V_1 = 36$ км/час в его наклонное лобовое стекло попадает $n_1 = 200$ дождевых капель в секунду, а при скорости $V_2 = 72$ км/час это число возрастает до $n_2 = 300$ капель в секунду. Сколько капель n_0 будет попадать в лобовое стекло за 1 секунду, если автомобиль остановится?

6.30. Заряженная частица влетает в пространство между пластинами плоского конденсатора, напряжение на котором поддерживается постоянным. Начальная скорость частицы параллельна пластинам конденсатора. При вылете из конденсатора скорость частицы составила угол $\alpha = 60^\circ$ с ее начальной скоростью. Под ка-



ким углом β к начальной скорости вылетит эта частица из конденсатора, если расстояние между его пластинами увеличить в $k = 3$

раза? Силу тяжести не учитывать.

6.31. Шарик массой $m = 7,2$ г, несущий заряд $q_1 = 1,73 \cdot 10^{-7}$ Кл, подвешен на невесомой, нерастяжимой и непроводящей нити длиной $l = 0,1$ м и вращается с постоянной угловой скоростью, причем угол между нитью и вертикалью $\alpha = 60^\circ$. В центре окружности, по которой движется шарик, расположен точечный заряд $q_2 = 3 \cdot 10^{-7}$ Кл. Найти угловую скорость вращения шарика ω . Электрическая постоянная $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с², размером шарика пренебречь.

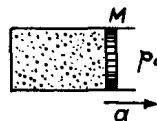


6.32. Электрон влетает в область пространства с однородным электрическим полем напряженностью $E = 6 \cdot 10^4$ В/м перпендикулярно силовым линиям. Определить величину и направление вектора индукции магнитного поля $\vec{B}$, которое надо создать в этой области пространства для того, чтобы электрон пролетел ее, не отклоняясь от первоначального направления. Кинетическая энергия электрона $E_k = 1,6 \cdot 10^{-16}$ Дж, масса электрона $m = 9 \cdot 10^{-31}$ кг. Силой тяжести пренебречь.



6.33. В лифте, движущемся с ускорением $a = 5$ м/с², направленным вверх, находится цилиндрический сосуд, закрытый поршнем массой $M = 20$ кг и площадью $S = 100$ см². Под поршнем находится идеальный газ. Поршень расположен на расстоянии $h = 22$ см от дна сосуда. Определить, на какую величину Δh переместится поршень, если лифт будет двигаться с тем же по модулю ускорением, направленным вниз. Температура газа не изменяется. Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па, ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с². Трением поршня о стенки сосуда пренебречь.

6.34. В горизонтальном цилиндрическом сосуде под поршнем массой $M = 20$ кг и площадью $S = 100$ см² находится идеальный газ. Расстояние от поршня до



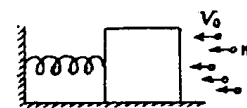
дна сосуда $h = 55$ см. На какое расстояние Δh и в какую сторону переместится поршень, если цилиндр начать двигать с ускорением $a = 5$ м/с², как показано на рисунке. Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па. Температура газа не изменяется. Трением поршня о стенки сосуда пренебречь. Считать, что при сообщении цилиндру ускорения колебания поршня не возникают.

6.35. Маленький шарик, подвешенный на нити длины $l = 1$ м, отклоняют от положения равновесия так, что нить составляет с вертикалью угол $\alpha = 60^\circ$, и отпускают без начальной скорости. В момент, когда шарик проходит положение равновесия, нить обрывается. Найти угол β , который составляет с вертикалью скорость шарика в момент падения на пол, если расстояние от точки подвеса нити до пола $h = 2,5$ м.

6.36. Два маленьких тела начинают одновременно соскальзывать без начальной скорости из точки A : первое по внутренней поверхности гладкой сферы до ее нижней точки B , второе по гладкой наклонной плоскости AB . Пренебрегая трением найти, во сколько раз α отличаются времена движения этих тел от начальной до конечной точек. Расстояние AB намного меньше радиуса сферы.



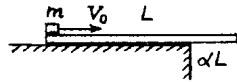
6.37. Брусок расположен на гладкой горизонтальной плоскости и соединен горизонтальной пружиной жесткостью $k = 100$ Н/м с вертикальной стенкой. Перпендикулярно поверхности бруска летят капли воды массой $m = 0,1$ г каждая со скоростью $V = 5$ м/с. Ударившись о брусок, капли, не отскакивая от него, стекают на землю. Найти, на какую величину Δl сжимается пружина, если известно, что брусок не совершает колебаний. Число капель в единице объема потока $n = 2 \cdot 10^3$ м⁻³. Площадь поверхности бруска, в которую ударяют капли, $S = 100$ см².



6.38. Шарик массой $m = 0,1$ г, несущий отрицательный заряд $q = -10^{-7}$ Кл, движется вдоль силовой линии однородного электрического

поля с напряженностью $E = 7 \cdot 10^3$ В/м, направленной вертикально вниз. На пути $l = 1$ м величина скорости шарика изменилась в 2 раза, а направление скорости осталось неизменным. Найти величину скорости шарика V в конце этого пути. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с². Сопротивлением воздуха пренебречь.

6.39. На шероховатом столе лежит доска массой $M = 1$ кг и длиной $L = 0,5$ м так, что за край стола выступает ее часть длиной αL , где $\alpha = 1/4$. Какую минимальную скорость v_0 нужно сообщить маленькому бруску массой $m = 1$ кг, находящемуся на левом конце доски, чтобы в результате его перемещения левый конец доски приподнялся над столом? Коэффициент трения между бруском и доской $\mu = 0,1$. Доска при движении бруска не скользит по столу. Толщиной доски пренебречь, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



Ответы

1. Механика

1.1. Кинематика

$$1.1.1. \tau_2 = \tau_1(\sqrt{2} - 1) \approx 21 \text{ с.}$$

$$1.1.2. V_1 = V \sqrt{1 - \frac{l}{l}} = V \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 280 \text{ м/с.}$$

$$1.1.3. a = \frac{8L(t_2 - t_1)^2}{(2t_1t_2 + t_2^2 - t_1^2)^2} \approx 0,25 \text{ м/с}^2.$$

$$1.1.4. S = \frac{V_1V_2(2t_1 + t_2)}{2(V_2 - V_1)} = 4800 \text{ м.}$$

$$1.1.5. t = \frac{\tau}{g} \sqrt{a^2 + ag} = 2,45 \text{ мин.}$$

$$1.1.6. \tau = \frac{h}{V} - \frac{V}{g} \left(\sqrt{1 + \frac{2gh}{V^2}} - 1 \right) = 3,2 \text{ с.}$$

$$1.1.7. \tau = \left(\frac{a}{g} + \sqrt{\frac{a}{g} \left(1 + \frac{a}{g} \right)} \right) t = 630 \text{ с} \approx 10,5 \text{ мин.}$$

$$1.1.8. \tau = \frac{V_0}{g} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2(H-h)g}{V_0^2}} - 2\sqrt{1 - \frac{2gh}{V_0^2}} \right) = 0,8 \text{ с.}$$

$$1.1.9. V_0 = \sqrt{2(H-h)(g-a)} = 6 \text{ м/с.}$$

$$1.1.10. \tau = \frac{d}{gt} - \frac{t}{2} = 1,5 \text{ с.}$$

$$1.1.11. S_1 = \frac{V_1S}{V_1 + V_2} - \frac{g\alpha S^2}{2(V_1 + V_2)^2} = 60 \text{ см, } S_2 = 70 \text{ см.}$$

$$1.1.12. S = \frac{3v_0^2}{8g} = 0,9375 \text{ м.}$$

$$1.1.13. \alpha = \frac{t_2}{\sqrt{t_2^2 - t_1^2}} = \frac{5}{3}.$$

$$1.1.14. h = l \operatorname{tg} \alpha - \frac{gl^2}{2V^2 \cos^2 \alpha} \approx 2 \text{ м.}$$

$$1.1.15. S = \frac{V_0^2}{g} \sin \alpha \cos \alpha \left[1 + \sqrt{1 - \frac{2g(H-h)}{V_0^2 \sin^2 \alpha}} \right] \approx 1,81 \text{ м.}$$

$$1.1.16. \alpha = \operatorname{arctg}(4n) = \operatorname{arctg} \sqrt{3} = 60^\circ.$$

$$1.1.17. L_2 = L_1 \frac{\sin 2\alpha_2}{\sin 2\alpha_1} = 10 \text{ км.}$$

$$1.1.18. L = 2\sqrt{h(H-h)} \approx 1,7 \text{ м.}$$

$$1.1.19. l = V_0 \tau \sqrt{1 - \frac{3g\tau}{V_0} \sin \alpha + \left(\frac{3g\tau}{2V_0} \right)^2} \approx 1877 \text{ м.}$$

$$1.1.20. \beta = \arcsin \left(\sqrt{\frac{h}{h+H}} \cos \alpha \right) = 30^\circ.$$

$$1.1.21. \sin \beta = \frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 + \frac{2gh}{v_0^2}}} = 0,5; \quad \beta = 30^\circ.$$

$$1.1.22. \alpha = \arccos \left(\cos \beta \sqrt{1 + \frac{2g\Delta h}{V_0^2}} \right) = 45^\circ.$$

$$1.1.23. V_0 = \frac{l}{\cos \alpha} \sqrt{\frac{2g}{h + 2l \operatorname{tg} \alpha}} \approx 10 \text{ м/с.}$$

$$1.1.24. S = \frac{4h}{\cos \alpha} (\sin 2\alpha \cos 2\alpha + \operatorname{tg} \alpha \sin^2 2\alpha) = 8h \sin \alpha = 4h\sqrt{2} \approx 283 \text{ м.}$$

$$1.1.25. S = 2 \sqrt{R^2 + \frac{2hV^2}{g}} \sin \left(\frac{V\tau}{2R} \right) \approx 2 \text{ км.}$$

$$1.1.26. \Delta l_{\max} = \sqrt{\frac{mga}{k}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2} + 1} \approx 4,14 \text{ см.}$$

$$1.1.27. V = \frac{V_0}{1 - \operatorname{tg} \alpha} = \frac{3V_0}{3 - \sqrt{3}} \approx 236 \text{ м/с.}$$

$$1.1.28. V_2 = V_1 \frac{\cos(180^\circ - \alpha)}{\cos \beta} = V_1 \sqrt{3} \approx 52 \text{ км/ч.}$$

$$1.1.29. \omega = \frac{1}{l} \left(V_1 \sin \alpha + \sqrt{V_2^2 - V_1^2 \cos^2 \alpha} \right) \approx 2 \text{ рад/с.}$$

1.2. Динамика

$$1.2.1. m_1 = \frac{2am}{a + g}.$$

$$1.2.2. \mu = \frac{(\beta - \alpha)}{\alpha(\beta - 1)} \cdot \frac{F}{mg} \approx 0,25.$$

$$1.2.3. V_0 = \frac{Va_1}{a_1 - a_2} = 100 \text{ км/ч.}$$

$$1.2.4. V = \sqrt{\frac{mg(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{\beta}} \approx 22,3 \text{ м/с.}$$

$$1.2.5. \beta = \operatorname{arctg} \left(\frac{\cos \alpha}{mg/F - \sin \alpha} \right).$$

$$1.2.6. a = g(\sin \beta - \operatorname{tg} \alpha \cos \beta) = g(2 - \sqrt{3}) \approx 2,63 \text{ м/с}^2.$$

$$1.2.7. \tau = \frac{1}{\sin \alpha} \sqrt{\frac{2h}{g} \cdot \frac{1}{1 - \operatorname{tg} \beta \operatorname{ctg} \alpha}}.$$

$$1.2.8. F_1 = F \left(2 \frac{g}{a} \sin \alpha - 1 \right) = 90 \text{ Н.}$$

$$1.2.9. R = \begin{cases} mg\sqrt{1 + \mu^2} \cos \alpha & \text{при } \mu < \operatorname{tg} \alpha, \\ mg & \text{при } \mu \geq \operatorname{tg} \alpha. \end{cases}$$

$$1.2.10. F = mg\sqrt{\mu^2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} \approx 3,43 \text{ Н.}$$

$$1.2.11. \mu = \left| \operatorname{tg} \alpha - \frac{m_2}{m_1 \cos \alpha} \right| = \frac{\sqrt{3}}{6} \approx 0,29.$$

$$1.2.12. a > \frac{\mu + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \mu \operatorname{tg} \alpha} g = 10,6 \text{ м/с}^2. \text{ Если } \mu \operatorname{tg} \alpha \geq 1, \text{ тело не будет скользить при любых ускорениях.}$$

$$1.2.13. S = \frac{\sqrt{10}}{2} \cdot \frac{F}{m} \cdot t_1^2 \approx 39,5 \text{ м.}$$

$$1.2.14. F = (m_1 + m_2)a + 2\mu m_2 g \approx 24,5 \text{ Н.}$$

$$1.2.15. F_{\min} = \mu mg \left(1 + \frac{m}{M} \right) \approx 6,1 \text{ Н.}$$

$$1.2.16. \Delta l > \frac{(M + m)}{k} \cdot \mu g.$$

$$1.2.17. \tau = \sqrt{\frac{l}{g} \cdot \frac{(m_1 + m_2)}{(m_1 - m_2)}} = 0,5 \text{ с.}$$

$$1.2.18. \Delta m = \frac{(m_1 - m_2)^2}{m_1 + m_2} \approx 16,7 \text{ г.}$$

$$1.2.19. l_1 = \frac{(M - m)l_0 + 2ml}{M + m} = 14 \text{ см.}$$

$$1.2.20. F = \frac{2Mm}{2M + m} g = 0,95 \text{ Н.}$$

$$1.2.21. F = \begin{cases} \sqrt{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (1 + \mu) g & \text{при } \mu < \frac{m_2}{m_1}, \\ \sqrt{2} m_2 g & \text{при } \mu \geq \frac{m_2}{m_1}. \end{cases} \quad \text{При данных задачи}$$

$$F \cong 1,39 \text{ Н.}$$

$$1.2.22. F = mg(1 + \sin \alpha) \cos \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \right) \cong 1,3 \text{ Н.}$$

$$1.2.23. T = m \sqrt{g^2 + \left(\frac{V^2}{R} \right)^2} = 1 \text{ Н.}$$

$$1.2.24. T = 4\pi R \sqrt{\frac{R}{GM}}.$$

$$1.2.25. R = \sqrt[3]{\frac{gr^2 T^2}{4\pi^2}}.$$

$$1.2.26. \rho = \frac{3\pi n^3}{GT^2}.$$

$$1.2.27. T = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho(1 - \eta/100\%)}} \cong 4,34 \cdot 10^4 \text{ с} \cong 12 \text{ час.}$$

$$1.2.28. T = 2\pi \left(1 + \frac{h}{R} \right) \sqrt{\frac{R}{g[(1 + h/R)^2 - 1]}}.$$

$$1.2.29. m = \frac{T_2 - T_1}{6g} \cong 0,017 \text{ кг.}$$

$$1.2.30. a = g\sqrt{9\mu^2 + 4} = 20,5 \text{ м/с}^2.$$

$$1.2.31. F = m\sqrt{g^2 + \omega^4 l^2 \sin^2 \varphi} \cong 1,01 \text{ Н.}$$

1.3. Законы сохранения в механике

$$1.3.1. U = \frac{M + m}{m \cos \alpha} V \cong 14 \text{ см/с.}$$

$$1.3.2. t = \frac{L(N^2 + N - 2)}{2V_0} = 210 \text{ с.}$$

$$1.3.3. l = 4a = 60 \text{ м.}$$

$$1.3.4. V_2 = \frac{1}{m - m_1} \sqrt{m^2 V^2 + m_1^2 (V_1^2 - 2gh)} \cong 30,6 \text{ м/с.}$$

$$1.3.5. V_0 = \sqrt{\frac{gl}{1 + \beta}} \cong 1,1 \text{ м/с.}$$

$$1.3.6. \rho = \frac{P_0}{\sqrt{1 + 16/\alpha^2}} = \frac{P_0}{\sqrt{5}} \cong 447 \text{ кгм/с.}$$

$$1.3.7. \Delta p = |m_2 - m_1| \sqrt{\frac{2gh|m_2 - m_1|}{m_2 + m_1}}.$$

$$1.3.8. V = m \cos \alpha \sqrt{\frac{2gh}{M(M + m \cos^2 \alpha)}} \cong 2,7 \text{ см/с.}$$

$$1.3.9. V_1 = \frac{m_b}{m_1} \sqrt{2gh} = 40 \text{ м/с.}$$

$$1.3.10. \beta = \arccos \left[1 - \frac{m^2 V^2 \cos^2 \alpha}{2(m + M)^2 gl} \right] \cong 60^\circ.$$

$$1.3.11. \beta = 1 + \mu \operatorname{ctg} \alpha \cong 1,03.$$

$$1.3.12. V = \sqrt{gh(2 - \mu \operatorname{ctg} \alpha)} \cong 6,1 \text{ м/с.}$$

$$1.3.13. \mu = \frac{V^2}{4gh} \operatorname{tg} \alpha \cong 0,59.$$

$$1.3.14. h = H \cdot \frac{1 - \mu \operatorname{ctg} \alpha}{1 + \mu \operatorname{ctg} \alpha} \cong 0,33 \text{ м.}$$

$$1.3.15. Q = \frac{m}{2} (V_1 - V_2) \cdot \left[V_1 + V_2 - \frac{m}{M} (V_1 - V_2) \right] = 2820 \text{ Дж.}$$

$$1.3.16. V = \frac{\Delta l}{m} \sqrt{(M + m)k} = 600 \text{ м/с.}$$

$$1.3.17. V = m \sqrt{\frac{2gR}{M(m + M)}} \cong 11,9 \text{ см/с.}$$

$$1.3.18. E = \frac{m}{2\alpha} \left(1 + \frac{m}{M} \right) V^2 = 3,825 \text{ Мдж.}$$

$$1.3.19. l = 2 \frac{V_0 \sin \alpha}{g} \sqrt{\frac{2E}{m}} = 6 \text{ м.}$$

$$1.3.20. Q = \frac{mM}{2(m+M)} V^2 = 568,2 \text{ Дж.}$$

$$1.3.21. A = M \left(1 + \frac{M}{m} \right) \mu g S = 29,4 \text{ Дж.}$$

$$1.3.22. V_2 = V_1 \sqrt{1 + \frac{m}{M}} \cong 5,05 \text{ м/с.}$$

$$1.3.23. S = 4H \sqrt{\frac{A}{mgH}} - 1 = 12 \text{ м.}$$

$$1.3.24. \eta = \frac{\Delta h}{R + h - \Delta h} = 3,7 \cdot 10^{-3}.$$

$$1.3.25. A = \frac{(\mu mg)^2}{2k} = 0,1 \text{ Дж.}$$

$$1.3.26. V_1 = V \sqrt{\frac{M}{m+M}}.$$

$$1.3.27. W = \frac{1}{2} M V_1 V_2 = 12 \text{ Дж.}$$

$$1.3.28. \Delta N = mg V \sin \alpha = 29,4 \text{ кВт.}$$

$$1.3.29. A = \frac{5}{4} mgl \cong 1,2 \text{ Дж.}$$

$$1.3.30. Q = m_2 \cdot \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \cdot gh = 1,32 \cdot 10^{-2} \text{ Дж.}$$

$$1.3.31. Q = (m_1 - m_2)gh - \frac{2(m_1 + m_2)h^2}{\tau^2} = 92 \text{ Дж.}$$

$$1.3.32. Q = \frac{1}{4} m (V_1^2 + V_2^2) = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Дж.}$$

$$1.3.33. \alpha = 2 \arcsin \sqrt{\eta} = 90^\circ.$$

$$1.3.34. Q = m(V_1 V_2 - U_1^2) = 11 \text{ Дж.}$$

$$1.3.35. U_1 = \frac{\sqrt{10}}{4} V_1 \cong 791 \text{ м/с, } U_2 = \frac{\sqrt{2}}{4} V_1 \cong 354 \text{ м/с.}$$

$$1.3.36. \Delta U = gh(M - m) + \mu gh(H - h) = 55 \text{ кДж.}$$

$$1.3.37. V = \sqrt{2gl \left(\frac{l}{l} - \frac{1}{2} \right)} = \frac{\sqrt{10}}{2} \cong 1,58 \text{ м/с.}$$

$$1.3.38. A = V_0 \sqrt{\frac{m}{2k + k_1}} = 1 \text{ см.}$$

$$1.3.39. A = \frac{2V_0}{(1 + M/m)} \sqrt{\frac{M}{k}} = 0,4 \text{ м.}$$

$$1.3.40. m = \frac{100\%}{\eta h} M \left(\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \mu g L \right) \cong 23,8 \text{ кг.}$$

$$1.3.41. \alpha = \frac{1 + \sqrt{h/R}}{1 - \sqrt{h/R}} = 3.$$

$$1.3.42. V = \frac{h}{l} \sqrt{2g(l-h)} \cong 1,33 \text{ м/с.}$$

$$1.3.43. T = \frac{1}{\alpha g} \left[\sqrt{(V_0 - \alpha g \tau + 2U)^2 + 2\alpha g(V_0 \tau - \alpha g \tau^2 / 2)} - (V_0 - \alpha g \tau + 2U) \right] = 1,4 \text{ с.}$$

$$1.3.44. V = \sqrt{2gh} \cdot \sqrt{\frac{m_2^2}{(m_1 + m_2)^2} \cdot \frac{V_0^2}{2gh} + \frac{m_1}{m_1 + m_2}} = 12 \text{ м/с.}$$

1.4. Статика

$$1.4.1. F = mg\sqrt{3} = 118,8 \text{ Н.}$$

$$1.4.2. x = L \sqrt{1 - \left(\frac{mg}{2F} \right)^2} = 1,6 \text{ м.}$$

$$1.4.3. \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \cong 0,577.$$

$$1.4.4. \operatorname{tg} \alpha = \frac{m_1 - m_2}{\sqrt{3}(m_1 + m_2)}.$$

$$1.4.5. F = mg \frac{\operatorname{tg} \alpha - \mu}{\mu \operatorname{tg} \alpha + 1} = 6 \text{ Н.}$$

$$1.4.6. F = \left[m_2 + \frac{ml/2 - (m + m_1)l}{l - l} \right] g = 3,85 \text{ Н.}$$

$$1.4.7. l = \frac{2S}{1 - \alpha} = 0,75 \text{ м.}$$

$$1.4.8. \mu = \frac{r}{R \sin \alpha} = 0,2$$

$$1.4.9. F = mg \sqrt{1 + \frac{1}{4} \operatorname{ctg}^2 \alpha} \approx 11 \text{ Н.}$$

$$1.4.10. \mu \geq \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{1 + 2 \sin^2 \alpha} = 0,5.$$

$$1.4.11. \beta = \frac{m_1 \alpha}{m_2 + 2\alpha(m_1 - m_2)} = \frac{1}{3}.$$

$$1.4.12. N = Mg \left(\frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{H}{L} \sin \alpha \right) \approx 4,18 \cdot 10^3 \text{ Н.}$$

$$1.4.13. F = mg \sqrt{\sin^2 \alpha + \left(\frac{1}{2} \cos \alpha + \frac{H}{L} \sin \alpha \right)^2}.$$

1.5. Механика жидкостей и газов

$$1.5.1. m = (M - Sh\rho_2) \cdot \frac{\rho_1}{\rho_1 - \rho_2} = 60,3 \text{ г.}$$

$$1.5.2. m = M \frac{h}{\Delta h} = 10 \text{ кг.}$$

$$1.5.3. F_{\text{тр}} = (\rho_A - \rho_B) a^3 g \sin \alpha = 8,5 \text{ Н.}$$

$$1.5.4. T = \frac{\rho g l S_1 S_2}{S_1 - S_2} \approx 490 \text{ Н.}$$

$$1.5.5. \Delta h = \frac{m}{2\rho S} = 0,5 \text{ см.}$$

$$1.5.6. \text{Уровень в левом колене опустится на } \Delta h = \frac{\rho_B(h_1 - h_2)}{2(\rho - \rho_B)} = 1 \text{ см.}$$

$$1.5.7. h_2 = \frac{\rho_B}{3\rho} (h_1 + h_3) = 10 \text{ мм.}$$

$$1.5.8. F = \frac{4}{3} \pi R^3 (\rho - 0,5\rho_B) g \approx 2,9 \cdot 10^{-2} \text{ Н.}$$

$$1.5.9. \alpha = \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{5}{4}.$$

$$1.5.10. H_1 = H + \Delta h \frac{\rho_B}{\rho_C} = 20,8 \text{ см.}$$

$$1.5.11. h = \frac{\alpha(h_1 + h_2) - 2h_1 h_2}{2a - (h_1 + h_2)}.$$

$$1.5.12. \rho = \rho_1 \rho_2 \frac{h_2 - h_1}{\rho_2 h_2 - \rho_1 h_1} = 360 \text{ кг/м}^3.$$

$$1.5.13. \rho = \frac{M\rho_0}{(M + \rho_0 Sh)} = 0,8 \text{ г/см}^3.$$

$$1.5.14. h = \frac{1}{S\rho_B} \left[\frac{4}{3} \pi R^3 \rho_D + m \left(1 - \frac{\rho_D}{\rho_{CB}} \right) \right] \text{ при } m \leq m_0,$$

$$h = \frac{1}{S} \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \text{ при } m \geq m_0, m_0 = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_{CB} \frac{\rho_B - \rho_D}{\rho_{CB} - \rho_D}.$$

$$1.5.15. \beta = \left(1 - \frac{V}{V_0} \right) \cdot 100\% = \frac{(1 - \alpha/100\%) \rho_B (\rho_A - \rho_L)}{(\rho_A - \alpha \rho_B / 100\%) (\rho_B - \rho_L)} \cdot 100\% = 51\%.$$

$$1.5.16. F = \left[\frac{1}{2} L \rho - \left(1 - \frac{l}{2L} \right) l \rho_B \right] S g = 0,025 \text{ Н.}$$

$$1.5.17. \rho = \frac{1}{\alpha} \left(2 - \frac{1}{\alpha} \right) \rho_0 = 0,55 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

1.6. Механические колебания и волны

$$1.6.1. A > \frac{\mu g T^2}{4\pi^2}.$$

$$1.6.2. T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\rho g S}}.$$

$$1.6.3. T = 2\pi \sqrt{\frac{m(k_1 + k_2)}{k_1 k_2}}.$$

$$1.6.4. T_1 = \left(1 + \frac{h}{R}\right) T_0 = 1,001 \text{ с.}$$

$$1.6.5. T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g \pm qU/(md)}} \quad (\text{знак "+" , когда нижняя обкладка заряжена отрицательно}).$$

$$1.6.6. T = 2\pi \frac{M+m}{mV} A \cong 1,26 \text{ с.}$$

$$1.6.7. T = 2\pi \sqrt{\frac{h_1 h_2}{g(h_1 + h_2)}} \cong 0,31 \text{ с.}$$

$$1.6.8. E = \frac{1}{2} m A a_{\max} = 0,3 \text{ Дж.}$$

$$1.6.9. V_{\text{ср}} = \frac{3x_0}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \cong 0,48 \text{ м/с.}$$

$$1.6.10. F = m \left(g + \frac{4\pi^2 A}{T^2} \right) \cong 11,8 \text{ Н.}$$

2. Молекулярная физика и термодинамика

2.1. Основы молекулярно-кинетической теории

$$2.1.1. \rho_1 = \rho_0 \frac{p_1 T_0}{p_0 T_1} = 0,51 \text{ кг/м}^3.$$

$$2.1.2. k = 1,5.$$

$$2.1.3. \alpha = \frac{1}{2}, \text{ кинетическая энергия уменьшится в 2 раза.}$$

$$2.1.4. p = \frac{(p_1 V_1 + p_2 V_2 + p_3 V_3) T_2}{(V_1 + V_2 + V_3) T_1}.$$

$$2.1.5. T_2 = \sqrt{T_1 T_3} = 346 \text{ К.}$$

$$2.1.6. p = \left(\frac{m_1}{M} + \nu_2 \right) \frac{RT}{V} = 8,31 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

$$2.1.7. \Delta m = \frac{m(t_2 - t_1)}{2(t_1 + t_2 + 546^\circ \text{C})} = 0,3 \text{ г.}$$

$$2.1.8. \Delta m = \frac{p_0 V M}{R} \cdot \frac{(T_1 - T_2)}{T_1 T_2} = -2,4 \text{ кг.}$$

$$2.1.9. p = p_0 \frac{nv}{V} = 0,25 \text{ МПа.}$$

$$2.1.10. \Delta T = \frac{2lT}{L-l} = 400 \text{ К.}$$

$$2.1.11. m_0 = \frac{mp_0 T_1}{p_0 T_1 - p_M T_0} = 30 \text{ г.}$$

$$2.1.12. p = (p_K + p_0) \frac{(t + 273^\circ \text{C})}{(t_1 + 273^\circ \text{C})} = 375 \text{ кПа.}$$

$$2.1.13. t_1 = \frac{p_1(t + 273^\circ \text{C})}{p(1-\beta)} - 273^\circ \text{C} = 90,6^\circ \text{C.}$$

$$2.1.14. \Delta V = \frac{m_1 \Delta m_2 V}{(m_1 + m_2) \cdot (m_1 + m_2 - \Delta m_2)} = 200 \text{ см}^3.$$

$$2.1.15. \Delta h = h_1 - h_0 = h_0 \left(\frac{Sp_0}{Sp_0 + mg} - 1 \right) = -8,9 \text{ см.}$$

$$2.1.16. T_2 = T_1 \left(1 + \frac{m}{M} \right) = 315 \text{ К.}$$

$$2.1.17. T = \frac{Ph(H-h)}{Rv(H-2h)} = 310,5 \text{ К} = 37,5^\circ \text{C.}$$

$$2.1.18. \alpha = \frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{(L-H_2+H_1) \cdot (L-H_1)H_2}{(L-H_1+H_2) \cdot (L-H_2)H_1} = 0,7.$$

$$2.1.19. \Delta h = \frac{R(t_1 - t_2)}{p_0 S - Mg} \cong 1 \text{ м.}$$

$$2.1.20. T_2 = T_1 \frac{H}{h} + \frac{MkH(H-h)}{mR} = 487,5 \text{ К.}$$

$$2.1.21. h = \frac{m(T_2 - T_1)R}{M(Sp_0 + M_0 g)} = 41,5 \text{ см.}$$

$$2.1.22. \alpha = \frac{1}{2} - \frac{1}{n} + \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{n} \right)^2} + 2 = \sqrt{2}.$$

$$2.1.23. \alpha = \frac{3}{2} \cdot \frac{M_{\text{Ne}} - M_{\text{He}}}{M_{\text{Ne}} - 3M_{\text{He}}} = 3.$$

$$2.1.24. n_0 = \frac{p_2}{kT_2} = 3,333 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}.$$

$$2.1.25. \Delta m = \frac{pVM_{\text{H}_2}}{R(t+273^\circ \text{C})} - m \frac{M_{\text{H}_2}}{M_{\text{H}_2\text{O}}} \equiv 77 \text{ г.}$$

2.2. Элементы термодинамики

$$2.2.1. U = \frac{3}{2} pV = 2,25 \text{ кДж.}$$

$$2.2.2. A = (n-1)\nu RT = 8310 \text{ Дж.}$$

$$2.2.3. A = \frac{7}{4} p_0 V_0 = 175 \text{ Дж.}$$

$$2.2.4. A = \frac{m}{2M} R(T_2 - T_1) \equiv 8,3 \text{ кДж.}$$

$$2.2.5. \Delta h = \frac{2Q}{5mg} = 0,1 \text{ м.}$$

$$2.2.6. Q = \frac{5}{2} l(p_0 S + M g \sin \alpha) \equiv 73,38 \text{ Дж.}$$

$$2.2.7. \Delta Q = (p_1 - p_2)(V_1 - V_2) = 8 \cdot 10^5 \text{ Дж.}$$

$$2.2.8. \beta = \frac{13}{11} = 1,1818..$$

$$2.2.9. \Delta Q = \frac{2p_1}{V_1} (V_2^2 - V_1^2) = 6 \text{ кДж.}$$

$$2.2.10. \Delta Q = \frac{1}{2} [p_1(V_2 - 4V_1) + p_2(V_3 - V_1) + p_3(4V_3 - V_2)] = -20 \text{ Дж.}$$

$$2.2.11. Q = \frac{m}{M} \cdot \frac{R}{2} (3T_1 - 5T_2) + p_0 V_0 = 11,1 \text{ кДж.}$$

$$2.2.12. T = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} = 360 \text{ К.}$$

$$2.2.13. p = \frac{(m_1 T_1 + m_2 T_2) R}{(V_1 + V_2) M}.$$

$$2.2.14. \Delta p = \frac{m}{M} \cdot \frac{RT}{V} = 1,66 \cdot 10^3 \text{ Па.}$$

$$2.2.15. Q = \frac{(p_0 S + P)}{2} \cdot [(3\alpha + 2)H - 5h] = 210 \text{ Дж.}$$

$$2.2.16. A = p_2 V_2 + \frac{3}{2} p V_2 - \frac{5}{2} p_2 V_1 = 18,8 \text{ кДж.}$$

$$2.2.17. A = \frac{R(T - T_1)^2}{T_1} \equiv 11,07 \text{ Дж.}$$

$$2.2.18. A = \frac{3}{2} R(m^2 - 1) T_0 = 11,2 \text{ кДж.}$$

$$2.2.19. Q = \frac{1}{2} (5P + 3kH + 4k\Delta h) \Delta h = 18 \text{ Дж.}$$

$$2.2.20. \Delta h = \frac{M}{m} H = 20 \text{ см.}$$

$$2.2.21. \beta = \sqrt{1 + \frac{2MA}{3mR(t + 273^\circ \text{C})}} = 1,3.$$

$$2.2.22. \alpha = \sqrt{1 + \frac{2\Delta Q}{5(Mg + p_0 S)h}} = 1,1.$$

$$2.2.23. N = \mu q \cdot \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 10 \text{ кВт.}$$

$$2.2.24. \eta = \frac{2(\sqrt{T_3} - \sqrt{T_1})^2}{5T_3 - 3T_1 - 2\sqrt{T_1 T_3}} \equiv 10,4\%.$$

2.3. Изменение агрегатного состояния вещества

$$2.3.1. m = \frac{f M p_n V}{RT} = 0,48 \text{ кг.}$$

$$2.3.2. \Delta m = \frac{(f_2 - f_1)}{100\%} \rho_n V = 346 \text{ г.}$$

$$2.3.3. f_2 = f_1 + \frac{m}{\rho_n V} \cdot 100\% = 43\%.$$

$$2.3.4. \tau = \frac{p_n (f_2 - f_1) M_{\text{H}_2\text{O}} V}{100\% \cdot \alpha R(t + 273^\circ \text{C})} = 15,5 \text{ мин.}$$

$$2.3.5. n = \frac{4}{3} \equiv 1,33 \text{ раза (влажность увеличится).}$$

$$2.3.6. x = \begin{cases} \frac{V}{S} \cdot \frac{mg}{p_n S - mg} & \text{при } m < \frac{p_n S}{2g}, \\ \frac{V}{S} & \text{при } m \geq \frac{p_n S}{2g}, \end{cases} \text{ при данных задачи } x = 5,3 \text{ мм.}$$

$$2.3.7. m = \frac{p_n n V \tau M (f_2 - f_1)}{RT \cdot 100\%} \cong 37,3 \text{ г.}$$

$$2.3.8. \tau_2 = \tau_1 \frac{r}{c(t_k - t)} = 60,8 \text{ мин.}$$

$$2.3.9. m \cong 502 \text{ г.}$$

$$2.3.10. V_1 = V - \frac{m \tau \eta}{\rho_B r \cdot 100\%} + \frac{c}{r} \cdot (t_k - t) V = 2,52 \text{ л.}$$

$$2.3.11. T_3 = T_2 + \frac{1}{Mc} [r \Delta m + c_1 \Delta m \cdot (T_k - T_2) + c_2 m (T_2 - T_1)].$$

$$2.3.12. c = \frac{\lambda \tau_0}{\tau(t_2 - t_1) - \tau_0(t_{n.л} - t_2)} \cong 0,23 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К).}$$

$$2.3.13. V = \frac{v_0^2}{2\rho c(t_k - t_0)} \cdot \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} \cong 143 \text{ см}^3.$$

$$2.3.14. p = p_0 \frac{2mcT_1 + 3p_0 V_0}{2mcT_0 + 3p_0 V_0} \cong 1,67 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

$$2.3.15. \Delta p = \frac{2QvR}{V(3vR + 2mc)} = 8 \cdot 10^4 \text{ Па.}$$

$$2.3.16. m = \frac{W l_1 l_2}{c \Delta T (t_1 + t_2)} \cong 4,8 \text{ кг.}$$

3. Электродинамика

3.1. Электростатика

$$3.1.1. q_3 = -\frac{3\sqrt{3}}{4} q = -5,2 \text{ мкКл.}$$

$$3.1.2. \alpha = \frac{q_2}{q_1} = \frac{7}{6} \sqrt{\frac{7}{3}} \cong 1,8.$$

3.1.3. Внутри квадрата на биссектрисе $\angle ADB$ на расстоянии

$$b = \frac{a}{2\sqrt{\cos \frac{\pi}{8}}} = \frac{a}{\sqrt{8+4\sqrt{2}}} \cong 0,5 \text{ м от точки } D.$$

$$3.1.4. E_0 = \frac{q\sqrt{2}}{4\pi\epsilon_0 R^2} \cong 14,1 \text{ кВ.}$$

$$3.1.5. q_3 = a \sqrt{4\pi\epsilon_0 \frac{F_{13} F_{23}}{F_{12}}} \cong 2,57 \cdot 10^{-5} \text{ Кл.}$$

$$3.1.6. q = 2L_1 \sqrt{\pi\epsilon_0 \frac{mg(L-L_1)}{\sqrt{4l^2 - (L-L_1)^2}}}.$$

$$3.1.7. k = \tan \frac{\alpha}{2} = 1.$$

$$3.1.8. l = \frac{q}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 mg}} \cong 0,6 \text{ м.}$$

$$3.1.9. m = \frac{q^2}{32\pi\epsilon_0 g R^2} \left(\frac{2R}{h} \right)^{3/2}.$$

$$3.1.10. q = \frac{q_1 r_2 - q_2 r_1}{r_1 + r_2} \cong 1,67 \cdot 10^{-9} \text{ К.}$$

$$3.1.11. F' = F \cdot \frac{4r_1 r_2}{(r_1 + r_2)^2} = \frac{8}{9} \cdot 10^{-4} \text{ Н.}$$

$$3.1.12. V = \sqrt{2gh - \frac{q^2}{2\pi\epsilon_0 M h} (1 - \tan \alpha)}.$$

$$3.1.13. L = \frac{l}{1 - \frac{2\pi\epsilon_0 l m_1 m_2 V_0^2}{(m_1 + m_2) q_1 |q_2|}} \cong 3,85 \text{ м.}$$

$$3.1.14. L = \frac{l}{1 + \frac{2\pi\epsilon_0 l m_1 m_2 (V_1 + V_2)^2}{q q_2 (m_1 + m_2)}} \cong 1,32 \text{ м.}$$

$$3.1.15. q_A = -q_B = -\frac{Qr}{2R}.$$

$$3.1.16. Q_2' = \frac{Q_2 - Q_1}{2} = 10^{-6} \text{ Кл, } Q_2'' = \frac{Q_1 + Q_2}{2} = 3 \cdot 10^{-6} \text{ Кл.}$$

$$3.1.17. q = \epsilon_0 \pi r^2 E = 10^{-6} \text{ Кл.}$$

$$3.1.18. F = F_0 \frac{n^2}{(n-1)^2} = 4F_0.$$

$$3.1.19. \alpha = \frac{1+\epsilon}{2\epsilon} = \frac{2}{3}.$$

$$3.1.20. \varphi_0 = \frac{C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2 + C_3\varphi_3}{C_1 + C_2 + C_3}.$$

$$3.1.21. U = E \frac{C_2C_3 - C_1C_4}{(C_1 + C_3)(C_2 + C_4)} = 0.$$

$$3.1.22. U_4 = \frac{C_1C_3U}{C_3C_4 + (C_1 + C_2)(C_3 + C_4)} \cong 9,09 \text{ В.}$$

$$3.1.23. U = \frac{U_1S_1 + U_2S_2}{S_1 + S_2}.$$

$$3.1.24. W = \frac{\epsilon}{2} W_0 = 6 \cdot 10^{-6} \text{ Дж.}$$

$$3.1.25. A = \frac{1}{4} CU_0^2 (\epsilon^2 - 1).$$

$$3.1.26. \Delta W = \frac{CU^2}{2} \cdot \frac{(1-\epsilon)}{\epsilon} = -2,5 \cdot 10^{-8} \text{ Дж. Энергия уменьшится.}$$

$$3.1.27. Q = \frac{C_1C_2C_3E^2}{2(C_1 + C_2)^2(C_1 + C_3)}.$$

3.2. Постоянный ток

$$3.2.1. R_1 = \frac{E-U}{U} R - r = 2,8 \text{ Ом.}$$

$$3.2.2. U = \frac{E}{\frac{r}{r_B} + \frac{r}{R_1} + 1} = 20 \text{ В.}$$

$$3.2.3. m = kC\Delta U = 0,112 \text{ мг.}$$

$$3.2.4. R = \frac{E_2R_1}{E_1 - E_2} = 1 \text{ Ом.}$$

$$3.2.5. E_2 = \frac{E_1R_2}{R_1} = 20 \text{ В.}$$

$$3.2.6. I_1 = I_2 = \frac{ER_2}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3} = \frac{1}{11} \text{ А.}$$

$$3.2.7. R = \frac{E_1r_2 - E_2r_1}{3(E_2 - E_1)}.$$

$$3.2.8. r = R = 0,5 \text{ Ом.}$$

$$3.2.9. r_1 = \left(\frac{E_1}{E_2} - 1 \right) R_1 - R = 0,5 \text{ Ом.}$$

$$3.2.10. \Delta I = \frac{UR}{(3R_1 + R)(5R_1 + 2R)} = 0,5 \text{ А.}$$

$$3.2.11. r = \frac{I_1R_1 - I_2R_2}{I_2(1 + R_2/R_1) - I_1} = 4 \text{ Ом.}$$

$$3.2.12. m = \frac{W}{W_0} = \frac{R_1^2}{(r + R + R_1)^2} = \frac{1}{16}.$$

$$3.2.13. Q_2 = Q_1 \frac{r + R/2}{r + 2R} \cong 5,4 \text{ Кл.}$$

$$3.2.14. r = \frac{R}{16} \cdot \frac{(4-3m)}{m-1} = 0,5 \text{ Ом.}$$

$$3.2.15. R = \frac{V_2}{I_2} - \frac{V_2 - V_1}{I_1} \cong 63,4 \text{ Ом.}$$

$$3.2.16. U_{MN} = \frac{ER}{R + 3r} \cong 1,54 \text{ В.}$$

$$3.2.17. \alpha = \frac{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)} = 1,2$$

$$3.2.18. V_1 = \frac{E}{1 + U_2/U_1} = 7,2 \text{ В, } V_2 = E - V_1 = 4,8 \text{ В.}$$

$$3.2.19. I = \frac{(R_1 - R)}{(R + 3R_1)} \cdot \frac{U}{R} = 2,5 \text{ мА.}$$

$$3.2.20. E = \sqrt{W} (\sqrt{R_1} + \sqrt{R_2}) = 9 \text{ В.}$$

$$3.2.21. W_{\pi} = \left(\frac{E_1 + E_2}{r_1 + r_2 + U^2/W} \right)^2 \cdot \frac{U^2}{W} = 4 \text{ Вт.}$$

$$3.2.22. W'_2 = \frac{W_1^2}{W_2} = 10 \text{ Вт.}$$

$$3.2.23. W = \frac{(E_2 r_1 - E_1 r_2)(E_1 - E_2)}{(r_1 - r_2)^2} = 24 \text{ Вт.}$$

$$3.2.24. r = \left(\frac{100\%}{\eta} - 1 \right) R = \frac{1}{3} \text{ Ом.}$$

$$3.2.25. P_2 = P_1 \frac{R_2 R_3}{R_1 (R_2 + R_3)^2} = 18 \text{ Вт.}$$

$$3.2.26. \frac{W_2}{W_1} = 2 - \sqrt{2} \approx 0,586.$$

$$3.2.27. \beta = \frac{R + r/2}{R + 2r} = 0,5.$$

$$3.2.28. r = \frac{n-m}{n(n-1)} R_1 = \frac{1}{6} \text{ Ом.}$$

$$3.2.29. r = R \frac{(2 - \sqrt{n})}{(2\sqrt{n} - 1)} \approx 0,316 \text{ Ом.}$$

$$3.2.30. Q_1 = \frac{CU^2}{2(1 + R_1/R_2)} \approx 4 \cdot 10^{-2} \text{ Дж.}$$

$$3.2.31. W = \frac{C_1 C_2 (U_1 - U_2)^2}{2(C_1 + C_2)} = 0,03 \text{ Дж.}$$

$$3.2.32. Q = \frac{CE^2 R_2^2}{2(R_1 + R_2)^2} = 0,2 \text{ Дж.}$$

$$3.2.33. Q = 2CE^2 = 3,6 \text{ Дж.}$$

$$3.2.34. \alpha = 2k - 1 \pm 2\sqrt{k^2 - k} = 3 \pm 2\sqrt{2}; \quad \alpha_1 \approx 0,17, \quad \alpha_2 \approx 5,83.$$

$$3.2.35. \alpha = \frac{P_2}{P_1} = 0,6.$$

$$3.2.36. P_n = \frac{(U_0 - U_1)U_1}{U_0^2} P \approx 434 \text{ Вт.}$$

$$3.2.37. E = \sqrt{\frac{W_2 r}{2(2 - \sqrt{W_2/W_1})(\sqrt{W_2/W_1} - 1)}} = 12 \text{ В.}$$

$$3.2.38. R = 2r \frac{\sqrt{W_2/W_1} - 1}{2 - \sqrt{W_2/W_1}} = 1 \text{ Ом.}$$

$$3.2.39. R = r \frac{2 - \sqrt{W_2/W_1}}{2(\sqrt{W_2/W_1} - 1)} = 0,9 \text{ Ом.}$$

$$3.2.40. E = \sqrt{\frac{W_2 r}{2(2 - \sqrt{W_2/W_1})(\sqrt{W_2/W_1} - 1)}} = 3 \text{ В.}$$

$$3.2.41. \eta = 2 \left(1 - \sqrt{\frac{W_1}{W_2}} \right) \approx 33\%.$$

$$3.2.42. R = \frac{\sqrt{W_2} r_2 - \sqrt{W_1} r_1}{\sqrt{W_1} - \sqrt{W_2}} = 0,3 \text{ Ом.}$$

3.3. Магнетизм

$$3.3.1. T = \frac{2\pi m}{qB} \approx 6,28 \text{ с.}$$

$$3.3.2. \alpha = \begin{cases} 180^\circ & \text{при } V_0 \leq \frac{q}{m} BL, \\ \arcsin \left(\frac{q}{m} \cdot \frac{BL}{V_0} \right) & \text{при } V_0 > \frac{q}{m} BL. \end{cases} \quad \text{В заданных условиях } \alpha = 30^\circ.$$

$$3.3.3. I = \frac{\mu mg}{Bl} = 20 \text{ А.}$$

$$3.3.4. I_2 = I_1 \frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1} = 3 \text{ А.}$$

$$3.3.5. B = \frac{2\rho Sg}{I} \operatorname{tg} \alpha \approx 0,078 \text{ Тл.}$$

$$3.3.6. I \geq \frac{mg(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{Bl(\mu \sin \alpha + \cos \alpha)} \approx 33,2 \text{ A.}$$

3.4. Электромагнитная индукция

$$3.4.1. I = \frac{B(a+b)h}{2\rho l(a+b+h+\sqrt{h^2+(a-b)^2})} = 76 \text{ mA.}$$

$$3.4.2. P = \frac{\pi^2 r^4}{R} k^2 \cos^2 \alpha \approx 2,5 \text{ Вт.}$$

$$3.4.3. Q = \frac{BSn}{R}.$$

$$3.4.4. q = \frac{E\Delta t}{NR} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ Кл.}$$

$$3.4.5. \Delta t = \frac{IL}{E} = 1 \text{ с.}$$

$$3.4.6. I = VBd \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = 0,15 \text{ A.}$$

$$3.4.7. V = \frac{mgR}{B^2 l^2}.$$

$$3.4.8. \vec{F} = \frac{\vec{V}}{V} F, \quad F = \frac{B^2 l^2 V}{R} = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ Н.}$$

$$3.4.9. I = \sqrt{\frac{mgV \sin \alpha}{R}} \approx 0,16 \text{ A.}$$

$$3.4.10. Q = \left(\frac{E - Bvl}{R+r} \right)^2 Rl \approx 64 \text{ Дж.}$$

$$3.4.11. I = \frac{\mu_0 ab I_0 V}{2\pi x_0(x_0+b)R}.$$

$$3.4.12. a = \frac{F}{m+B^2 l^2 C}.$$

$$3.4.13. W = \frac{B^2 \omega^2 r^4}{4R} \approx 1,96 \text{ Вт.}$$

$$3.4.14. Q = \frac{LE^2 R_1^3}{2(R+R_1)(rR+rR_1+RR_1)^2} \approx 1,14 \text{ Дж.}$$

3.5. Электромагнитные колебания и волны

$$3.5.1. I = U_M \sqrt{\frac{3C}{4L}}.$$

$$3.5.2. Q = \frac{q^2}{2C} \cdot \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \approx 0,047 \text{ Дж.}$$

$$3.5.3. Q = \frac{E^2}{2(r+R)^2} (L+CR^2) = 37,5 \cdot 10^{-3} \text{ Дж.}$$

$$3.5.4. \lambda = 2\pi c \frac{LI_M}{U_M}.$$

$$3.5.5. v_0 = \frac{I_M}{2\pi C U_M}.$$

$$3.5.6. T_2 = \frac{T_1}{2}.$$

$$3.5.7. I = \sqrt{\frac{C}{L}} U \sin \frac{t_0}{\sqrt{LC}} \approx 0,71 \text{ A.}$$

$$3.5.8. \alpha = \frac{C_1+C_2}{2\sqrt{C_1 C_2}} = 1,25.$$

$$3.5.9. U_{2\max} = \frac{2U_1 C_1}{C_1+C_2} \approx 364 \text{ В.}$$

$$3.5.10. I_{\max} = U_1 \sqrt{\frac{C_1 C_2}{L(C_1+C_2)}} = 0,75 \text{ A.}$$

4. Оптика

4.1. Геометрическая оптика

Отражение и преломление света

$$4.1.1. L = \frac{2h}{n} = 0,9 \text{ м.}$$

$$4.1.2. \alpha = \arcsin \left(n \frac{\sqrt{3}}{3} \right) = 60^\circ.$$

4.1.3. Окружность радиуса a с центром в точке O .

$$4.1.4. a = d \frac{\sin 2\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \approx 1,22 \text{ см.}$$

$$4.1.5. n = 2 \cos \alpha = \sqrt{3} \approx 1,73.$$

$$4.1.6. a_1 = \frac{a \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{n \cos \alpha} \approx 3,74 \text{ см.}$$

$$4.1.7. H_{\max} = Rn = 1,33 \text{ м.}$$

$$4.1.8. r = R \frac{n_2}{n_1} = 4 \text{ см.}$$

$$4.1.9. n = \frac{1}{2 \sin 15^\circ} = \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} \approx 1,93.$$

$$4.1.10. \varphi = 60^\circ.$$

$$4.1.11. l = d \sin 2\alpha \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} - \frac{1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \right) \approx 1,17 \text{ см.}$$

$$4.1.12. h = \frac{d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha (\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \sqrt{1 - \sin^2 \alpha})} \approx 4,2 \text{ см.}$$

$$4.1.13. n = \frac{1}{\sqrt{\sin^2 \beta_1 + \sin^2 \beta_2}} \approx 1,15.$$

$$4.1.14. l = (L - H \operatorname{ctg} \varphi) \frac{\sqrt{1 - n^2 \cos^2 \varphi}}{n \cos \varphi}.$$

$$4.1.15. \alpha = \arcsin \left(\frac{na}{R} \right) - \arcsin \left(\frac{a}{R} \right) = 15^\circ.$$

$$4.1.16. \alpha_{\max} = \frac{\pi}{2} - \arcsin \left(\frac{1}{n} \right) = 45^\circ.$$

$$4.1.17. \gamma = 2\alpha - 2 \arcsin \left(\frac{1}{n} \sin \alpha \right) = 30^\circ.$$

$$4.1.18. n = \frac{\sin \alpha}{\sin \left(\alpha - \frac{\gamma}{2} \right)} = \sqrt{2}.$$

$$4.1.19. V = \frac{\pi a^2 b}{4} \cdot \frac{\sqrt{2n^2 - 1}}{\sqrt{2n^2 - 1} - 1} \approx 35,7 \text{ л.}$$

$$4.1.20. l = D \left| \frac{n_2}{\sqrt{2 - n_2^2}} - \frac{n_1}{\sqrt{2 - n_1^2}} \right| \approx 8,67 \text{ см}$$

$$4.1.21. \sqrt{n^2 - 1} < \sin \alpha < 1, \quad 0,75 < \sin \alpha < 1, \quad 48^\circ 40' < \alpha < 90^\circ.$$

$$4.1.22. \sin \alpha > \sqrt{n^2 - 1} = 0,75.$$

$$4.1.23. n > \sqrt{2}.$$

$$4.1.24. \sin \alpha > \sin \beta \sqrt{n^2 - 1} - \cos \beta, \text{ т.е. } \sin \alpha > 0.$$

$$4.1.25. R = r + \frac{H}{\sqrt{n^2 - 1}} \approx 6,8 \text{ м.}$$

$$4.1.26. \alpha \leq 180^\circ - 2 \arcsin \left(\frac{n_2}{n_1} \right).$$

$$4.1.27. \beta = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{\pi}{2} + \varphi + \arcsin(n \sin \alpha) \right] \approx 80^\circ.$$

$$4.1.28. h = \frac{r}{(R - r)n} \sqrt{H^2 - (n^2 - 1)(R - r)^2} \approx 3,63 \text{ м.}$$

$$4.1.29. \Delta h \approx h \alpha^2 (n - 1) \approx 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ см.}$$

$$4.1.30. \Delta n = \frac{\varphi}{\alpha} = 0,6.$$

$$4.1.31. L = \frac{d}{2\alpha(n - 1)} \approx 50 \text{ см.}$$

$$4.1.32. \alpha > 2 \arcsin \left(\frac{1}{n} \right) = 60^\circ.$$

$$4.1.33. \alpha = \frac{5}{4} \pi - 2 \arcsin \left(\frac{n}{\sqrt{2}} \right).$$

$$4.1.34. \alpha = 90^\circ.$$

Тонкие линзы

$$4.1.35. \beta = \arctg \left(\frac{a}{f} + \operatorname{tg} \alpha \right)$$

$$4.1.36. \beta = \arctg \left(\operatorname{tg} \alpha - \frac{a}{|f|} \right) = \arctg \left(\operatorname{tg} \alpha + \frac{a}{f} \right)$$

$$4.1.37. \beta = \arctg \left(\frac{a}{f} + \left(1 - \frac{l}{f} \right) \operatorname{tg} \alpha \right).$$

$$4.1.38. \beta = \arctg \left(\left(1 + \frac{l}{|f|} \right) \operatorname{tg} \alpha - \frac{a}{|f|} \right) = \arctg \left(\left(1 - \frac{l}{f} \right) \operatorname{tg} \alpha + \frac{a}{f} \right).$$

$$4.1.39. d = \frac{L}{2} - \sqrt{\frac{L^2}{4} - LF} = 0,5 \text{ м.}$$

$$4.1.40. F = \frac{n\Delta l}{n^2 - 1} = \frac{32}{9} \text{ см.}$$

$$4.1.41. F = \sqrt{l_1 l_2} = 0,6 \text{ м.}$$

$$4.1.42. d = \frac{|F|}{2}.$$

$$4.1.43. l = f \frac{(m+1)^2}{m} = 90 \text{ см.}$$

$$4.1.44. f = \frac{lm}{(m+1)^2} = 15 \text{ см.}$$

$$4.1.45. m_{1,2} = \frac{l}{2f} - 1 \pm \sqrt{\left(\frac{l}{2f} \right)^2 - \frac{l}{f}}; m_1 = 3, m_2 = \frac{1}{3}.$$

$$4.1.46. l = \sqrt{l_1 l_2} = 4 \text{ см.}$$

$$4.1.47. n = \frac{d-F}{F} = 4.$$

$$4.1.48. x(t) = f + \frac{f^2}{vt}, y(t) = \frac{af}{vt}.$$

$$4.1.49. x(t) = f + \frac{f^2}{vt \cos \alpha}, y(t) = f \operatorname{tg} \alpha.$$

$$4.1.50. l = F \sqrt{F^2 + d^2} \left(\frac{1}{a-F} - \frac{1}{b-F} \right).$$

$$4.1.51. l = \frac{F^2}{\cos \alpha} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) = F^2 \sqrt{2} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right).$$

$$4.1.52. F = \sqrt{abc \cos \alpha} = 5 \text{ см.}$$

$$4.1.53. d = f \sqrt{k^2 - 1} = f \sqrt{3} \cong 5,2 \text{ см.}$$

$$4.1.54. b = \frac{L}{2} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{4F}{L}} \right) = 56 \text{ см.}$$

$$4.1.55. F = \frac{abc}{(b-a)^2} = 90 \text{ см.}$$

$$4.1.56. |F| = \frac{abc}{(a-b)^2} = 60 \text{ см, линза рассеивающая.}$$

$$4.1.57. F = \frac{abc}{(a+b)^2} \cong 8,9 \text{ см.}$$

$$4.1.58. l = \frac{f}{a \cos \alpha} \sqrt{f^2 + a^2 \sin^2 \alpha} = 10\sqrt{7} \text{ см} \cong 24,6 \text{ см.}$$

$$4.1.59. H = h(M+1) = 5 \text{ мм.}$$

$$4.1.60. H = \frac{hL}{f} = 5 \text{ мм.}$$

$$4.1.61. x = \frac{a\Delta}{f} = 10 \text{ мм.}$$

$$4.1.62. d = D \left(1 + \frac{l\Delta}{f(f-\Delta)} \right) = 10 \text{ см.}$$

$$4.1.63. l > 2f \left(1 + \frac{f}{\Delta} \right) = 60 \text{ см.}$$

$$4.1.64. x = \frac{4F(1 - \cos \alpha)}{2 \cos \alpha - 1} = \frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} F \cong 51,3 \text{ см.}$$

$$4.1.65. f = \frac{|f_1| f_2}{|f_1| - f_2} = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2} = 1,5 \text{ м.}$$

$$4.1.66. f = \frac{(f_1 - L) |f_2|}{|f_2| - f_1 + L} = \frac{(f_1 - L) f_2}{f_1 + f_2 - L}.$$

$$4.1.67. L = 4F.$$

$$4.1.68. b = 2f - a.$$

$$4.1.69. D = \frac{F_2 d}{F_1} = 3 \text{ см.}$$

$$4.1.70. r = \frac{|F_2| R}{F_1} = 0,25 \text{ см.}$$

$$4.1.71. x = L - F = 5 \text{ см.}$$

$$4.1.72. r = R \left(\frac{b}{f} - \frac{b}{a} - 1 \right) = 1 \text{ см.}$$

$$4.1.73. a = \frac{(2b-d)f}{2b-d-2f} = 30 \text{ см.}$$

$$4.1.74. |f| = \frac{2(l_1 + l_2)l_1 l_2}{(l_1 - l_2)^2} = 120 \text{ см.}$$

4.2. Элементы физической оптики

$$4.2.1. h \cong \lambda \frac{L}{l} = 3,6 \text{ мм.}$$

$$4.2.2. d = \frac{\lambda}{\sin \alpha} \approx \frac{\lambda}{\alpha} = 50 \text{ мкм.}$$

$$4.2.3. \varphi \cong \frac{\lambda}{2dn} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ рад.}$$

$$4.2.4. d_{\min} = \frac{\lambda}{2\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \cong 0,2 \text{ мкм.}$$

$$4.2.5. W = \frac{Qhc}{\lambda |e|} \cong 7 \cdot 10^{-12} \text{ Дж.}$$

$$4.2.6. I = \frac{W\lambda |e|}{hc} = 0,5 \text{ мА.}$$

$$4.2.7. N = \frac{\eta}{100\%} \cdot \frac{P\tau\lambda}{hc} \cong 7,1 \cdot 10^{19}.$$

$$4.2.8. Q = \frac{C_0}{|e|} \left(\frac{hc}{\lambda} - A \right) \cong 1,2 \cdot 10^{-11} \text{ Кл.}$$

$$4.2.9. N_{\max} = \frac{4\pi\epsilon_0 hrc}{e^2 \lambda_1 \lambda_2} (\lambda_1 - \lambda_2) \cong 4,3 \cdot 10^6.$$

$$4.2.10. \lambda_{\max} = \frac{hc}{hc/\lambda - |e|U} \cong 5,7 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$$

$$4.2.11. \lambda_{\max} = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 U_1 - \lambda_2 U_2} (U_1 - U_2) \cong 0,65 \text{ мкм.}$$

6. Задачи для повторения

$$6.1. I = \sqrt{\frac{3V\Delta p}{2rt}} = 1 \text{ А.}$$

$$6.2. V = \frac{Wf\tau}{\rho c \Delta t} \left(\frac{1-\eta}{\eta} \right) \cong 8,49 \text{ л.}$$

$$6.3. p = 2nmV^2 = 720 \text{ кПа.}$$

$$6.4. h_2 = h_1 + \left(\frac{Eq}{m} - g \right) \frac{L^2}{2V^2} \cong 9 \text{ мм.}$$

$$6.5. V = h \frac{\mu}{m} \text{ при } 0 \leq t \leq \frac{m}{\mu}; \quad V = 5 \cdot 10^{-5} \text{ м/с при } 0 \leq t \leq 1,5 \cdot 10^4 \text{ с.}$$

$$6.6. W = \frac{k^2 \pi l^4}{16R(\pi+1)^3}.$$

$$6.7. t = 2RC = 20 \text{ с.}$$

$$6.8. C = \frac{1}{L} \left(\frac{\lambda}{2\pi c} \right)^2 \cong 25 \text{ пФ.}$$

$$6.9. \mu = \frac{I^2 R}{c(t_2 - t_1)} = 100 \text{ г/с.}$$

$$6.10. t = \frac{mc(t_k - t_0)}{0,75 I^2 R} \cong 45 \text{ мин.}$$

$$6.11. \Delta Q = 6kh^2 = 24 \text{ Дж.}$$

$$6.12. \Delta t = (t + 273^\circ \text{C}) \cdot \left[\frac{p_0(l+h)}{(p_0 - \rho gh)l} - 1 \right] \approx 51,5^\circ \text{C}.$$

$$6.13. m = \frac{(t_2 + 273^\circ \text{C})}{q(t_1 - t_2)} A \approx 8,2 \text{ кг}.$$

$$6.14. \Delta t = \frac{V^2}{8c} = 0,2^\circ \text{C}.$$

$$6.15. \Delta h = \frac{MVg}{RTk} (p_2 - p_1) = 2,4 \text{ см}.$$

$$6.16. \Delta t = \frac{g}{c} (H + 0,4h) = 0,1^\circ \text{C}.$$

$$6.17. t_1 = (t + 273^\circ \text{C}) \cdot \frac{P}{V\rho g} \cdot \left(1 + \frac{PH}{p_0 V} \right) - 273^\circ \text{C} = 16,8^\circ \text{C}.$$

$$6.18. Q = \frac{C}{2} (E - U)^2 = 0,2 \text{ Дж}.$$

$$6.19. t_1 = \left(1 - \frac{P}{mg} \right) (t + 273^\circ \text{C}) - 273^\circ \text{C} = 7^\circ \text{C}.$$

$$6.20. q = \frac{EC}{2} \cdot \frac{(\epsilon - 1)}{(\epsilon + 1)} = 10^{-4} \text{ Кл}.$$

$$6.21. E = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} \omega^2 l^2 = 0,1 \text{ Дж}.$$

$$6.22. V = \frac{F}{2\mu} = 200 \text{ м/с}.$$

$$6.23. V = \frac{nQ(T_1 - T_2)}{FT_1} = 2 \text{ м/с}.$$

$$6.24. \vec{a} = \vec{g} \left(1 - \frac{h}{x} \right); \quad a = 2 \text{ м/с}^2 \text{ и направлено вверх}.$$

$$6.25. U = El \sin \alpha = 4,5 \text{ В}.$$

$$6.26. M \leq \frac{4}{3} \pi r^3 \frac{p_0 M_{\text{CO}_2}}{RT} \approx 249 \text{ кг}.$$

$$6.27. T = \rho Vg - \left(m + \frac{MpV}{RT} \right) g \approx 0,014 \text{ Н}.$$

$$6.28. p = p_A \left(\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{\rho g L}{p_A}} \right) = 1,1 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

$$6.29. n_0 = \frac{n_1 V_2 - n_2 V_1}{V_2 - V_1} = 100 \text{ капель/с}.$$

$$6.30. \beta = \arctg \left(\frac{1}{k} \tg \alpha \right) = 30^\circ.$$

$$6.31. \omega = \sqrt{\frac{g}{l \cos \alpha} - \frac{q q_2}{4\pi \epsilon_0 m (l \sin \alpha)^3}} \approx 10 \text{ рад/с}.$$

$$6.32. B = E \sqrt{\frac{m}{2E_k}} \approx 3,2 \cdot 10^{-3} \text{ Тл. Магнитное поле направлено к нам}.$$

$$6.33. \Delta h = \frac{2Mah}{Sp_0 + M(g-a)} = 4 \text{ см}.$$

$$6.34. \Delta h = \frac{Mah}{p_0 S + Ma} = 5 \text{ см. Поршень переместится влево}.$$

$$6.35. \beta = \arctg \sqrt{\frac{l(1 - \cos \alpha)}{h - l}} = \arctg \frac{1}{\sqrt{3}} = 30^\circ.$$

$$6.36. \alpha = \frac{\pi}{4} \approx 0,78.$$

$$6.37. \Delta l = \frac{mnV^2 S}{k} = 0,5 \text{ мм}.$$

$$6.38. V = \begin{cases} 2\sqrt{\frac{2}{3} l \left(g - \frac{|q|E}{m} \right)} & \text{при } mg > |q|E, \\ \sqrt{\frac{2}{3} l \left(\frac{|q|E}{m} - g \right)} & \text{при } mg < |q|E, \end{cases} \quad \text{при данных задачи}$$

$$V \approx 2,83 \text{ м/с}.$$

$$6.39. V_0 = \sqrt{2\mu g L \left[\frac{M}{m} \left(\frac{1}{2} - \alpha \right) + 1 - \alpha \right]} = 1 \text{ м/с}.$$