

### Лекция 13.

#### Квантовое электромагнитное поле и его взаимодействие с атомом.

Рассмотренная нами теория взаимодействия квантовой системы с электромагнитным полем позволяет описать широкий круг различных процессов, но является, однако, неудовлетворительной. Действительно, основной результат теории заключался в том, что под действием внешнего электромагнитного поля между стационарными состояниями атомного гамильтониана происходят переходы, вероятность которых определяется выражением (см. Л\_12)

$$w_{fi} = \frac{4\pi^2 |d_{fi}|^2}{3c\hbar^2} I_{\omega} = B_{fi} I_{\omega}.$$

В отсутствие внешнего воздействия ( $I_{\omega} = 0$ ) переходы не происходят. Это выглядит совершенно естественным. Полный гамильтониан системы совпадает с атомным, и общее решение нестационарного уравнения Шредингера имеет вид

$$\psi(\vec{r}, t) = \psi_i(\vec{r}) \exp\left(-\frac{i}{\hbar} E_i t\right),$$

то есть система неограниченно долго будет оставаться в начальном стационарном состоянии. Однако, мы знаем, что даже для изолированного атома время жизни в возбужденном состоянии конечно. Рано или поздно, он испускает квант и переходит в нижележащее состояние. Опыт подсказывает, что у атома, строго говоря, существует единственное стационарное состояние – основное. Процесс испускания кванта света атомом в отсутствие внешнего воздействия называют спонтанным переходом (распадом). Мы должны признать, что существование спонтанных переходов противоречит развитой нами теории и, прежде всего, понятию стационарного состояния.

Что именно принципиально важное не было учтено? Ответ на это вопрос заключается в следующем. Построенная нами в Л\_12 теория взаимодействия атома с полем излучения является полуклассической. А именно, атом мы описывали квантовомеханически, а электромагнитное поле – в рамках классических представлений. Действительно, электромагнитное поле мы описывали функциями  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  и  $\vec{H}(\vec{r}, t)$ , точно также как это делается в классической теории. Нам необходимо построить теперь квантовую теорию электромагнитного поля, а затем рассмотреть задачу о взаимодействии двух подсистем – атома и электромагнитного поля с позиций квантовой механики. При этом старая полуклассическая теория должна оказаться частным случаем новой, когда состояние электромагнитного поля, как квантового объекта, может быть описано в классическом пределе. Естественно, при таком последовательном квантовом подходе можно ожидать появления нового круга эффектов, существование которых не понятно в рамках традиционного полуклассического подхода.

#### Электромагнитное поле, как квантовый объект.

При обсуждении проблемы равновесного электромагнитного излучения в полости (см. Л\_1) мы уже говорили о том, что свободное электромагнитное поле в произвольном объеме может быть представлено в виде совокупности бесконечно большого числа полевых мод – осцилляторов поля. Рассмотрим теперь этот вопрос чуть подробнее. Будем, как и раньше, считать, что электромагнитное поле находится в кубическом объеме с

зеркальными стенками (размер стенки куба  $L$ )<sup>1</sup>. Тогда в кулоновской калибровке потенциала

$$\operatorname{div} \vec{A} = 0 \quad (13.1)$$

напряженности электрического и магнитного полей определяются как

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}, \quad \vec{H} = \operatorname{rot} \vec{A} \quad (13.2)$$

и а сам векторный потенциал удовлетворяет волновому уравнению

$$\nabla^2 \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = 0. \quad (13.3)$$

Будем искать решение этого уравнения в виде разложения по стоячим волнам (полевым модам)<sup>2</sup>

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \sum_{\vec{k}, \lambda} \vec{e}_\lambda a_{k\lambda}(t) \cos(\vec{k}_\lambda \vec{r}), \quad (13.4)$$

где  $\vec{k}$  - волновой вектор стоячей волны,  $\vec{e}_\lambda$  - единичный вектор поляризации. С учетом (13.4) выражения для напряженностей электрического и магнитного полей имеют вид

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{1}{c} \sum_{\vec{k}, \lambda} \vec{e}_\lambda \dot{a}_{k\lambda}(t) \cos(\vec{k}_\lambda \vec{r}), \quad (13.5)$$

$$\vec{H}(\vec{r}, t) = -\sum_{\vec{k}, \lambda} [\vec{k} \times \vec{e}_\lambda] a_{k\lambda}(t) \sin(\vec{k}_\lambda \vec{r}). \quad (13.6)$$

Подставляя разложение (13.4) в уравнение (13.3), получим, что  $a_{k\lambda}(t)$ , удовлетворяют уравнению гармонического осциллятора.

$$\frac{d^2 a_{k\lambda}}{dt^2} + \omega_k^2 a_{k\lambda} = 0, \quad (13.7)$$

причем  $\omega_k = kc$ . Аналогичное уравнение нетрудно получить и для величины  $\varepsilon_{k\lambda} = -\dot{a}_{k\lambda}/c$ , определяющей напряженность электрического поля в моде с волновым вектором  $\vec{k}$  и состоянием поляризации  $\lambda$ :

$$\frac{d^2 \varepsilon_{k\lambda}}{dt^2} + \omega_k^2 \varepsilon_{k\lambda} = 0. \quad (13.8)$$

Вычисление энергии электромагнитного поля в объеме  $L^3$  дает

$$H = \int \frac{E^2 + H^2}{8\pi} dV = \frac{L^3}{8\pi c^2} \sum_{\vec{k}, \lambda} \frac{\varepsilon_{k\lambda}^2 + \omega_k^2 a_{k\lambda}^2}{2}. \quad (13.9)$$

Здесь мы учли, что

$$\int \cos^2(\vec{k}_\lambda \vec{r}) dV = \int \sin^2(\vec{k}_\lambda \vec{r}) dV = 1/2, \quad \int \cos(\vec{k}_\lambda \vec{r}) \cos(\vec{k}'_\lambda \vec{r}) dV = 0.$$

Таким образом, выражение (13.9) показывает, что функция Гамильтона свободно-го электромагнитного поля представим в виде суммы гамильтонианов гармонических осцилляторов, каждый из которых соответствует определенной полевой моде. Поэтому про разложение (13.4) часто говорят как о разложении поля на осцилляторы. Число по-

<sup>1</sup> При изучении электромагнитных явлений в свободном пространстве размер куба может быть выбран достаточно большим, так чтобы на временах рассмотрения конкретного процесса волновое возмущение, распространяясь в пространстве со скоростью света, не достигало границ нашего объема.

<sup>2</sup> Вместо разложения по стоячим волнам часто используют эквивалентное ему разложение по бегущим волнам.

левых мод в (13.4), (13.9) бесконечно велико. В этом смысле об электромагнитном поле говорят, как о системе с бесконечно большим числом степеней свободы.

В дальнейшем для определенности выберем какую-либо одну степень свободы с волновым вектором  $\vec{k}$  и заданным состоянием поляризации. Запишем функцию Гамильтона для этой моды в виде

$$H = \frac{L^3}{8\pi c^2} \frac{\varepsilon^2 + \omega^2 a^2}{2}, \quad (13.10)$$

где  $a(t)$  и  $\varepsilon(t)$  определяют значения векторного потенциала и напряженности электрического поля в выбранной полевой моде<sup>3</sup>. Сравнивая выражение (13.10) с выражением для функции Гамильтона «обычного» гармонического осциллятора

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2 x^2}{2}, \quad (13.11)$$

замечаем, что векторный потенциал  $a$  фактически играет роль «координаты» полевого осциллятора, а электрическое поле  $\varepsilon$  – «импульса». Сходство выражений (13.10) и (13.11) можно сделать еще более полным, если перейти к безразмерным переменным. Введем безразмерные координату и импульс в соответствии с соотношениями

$$\tilde{x} = x/x_0, \quad \tilde{p} = p/p_0,$$

где  $x^* = \sqrt{\hbar/m\omega}$ ,  $p^* = \sqrt{\hbar m\omega}$ . Тогда в безразмерных переменных функция Гамильтона (13.11) переписывается в виде

$$H = \hbar\omega \frac{\tilde{p}^2 + \tilde{x}^2}{2}. \quad (13.12)$$

Аналогично, обезразмеривая векторный потенциал  $\tilde{a} = a/a^*$  и напряженность электрического поля  $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon/\varepsilon^*$  на величины<sup>4</sup>

$$\varepsilon_0 = \sqrt{\frac{4\pi\hbar\omega}{L^3}}, \quad \omega a_0/c = \sqrt{\frac{4\pi\hbar\omega}{L^3}}, \quad (13.13)$$

получим

$$H = \hbar\omega \frac{\tilde{\varepsilon}^2 + \tilde{a}^2}{2}. \quad (13.14)$$

Заметим, что в силу симметрии функции Гамильтона относительно замены импульса на координату и наоборот, мы можем считать, что в выражении (13.14) электрическое поле имеет смысл координаты, а векторный потенциал – импульса.

Переход от классической теории к квантовой осуществляется заменой соответствующих величин операторами. Поэтому, аналогично тому, как нами были введены операторы импульса и координаты

$$\tilde{x} \rightarrow \hat{x}, \quad \tilde{p} \rightarrow \hat{p} = -i\partial/\partial\tilde{x},$$

мы можем ввести полевые операторы  $\hat{\varepsilon}$  и  $\hat{a}$ :

$$\tilde{\varepsilon} \rightarrow \hat{\varepsilon}, \quad \tilde{a} \rightarrow \hat{a} = -i\partial/\partial\tilde{\varepsilon}.$$

Тогда с учетом (13.14)

$$H \rightarrow \hat{H}_{field} = \hbar\omega \frac{\hat{\varepsilon}^2 + \hat{a}^2}{2} = \frac{\hbar\omega}{2} \left( -\frac{\partial^2}{\partial\tilde{\varepsilon}^2} + \tilde{\varepsilon}^2 \right) \quad (13.15)$$

<sup>3</sup> Эти величины в квантовой оптике иногда называют квадратурными компонентами электрического поля волны.

<sup>4</sup> Величины  $\varepsilon^*$  и  $a^*$  мы выбираем, учитывая, что минимальная энергия осциллятора равна  $\hbar\omega/2$ .

- гамильтониан свободного электромагнитного поля<sup>5</sup>. Построенные операторы действуют в пространстве функций с интегрируемым квадратом  $\phi(\varepsilon, t)$ , причем физический смысл волновой функции, описывающей квантовое состояние полевой моды, заключается в следующем: величина  $|\phi(\varepsilon, t)|^2$  есть плотность вероятности измерить значение напряженности электрического поля равным  $\varepsilon$  в момент времени  $t$ .

Дальнейшее построение квантовой теории электромагнитного поля осуществляется просто. Все ранее сказанное про гармонический осциллятор (см. Л\_6) мы должны отнести теперь к полевой моде. В частности имеем стационарное уравнение Шредингера для определения стационарных<sup>6</sup> состояний моды электромагнитного поля

$$\hat{H}_{field} \phi_k(\varepsilon) = E_k^{(f)} \phi_k(\varepsilon).$$

Таким образом, отдельная мода поля характеризуется набором стационарных состояний с энергиями

$$E_k^{(f)} = \hbar\omega(k + 1/2),$$

где  $k$  имеет смысл числа квантов поля (фотонов) в стационарном состоянии  $|k\rangle = \phi_k(\varepsilon)$ .

В частности, имеем основное состояние поля, электромагнитный вакуум, как состояние с нулевым числом квантов  $k = 0$ . Распределение плотности вероятности получить при измерении значение напряженности  $\varepsilon$  в этом состоянии есть

$$|\phi_0(\varepsilon)|^2 = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-\varepsilon^2), \quad (13.16)$$

В этом состоянии энергия поля равна энергии нулевых колебаний  $\hbar\omega/2$  и отлична от нуля. Мы уже отмечали, что полевых мод бесконечно много. Поэтому даже если все полевые моды находятся в основном (вакуумном) состоянии, то полная энергия поля (электромагнитного вакуума)

$$E^{vac} = \sum \hbar\omega/2 \quad (13.17)$$

оказывается неограниченно велика. Для нас это обстоятельство является несущественным, поскольку в дальнейшем мы будем вычислять изменение энергии поля при переходе из одного состояния в другое. Фактически бесконечное значение (13.17) мы будем использовать в качестве уровня отсчета энергии<sup>7</sup>.

Распределение плотности вероятности в произвольном стационарном состоянии полевой моды  $|k\rangle$  записывается в виде

$$|\phi_k(\varepsilon)|^2 = \frac{1}{2^k k! \sqrt{\pi}} H_k^2(\varepsilon) \exp(-\varepsilon^2). \quad (13.18)$$

Здесь  $H_k$  - полином Эрмита.

Отметим, что электромагнитное поле в любом стационарном состоянии представляет собой чисто квантовый объект. Хотя энергия поля в стационарном состоянии может быть весьма велика, среднее по квантовому состоянию значение напряженности  $\varepsilon$  оказывается равным нулю

$$\langle \varepsilon \rangle_k = \int \varepsilon |\phi_k(\varepsilon)|^2 d\varepsilon = 0,$$

<sup>5</sup> В дальнейшем для сокращения записи для обозначения безразмерных переменных поля мы будем использовать символы  $\varepsilon$  и  $a$ .

<sup>6</sup> В квантовой оптике эти состояния обычно называют фоковскими по имени В.А.Фока, впервые введшего их в рассмотрение.

<sup>7</sup> Проблема на самом деле существует, если вспомнить о теории гравитации.

а значит равно нулю и среднее значение силы, действующей на электрический заряд. Поэтому классическое электромагнитное поле с точки зрения квантовой теории это нестационарное состояние полевой моды с большим, но точно не определенным числом фотонов<sup>8</sup>.

Остановимся на еще одном важном свойстве электромагнитного поля. Мы знаем, что операторы импульса и координаты не коммутируют между собой<sup>9</sup>:

$$[\hat{x}, \hat{p}] = i.$$

Поэтому нельзя найти такие состояния, в которых обе эти величины имеют точно определенные значения. Поскольку в квантовой теории электромагнитного поля операторы  $\hat{\epsilon}$  и  $\hat{a}$  эквивалентны операторам  $\hat{x}$ ,  $\hat{p}$ , то

$$[\hat{a}, \hat{\epsilon}] = i.$$

Учитывая, что напряженность магнитного поля в выбранной нами моде  $h \sim a$ , то мы приходим к выводу, что в квантовой теории одновременно точно определить значения напряженностей электрического и магнитного полей невозможно. При этом, конечно, речь идет об измерении напряженностей полей в одной и той же полевой моде.

Для дальнейшего наиболее важно еще раз подчеркнуть следующее. Электромагнитное поле, как квантовый объект, существует всегда. Основным состоянием электромагнитного поля является вакуумное состояние. Это такое состояние, когда во всех полевых модах отсутствуют фотоны. А значит, невозможно исключить взаимодействие атомной системы с всегда окружающим ее внешним электромагнитным полем. Это утверждение справедливо и в том случае, если это поле находится в основном (вакуумном) состоянии. Исключить взаимодействие атома с окружающим его электромагнитным вакуумом принципиально невозможно<sup>10</sup>. Как мы увидим в дальнейшем, именно взаимодействие атомной системы с электромагнитным вакуумом ведет к появлению спонтанных переходов и ряду других эффектов, из которых мы обсудим лишь так называемый лэмбовский сдвиг атомных уровней.

#### Взаимодействие атомной системы с квантовым электромагнитным полем.

##### Спонтанные переходы.

Наша задача теперь построить последовательную квантовую теорию взаимодействия атома с полем излучения. При этом, в отличие от рассмотренного ранее полуклассического подхода, и атом и электромагнитное поле будут рассматриваться как квантовые объекты. Общий подход к решению проблемы заключается в следующем. Мы имеем две подсистемы, атом и электромагнитное поле, взаимодействующие между собой. Атомная подсистема описывается гамильтонианом  $\hat{H}_0$  (например, это гамильтониан водородного атома), гамильтониан полевой подсистемы есть

<sup>8</sup> Более строго: классическое электромагнитное поле – это когерентное состояние полевой моды с большим средним числом квантов. Подробнее см., например, М.О.Скалли, М.С.Зубайри «Квантовая оптика», глава 2, М.: Физматлит, (2003),

<sup>9</sup> Мы здесь используем безразмерные единицы.

<sup>10</sup> Повлиять на взаимодействие с электромагнитным вакуумом тем не менее можно. Структура полевых мод зависит от размера и конкретной геометрии той области, в которой электромагнитное поле существует. Выбирая размер полости с зеркальными стенками достаточно малым, а также меняя геометрию этой полости, мы можем существенно перестраивать спектр полевых мод и, тем самым, интенсивность взаимодействия атома, находящегося в полости, с окружающим его электромагнитным вакуумом. Задачи такого рода являются предметом исследования квантовой электродинамики в полости, области науки, интенсивно развивающейся в последние годы.

$$\hat{H}_{field} = \sum \hbar \omega \frac{\hat{\varepsilon}^2 + \hat{a}^2}{2},$$

где сумма берется по всем полевым модам. Будем по-прежнему считать, что знаем набор собственных функций и собственных значений атомного гамильтониана

$$\hat{H}_0 \psi_n = E_n^{(a)} \psi_n.$$

Здесь верхний индекс « $a$ » указывает на принадлежность собственного значения  $E_n^{(a)}$  к спектру атомного гамильтониана. Стационарные состояния полевого гамильтониана также известны. Это есть набор осцилляторных функций  $\{\phi_k\}$  и соответствующих им собственных значений  $\{E_k^{(f)}\}$ . Как мы уже отмечали, набор чисел  $\{E_k^{(f)}\}$  можно интерпретировать как число фотонов в различных модах электромагнитного поля. Что касается взаимодействия атома с электромагнитным полем, то в рамках классической теории в дипольном приближении мы можем записать

$$W = -(\vec{d} \vec{E}).$$

Здесь электрическое поле определяется выражением (13.5), причем электрическое поле волны можно считать пространственно однородным

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \sum_{k,\lambda} \vec{e}_\lambda \dot{a}_{k\lambda} = \sum_{k,\lambda} \vec{e}_\lambda \varepsilon_{k\lambda}.$$

Переход к квантовой теории означает замену соответствующих величин на операторы. Поэтому

$$\hat{W} = -\sum_{k\lambda} (\hat{d} \vec{e}_\lambda) \hat{\varepsilon}_{k\lambda}, \quad (13.19)$$

где  $\hat{d}$  - оператор дипольного момента атомной системы, а  $\{\hat{\varepsilon}_{k\lambda}\}$  - совокупность операторов электрического поля в различных полевых модах.

Полный гамильтониан системы «атом + электромагнитное поле» есть

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{field} + \hat{W}. \quad (13.20)$$

Принципиально важным моментом является следующий. Полный гамильтониан зависит от совокупности атомных и полевых координат и не может быть представлен в виде суммы гамильтонианов атома и электромагнитного поля. А, следовательно, невозможно ввести и атомные и полевые волновые функции стационарных состояний. Такие функции могут быть введены лишь приближенно, если в (13.20) пренебречь взаимодействием атомной и полевой подсистем. Действительно, в этом случае полная волновая функция системы «атом + электромагнитное поле»  $\Psi(\vec{r}, \{\varepsilon_{k\lambda}\})$  факторизуется на произведение атомной и полевых волновых функций

$$\Psi(\vec{r}, \{\varepsilon_{k\lambda}\}) = \psi_n(\vec{r}) \prod \phi_k(\varepsilon_{k\lambda}). \quad (13.21)$$

Здесь знак  $\prod$  означает произведение, которое берется по волновым функциям всех полевых мод. Взаимодействие атома с окружающим его электромагнитным полем будем учитывать по теории возмущений<sup>11</sup>. Тогда раскладывая полную волновую функцию системы «атом + электромагнитное поле» по базису функций (13.21), в рамках нестационарной теории возмущений мы получим, что оператор взаимодействия  $\hat{W}$  вызывает пе-

<sup>11</sup> Возможность использования теории возмущений при описании взаимодействия атома с внешним электромагнитным полем, в конечном счете, обусловлена тем, что постоянная тонкой структуры  $\alpha \ll 1$ . Этот вопрос мы уже обсуждали в Л\_3.

переходы между различными состояниями (13.21). Считая, что в начальный момент атом и поле находились в некотором  $i$ -том стационарном состоянии, мы можем записать выражение для амплитуды вероятности перехода из начального состояния  $|i\rangle$  в конечное состояние  $|f\rangle$ :

$$C_{fi} \sim \langle \psi_f | \hat{d} | \psi_i \rangle \sum_{k\lambda} \vec{e}_\lambda \langle \prod \phi_f | \hat{\epsilon}_{k\lambda} | \prod \phi_i \rangle. \quad (13.22)$$

При записи (13.22) мы учли, что операторы  $\hat{d}$  и  $\hat{\epsilon}_{k\lambda}$  действуют соответственно в пространстве атомных и полевых волновых функций. Как видно, амплитуда вероятности перехода оказалась пропорциональна матричному элементу дипольного оператора, связывающего волновые функции начального и конечного атомных состояний. То есть мы имеем тот же результат, который ранее был получен в рамках полуклассической теории (см. Л\_12). Поэтому, также как и в полуклассической теории, переход оказывается разрешенным, если  $\vec{d}_{fi} \neq 0$ . В противном случае переход в дипольном приближении запрещен.

Проанализируем теперь полевую часть матричного элемента (13.22). Вследствие условия ортогональности состояний моды с различным числом фотонов, и, учитывая правила отбора для гармонического осциллятора (см. Л\_12), замечаем, что матричный элемент (13.22) будет отличен от нуля, только если в одной из полевых мод число фотонов в конечном состоянии будет на единицу отличаться от числа фотонов в начальном состоянии. Соответственно эти переходы трактуются как переходы с излучением или испусканием кванта электромагнитного поля. В частности, если начальное состояние поля было вакуумным, то в конечном состоянии одна из полевых мод находится в возбужденном (однофотонном) состоянии. Именно такой случай соответствует процессу спонтанного излучения.

Определим теперь вероятность спонтанного перехода в атоме. Рассмотрим для этого излучение фотона в конкретную полевую моду. Тогда, если в начальный момент число фотонов в моде было равно  $n_\omega$ , для вероятности перехода в состояние с  $n_\omega + 1$  фотонов имеем

$$P_{fi} = |C_{fi}|^2 \sim |d_{fi}|^2 (n_\omega + 1). \quad (13.23)$$

При выводе (13.23) мы использовали полученное в Л\_12 выражение для матричных элементов оператора координаты для гармонического осциллятора (12.31). Случай  $n_\omega = 0$  соответствует спонтанному переходу. Если в начальном состоянии уже было  $n_\omega$  фотонов, то вероятность перехода оказывается в  $n_\omega + 1$  раз больше. При этом вероятность такого перехода можно представить состоящей из двух слагаемых, описывающих спонтанный и вынужденный переход:

$$P_{fi} = P_{fi}^{stimulated} + P_{fi}^{spont},$$

причем

$$\frac{P_{fi}^{stimulated}}{P_{fi}^{spont}} = n_\omega. \quad (13.24)$$

Для вероятности вынужденного перехода в рамках полуклассической теории мы получили выражение

$$P_{fi}^{stimulated} = B_{fi} I_\omega.$$

Поэтому, вводя коэффициент Эйнштейна спонтанного перехода  $A_{fi} = P_{fi}^{spont}$ , перепишем (13.24) в виде

$$\frac{B_{fi} I_{\omega}}{A_{fi}} = n_{\omega}. \quad (13.25)$$

Таким образом, для установления связи между коэффициентами Эйнштейна спонтанного и вынужденного переходов нам необходимо связать число фотонов в моде с частотой  $\omega$  со спектральным значением интенсивности излучения на частоте перехода. Учитывая, выражение для числа полевых мод в единице объема в интервале частот от  $\omega$  до  $\omega + d\omega$  (см. Л\_1, формула (1.10))

$$dn_{d\omega} = \frac{\omega^2 d\omega}{\pi^2 c^3},$$

получим выражение для спектральной плотности энергии поля

$$\rho_{\omega} d\omega = \hbar \omega \cdot n_{\omega} \cdot \frac{\omega^2 d\omega}{\pi^2 c^3},$$

откуда с учетом  $I_{\omega} = c \rho_{\omega}$ , найдем

$$I_{\omega} = \frac{\hbar \omega^3}{\pi^2 c^2} n_{\omega}.$$

Поэтому из (13.25) имеем:

$$A_{fi} = B_{fi} \frac{I_{\omega}}{n_{\omega}} = \frac{\hbar \omega^3}{\pi^2 c^2} B_{fi} = \frac{4\omega^3}{3\hbar c^3} |d_{fi}|^2. \quad (13.26)$$

Величина  $\tau = A_{fi}^{-1}$  представляет собой время жизни относительно спонтанного перехода с уровня  $|i\rangle$  на уровень  $|f\rangle$ . Оценим характерную величину коэффициента Эйнштейна спонтанного перехода в оптическом диапазоне частот. Считая, что  $d_{fi} \sim e a_0$  ( $a_0$  - борковский радиус), из (13.26) получим

$$A \sim \frac{\omega^3}{\hbar c^3} e^2 a_0^2 \sim \left( \frac{2\pi a_0}{\lambda} \right)^3 \frac{1}{\hbar} \frac{e^2}{a_0} \sim \left( \frac{2\pi a_0}{\lambda} \right)^3 \omega_{at} \ll \omega_{at}. \quad (13.27)$$

Здесь  $\lambda$  - длина волны перехода,  $\omega_{at} = Ry/\hbar \sim e^2/(a_0 \hbar)$  - атомная частота (характерная частота обращения электрона вокруг атома). Полагая что  $\omega \sim \omega_{at}$ , выражение (13.27) можно переписать также в виде  $A \sim \alpha^3 \omega_{at}$ , где  $\alpha$  - постоянная тонкой структуры. Мы приходим к выводу, что электрон успевает совершить много (порядка  $10^6 - 10^7$ ) оборотов вокруг атома, прежде чем испустит квант света. Численная оценка для  $\hbar \omega \approx 10$  эВ ( $L_{\alpha}$  - линия в спектре атома водорода) дает  $A \sim 10^{10} \text{ с}^{-1}$ , или для времени жизни уровня  $\tau \sim 10^{-10} \text{ с}$ . Отметим, что оценка времени падения электрона на ядро, выполненная в Л\_3 в рамках классической электродинамики (см. выражение (3.21)), дала точно такой же результат. Полученное совпадение не является случайным. Действительно, если в выражении (3.21) положить  $E_0 \approx Ry \sim \alpha^2 m c^2$ , и учесть что  $r_e = \alpha^2 a_0$ , то в рамках классического подхода получим,

$$\tau \sim (\alpha^3 \omega_{at})^{-1},$$

что совпадает с (13.27). Таким образом, на качественном уровне результаты, полученные в рамках квантовомеханического и классического подходов, совпадают. Однако, физи-



ческое содержание этих результатов существенно различно. Классическая теория оказывается неспособной объяснить устойчивое существование электронной оболочки атома.

Как видно из (13.26), скорость распада пропорциональна кубу частоты перехода. Этот результат также имеет естественное классическое истолкование. Действительно, в соответствии с классической электродинамикой энергия, излучаемая в единицу времени осциллирующей частицей, пропорциональна четвертой степени частоты  $\dot{W} \sim \omega^4$ . С другой стороны, в рамках квантовомеханического подхода имеем  $\dot{W} \sim \hbar\omega \cdot A$ , где  $A$  - вероятность испускания кванта  $\hbar\omega$ . Сопоставляя эти выражения, имеем  $A \sim \omega^3$ , что соответствует (13.26).

На основании полученных результатов, в частности, можно сделать вывод, что в рентгеновском диапазоне частот времена жизни состояний малы по сравнению с оптическим диапазоном. Наоборот, в радиочастотном диапазоне они оказываются очень велики. Например, для  $\lambda \sim 1$  см из (13.26) имеем  $\tau \sim 10^8$  с (несколько лет!). Это означает, что спонтанными переходами в различных радиофизических приложениях теории практически всегда можно пренебречь.

Отметим, что полученное выражение для времени жизни возбужденного состояния относительно спонтанного распада (13.26) может быть с успехом использовано и в ядерной физике для оценки времени жизни возбужденных ядерных состояний относительно процесса  $\gamma$  - излучения. Например, оценивая величину ядерного дипольного момента как  $d \sim eR_N$  ( $R_N \sim 10^{-13} - 10^{-12}$  см - размер атомного ядра) для длины волны  $\gamma$  - кванта  $\lambda_\gamma \sim 10^{-10}$  см ( $\hbar\omega_\gamma \sim 1$  МэВ) из (13.26) получим  $\tau \sim A^{-1} \sim 10^{-14} - 10^{-16}$  с. Отметим, что именно быстрые спонтанные распады в рентгеновском и  $\gamma$  диапазонах являются главным препятствием на пути создания источников когерентного индуцированного излучения в этих диапазонах частот.

До сих пор мы говорили лишь о разрешенных переходах. Что касается запрещенных переходов, то их вероятности, как правило, на четыре - пять порядков меньше.

В историческом плане необходимость введения в квантовую теорию спонтанных переходов была понята Эйнштейном в 1917 году исходя из термодинамических соображений. Действительно, рассмотрим двухуровневую систему, находящуюся в состоянии термодинамического равновесия (см. рис.13.1). Населенности состояний  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$  есть

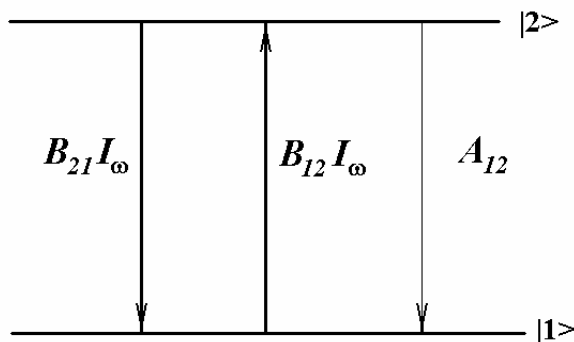


Рис. 13.1. К обсуждению связи между коэффициентами Эйнштейна спонтанного и вынужденного переходов.

соответственно  $N_1$  и  $N_2$ . Под действием поля излучения в системе идут переходы между уровнями. В состоянии равновесия населенности  $N_1$  и  $N_2$  не зависят от времени. Поэтому мы можем записать

$$N_1 B_{21} I_{\omega} = N_2 B_{12} I_{\omega} + N_2 A_{12}. \quad (13.28)$$

Из выражения (13.28) видно, что помимо вынужденных переходов в системе должны быть и спонтанные. Поскольку  $B_{21} = B_{12}$ , то в отсутствие спонтанных переходов мы бы

получили, что  $N_2 = N_1$ . С другой стороны, в состоянии термодинамического равновесия

$$N_2/N_1 = \exp\left(-\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right), \quad (13.29)$$

где  $\hbar\omega$  - энергия перехода между состояниями,  $T$  - температура. Подставляя (13.29) в (13.28), получим связь между коэффициентами Эйнштейна спонтанного и вынужденного переходов

$$A_{12} = B_{12} I_{\omega} (\exp(\hbar\omega/k_B T) - 1). \quad (13.30)$$

Поскольку  $I_{\omega} = c\rho_{\omega}$ , а в состоянии термодинамического равновесия спектральная плотность излучения  $\rho_{\omega}$  определяется формулой Планка

$$\rho_{\omega} = \frac{1}{\pi^2 c^3} \frac{\hbar\omega^3}{\exp(\hbar\omega/k_B T) - 1},$$

то из (13.30) получим

$$A_{12} = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^2} B_{12},$$

что совпадает с (13.26). Ранее мы получили это соотношение исходя из квантовомеханических соображений. Поэтому, используя (13.26) и (13.30) мы можем строго получить выражение для распределения энергии по спектру равновесного излучения, то есть формулу Планка. Отметим, что иногда формулу Планка удобно записывать для числа фотонов в полевой моде с частотой  $\omega$ . Используя связь спектральной интенсивности излучения  $I_{\omega}$  с числом фотонов в моде излучения  $n_{\omega}$ , легко получить<sup>12</sup>

$$n_{\omega} = \frac{1}{\exp(\hbar\omega/k_B T) - 1}. \quad (13.31)$$

Средняя энергия одной полевой моды оказывается равна

$$\langle E_{\omega} \rangle = \hbar\omega n_{\omega} = \frac{\hbar\omega}{\exp(\hbar\omega/k_B T) - 1}, \quad (13.32)$$

что соответствует выражениям (1.19), (1.20) в Л\_1.

#### Уширение спектральных линий.

Остановимся на еще одной важной стороне полученных нами результатов. Мы видели, что взаимодействие атомной системы с электромагнитным вакуумом (нулевыми колебаниями электромагнитного поля) привело к появлению спонтанных переходов. Время жизни атома в возбужденном состоянии оказывается конечным и определяется коэффициентом Эйнштейна спонтанного перехода

$$\tau = A_{fi}^{-1}.$$

В случае, если атом может перейти из начального состояния  $|i\rangle$  в целый набор нижележащих конечных состояний, то для времени жизни  $i$ -го состояния следует записать

$$\tau = \frac{1}{\sum_f A_{fi}}, \quad (13.33)$$

где сумма берется по всем конечным состояниям, в которые возможен переход.

Вспомним про соотношение неопределенностей «энергия – время»  $\Delta E \cdot \tau \sim \hbar$ . Если система живет конечное время, то ее энергия точно не определена. Возбужденные атомные состояния не могут иметь точно определенного значения энергии, атомные уровни оказываются «размытыми», имеющими конечную ширину. Для ширины атомного состояния, очевидно, имеем

<sup>12</sup> Полученное выражение представляет собой распределение Бозе – Эйнштейна по энергетическим состояниям для фотонного газа.

$$\Delta E \sim \hbar/\tau. \quad (13.34)$$

Часто для ширины уровня вводят и другую величину  $\gamma = \Delta E/\hbar$ . Тогда последнее соотношение можно переписать в виде

$$\gamma = 1/\tau = \sum_f \gamma_f = \sum_f A_{fi},$$

где  $\gamma_f$  - парциальная ширина уровня, связанная с переходом  $|i\rangle \rightarrow |f\rangle$ .

Поскольку атомные уровни уширены, то энергия кванта, испускаемого при переходе между парой состояний, также не имеет точно определенного значения. Испускаемая спектральная линия имеет конечную ширину. Эту ширину, обусловленную спонтанными переходами, принято называть естественной шириной линии. Если переход происходит в основное атомное состояние<sup>13</sup>, ширина атомной линии определяется шириной верхнего энергетического уровня. Если же оба состояния  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$ , между которыми происходит переход, имеют конечные ширины, то можно показать, что ширина спектральной линии есть сумма ширин состояний (см. рис.13.2), т.е.

$$\gamma = \gamma_1 + \gamma_2.$$

Оценим характерное значение естественной ширины атомных уровней. Поскольку для разрешенных переходов в оптическом диапазоне частот  $\tau \sim 10^{-8} - 10^{-10}$  с, то  $\Delta E \sim \hbar/\tau \sim 10^{-5} - 10^{-7}$  эВ. Эта величина на много порядков меньше энергии атомного перехода, поэтому атомная линия является узкой, а степень монохроматичности излучения весьма высока. Такие распадающиеся во времени состояния в квантовой теории называют квазистационарными. Их можно охарактеризовать комплексным значением энергии  $E - i\hbar\gamma/2$  и записать волновую функцию в виде

$$\psi(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r}) \exp\left(-\frac{i}{\hbar}(E - i\hbar\gamma/2)t\right) \sim \exp\left(-\frac{i}{\hbar}Et\right) \exp(-\gamma t/2).$$

Тогда  $|\psi(\vec{r}, t)|^2 \sim \exp(-\gamma t)$ , что и описывает распад состояния на временах порядка  $1/\gamma$ .

Помимо естественного уширения существуют и другие механизмы уширения атомных линий. В газовых средах наиболее важными являются доплеровский и столкновительный механизмы уширения<sup>14</sup>, которые, как правило, приводят к значительно большей ширине линий по сравнению с естественной. Поэтому в экспериментах наблюдать естественную ширину атомной линии достаточно трудно.

Понять происхождение естественного уширения линии можно и в рамках классической электродинамики. Действительно, рассматривая атом, как классический осциллятор с затуханием (см. Л\_3), мы получили уравнение движения атомного электрона в виде

$$\ddot{\vec{r}} + \gamma \dot{\vec{r}} + \omega_0^2 \vec{r} = 0, \quad (13.35)$$

где  $\gamma = 2e^2\omega_0^2/3mc^3$  - классическая постоянная затухания. Приближенное решение уравнения этого уравнения в случае  $\gamma \ll \omega_0$  записывается в виде

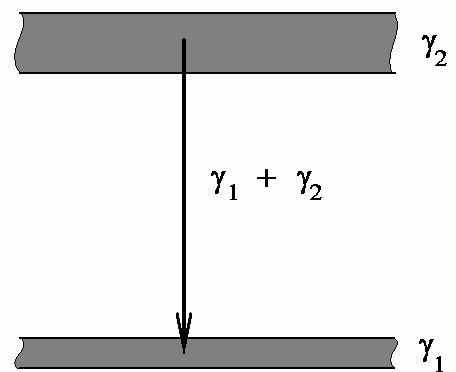


Рис.13.2. Ширина спектральной линии.

<sup>13</sup> Это состояние имеет точно определенное значение энергии.

<sup>14</sup> Более подробно об этих механизмах можно прочитать, например, в монографии С.А.Ахманов, С.Ю.Никитин «Физическая оптика», М.: МГУ, (1988), часть II, лекция 6.

$$\vec{r}(t) \cong \vec{r}_0 \exp(-\gamma t/2) \cos \omega_0 t. \quad (13.36)$$

Спектральный состав излучения определяется фурье-компонетной ускорения электрона:

$$I_\omega \sim |\vec{a}_\omega|^2, \quad (13.37)$$

где

$$\vec{a}_\omega = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int \ddot{\vec{r}}(t) \exp(-i\omega t) dt \cong \frac{-\omega_0^2}{\sqrt{2\pi}} \int \vec{r}(t) \exp(-i\omega t) dt,$$

из (13.37) получим

$$I_\omega = I_0 \frac{\gamma/2\pi}{(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2/4}, \quad (13.38)$$

где  $I_0 = \int I_\omega d\omega$  полная интенсивность излучения осциллятора. Выражение (13.38) представляет собой так называемую лоренцеву форму линии. Можно показать, что аналогичное выражение для формы линии, описывающей естественное уширение, получается и в квантовой электродинамике, причем ширина  $\gamma$  определяется коэффициентами Эйнштейна спонтанного распада.

#### Лэмбовский сдвиг атомных уровней.

Рассмотрим еще один эффект, обусловленный взаимодействием электромагнитного вакуума с атомной подсистемой - так называемый лэмбовский сдвиг. При обсуждении тонкой структуры спектра атома водорода (см. Л\_9) мы видели, что в соответствии с теорией Дирака для одного и того же значения главного квантового числа уровни с различным значением  $\ell$ , но одинаковым значением полного механического момента  $j$ , например,  $2s_{1/2}$  и  $2p_{1/2}$ , являются вырожденными. Оказывается, взаимодействия атомного электрона с вакуумным электромагнитным полем снимает это вырождение. Уровень  $2s_{1/2}$  смещается вверх относительно своего положения, предсказываемого формулой Дирака, в то время как положение уровня  $2p_{1/2}$  практически не изменяется (см. рис.13.3). Экспериментально лэмбовский сдвиг атомных уровней был впервые обнаружен в 1947 году в опытах Лэмба<sup>15</sup> и Ризерфорда. Мы сначала коротко обсудим основные идеи опыта Лэмба – Ризерфорда, а затем на качественном уровне проведем анализ явления. Схема экспериментальной установки по наблюдению лэмбовского сдвига приведена на рис.13.4. Нейтральные невозбужденные атомы водорода вылетают из печки (П) и подвергаются действию пучка электронов, в котором электронным ударом происходит возбуждение атомных состояний  $2s_{1/2}$  и  $2p_{1/2,3/2}$ . Атомы водорода  $H(2p_{1/2,3/2})$  в результате радиационного перехода быстро переходят в основное состояние  $1s_{1/2}$ . Состояние  $2s_{1/2}$  является долгоживущим

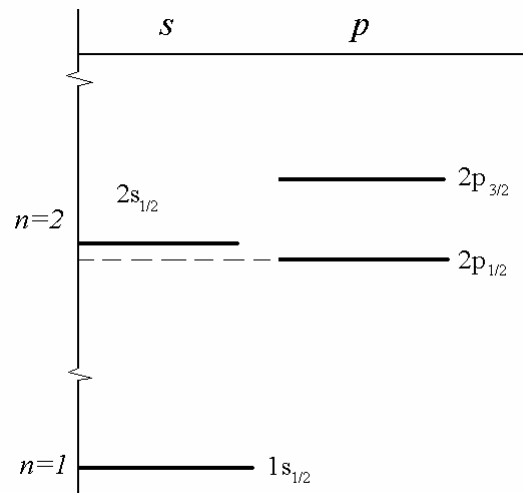


Рис.13.3. Лэмбовский сдвиг атомных уровней.

<sup>15</sup> W.Lamb (p.1913)- американский физик, Нобелевская премия (1955) «За работы по аномальному магнитному моменту электрона»

(метастабильным) поскольку переход  $2s_{1/2} \rightarrow 1s_{1/2}$  в дипольном приближении запрещен. В результате атомы  $H(2s_{1/2})$  долетают до детектора (Д) и отдают электронам детектора свою энергию возбуждения ( $\approx 10.2$  эВ). Получившие энергию электроны покидают детектор, и включенный в цепь гальванометр (Г) начинает показывать электрический ток. Величина электрического тока в цепи детектора оказывается пропорциональной пере-

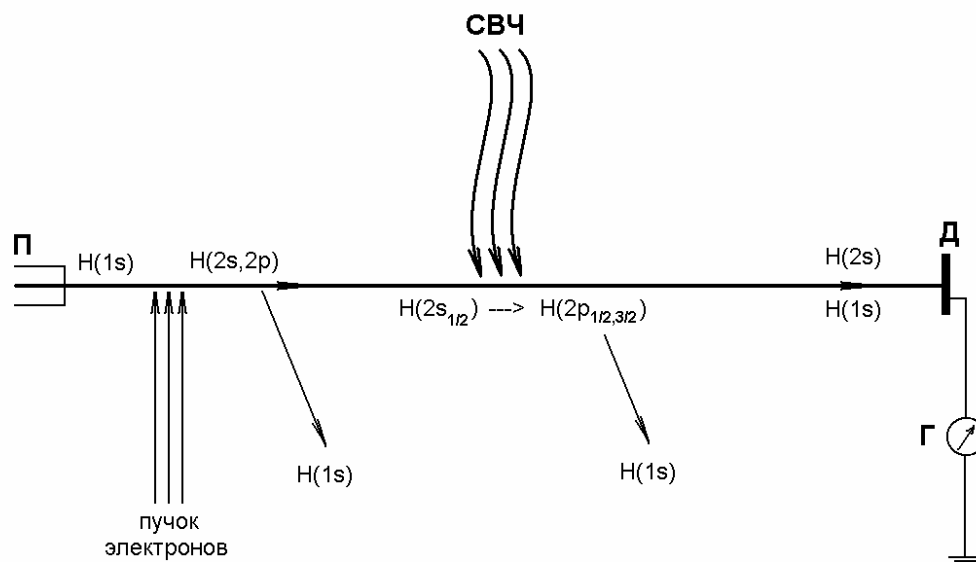


Рис. 13.4. Схема опыта Лэмба и Ризерфорда.

данной энергии, то есть числу метастабильных атомов водорода  $H(2s_{1/2})$ . По пути к детектору пучок атомов водорода пролетает через область СВЧ поля, частота которого может перестраиваться. При совпадении частоты поля с частотой переходов  $2s_{1/2} \rightarrow 2p_{1/2}$  или  $2s_{1/2} \rightarrow 2p_{3/2}$  оказываются возможны вынужденные переходы в  $2p$ -состояние, что приводит к быстрому спонтанному переходу в основное состояние. В результате метастабильные атомы не долетают до детектора и сигнал с него пропадает. Таким образом, оказывается возможным точно измерить положение уровня  $2s_{1/2}$  относительно дублета  $2p_{1/2, 3/2}$ . Эксперимент показал, что расстояние между компонентами дублета  $2p_{1/2, 3/2}$  составляет величину 10950 МГц в соответствии с теорией Дирака<sup>16</sup>, а уровень  $2s_{1/2}$  сдвинут вверх примерно на 1058 МГц относительно нижней компоненты дублета  $2p_{1/2, 3/2}$ .

Перейдем теперь к обсуждению физических причин возникновения лэмбовского сдвига. Мы уже отмечали, что при строгом анализе строения квантовомеханической системы, вообще говоря, необходимо учитывать ее взаимодействие с электромагнитным вакуумом. Взаимодействие атомного электрона с вакуумными полями ведет не только к спонтанным переходам, но и к энергетическому сдвигу уровней<sup>17</sup>. С физической точки зрения флуктуирующие вакуумные поля оказывают дополнительное воздействие на

<sup>16</sup> В энергетических единицах это значение равно  $\alpha^2 Ry/16$ .

<sup>17</sup> Интересно, что и в классической теории сила радиационного трения ведет не только к затуханию колебаний атомного осциллятора, но и к изменению его частоты. Это изменение частоты излучения в некотором смысле является классическим аналогом лэмбовского сдвига.

электрон, приводя к его «дрожанию» на орбите. В системе отсчета, связанной с электроном, «дрожащим» оказывается атомное ядро. В результате электрон «видит» его как неточечный объект. Ранее мы уже обсуждали (см. Л\_9) влияние конечного размера ядра на положение энергетических уровней атома. В рамках рассматриваемой модели лэмбовский имеет точно такую же природу, только под размером ядра нам следует подразумевать амплитуду «дрожания» электрона на орбите. Мы видели, что учет пространственной структуры радиальных волновых функций ведет к тому, что неточечность атомного ядра приводит к сдвигу вверх только  $s$  - состояний. Поэтому мы ожидаем, что взаимодействие атомного электрона с вакуумным электромагнитным полем также приведет к сдвигу вверх атомных состояний с нулевым орбитальным моментом.

Изложенные выше качественные соображения постараемся теперь облечь в математическую форму. Запишем уравнение, описывающее «дрожание» электрона орбите под действием вакуумных полей:

$$m\ddot{\delta\vec{r}} = e\vec{E}_{vac} + \frac{e}{c}[\dot{\delta\vec{r}} \times \vec{H}_{vac}]. \quad (13.39)$$

Здесь  $\delta\vec{r}$  описывает отклонение электрона от равновесной орбиты. Считая электрон нерелятивистским, и учитывая, что

$$\vec{E}_{vac}(t) = \sum_{k,\lambda} \vec{e}_\lambda \varepsilon_{k\lambda} \cos(\omega_{k\lambda} t),$$

запишем решение уравнения (13.39) в виде

$$\delta\vec{r} = -\frac{e}{m} \sum_{k,\lambda} \vec{e}_\lambda \varepsilon_{k\lambda} \frac{\cos(\omega_{k\lambda} t)}{\omega_{k\lambda}^2}. \quad (13.40)$$

Определим теперь величину среднего (по времени) квадрата отклонения электрона от равновесной траектории

$$\langle (\delta\vec{r})^2 \rangle = \frac{e^2}{m^2} \sum_{k\lambda} \frac{\varepsilon_{k\lambda}^2}{\omega_{k\lambda}^4} \cos^2(\omega_{k\lambda} t) = \frac{e^2}{2m^2} \sum_{k\lambda} \varepsilon_{k\lambda}^2 / \omega_{k\lambda}^4. \quad (13.41)$$

Здесь  $\varepsilon_{k\lambda}$  - амплитудное значение вакуумного электрического поля в полевой моде. Эту величину мы уже вычисляли (см. выражение (13.12)):

$$\varepsilon_{k\lambda} = \sqrt{\frac{4\pi\hbar\omega_{k\lambda}}{L^3}}.$$

Поэтому

$$\langle (\delta\vec{r})^2 \rangle = \frac{2\pi e^2 \hbar}{m^2} \frac{1}{L^3} \sum_{k\lambda} 1/\omega_{k\lambda}^3. \quad (13.42)$$

В случае, если объем  $L^3$  достаточно большой, спектр полевых мод является достаточно плотным и в (13.42) от суммы можно перейти к интегралу

$$\frac{1}{L^3} \sum_{k\lambda} \rightarrow 2 \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} = \frac{1}{\pi^2 c^3} \int \omega^2 d\omega.$$

В результате получаем

$$\langle (\delta\vec{r})^2 \rangle = \frac{2e^2 \hbar}{\pi m^2 c^3} \int \frac{d\omega}{\omega} = \frac{2}{\pi} \frac{e^2}{\hbar c} \left( \frac{\hbar}{mc} \right)^2 \int \frac{d\omega}{\omega} = \frac{2}{\pi} \alpha^3 a_0^2 \int \frac{d\omega}{\omega}. \quad (13.43)$$

Полученный интеграл расходится и на верхнем и на нижнем пределе. Для устранения расходимости необходимо ограничить спектр полевых мод, взаимодействующих с электроном. В качестве граничных частот выбирают<sup>18</sup>

$$\hbar\omega_{\max} = mc^2, \quad \hbar\omega_{\min} = \frac{1}{2}\alpha^2 mc^2 \frac{Z^2}{n^2},$$

откуда для квадрата амплитуды дрожания окончательно находим

$$\langle (\delta\vec{r})^2 \rangle = \frac{2}{\pi} \alpha^3 a_0^2 \ln \frac{2n^2}{Z^2 \alpha^2}$$

Как видно, амплитуда дрожания достаточно мала:  $\sqrt{\langle (\delta\vec{r})^2 \rangle} \sim \alpha^{3/2} a_0 \sim 6 \cdot 10^{-4} a_0 \ll a_0$

Поэтому эффект окажется существенным только для  $s$  - состояний. Используя результаты расчета смещения  $s$  - уровней, обусловленные конечным размером ядра (см. выражение (9.11)), получим величину лэмбовского сдвига  $ns$  состояния.

$$\delta E_{ns} \sim \frac{Z^4}{n^3} \alpha^3 Ry.$$

Более точные вычисления были проведены Бете<sup>19</sup> в 1947 году:

$$\delta E_{ns} = \frac{8}{3\pi} Z^4 \alpha^3 \frac{1}{n^3} Ry \cdot \ln \frac{2n^2}{Z^2 \alpha^2}. \quad (13.44)$$

и хорошо согласуются с экспериментальными данными, полученными Лэмбом и Ризерфордом. Как видно, в тяжелых водородоподобных ионах величина лэмбовского смещения уровней быстро возрастает. Точное экспериментальное измерение лэмбовского сдвига в таких системах представляет по-прежнему большой интерес, поскольку позволяет проверить предсказания квантовой электродинамики в сильных полях, когда параметр  $\alpha Z \sim 1$ .

Отметим также, что в атоме водорода максимальная величина лэмбовского сдвига наблюдается для основного  $1s$  - состояния. Однако, измерить это смещение гораздо более трудно чем смещение  $2s$  - уровня. Это связано с тем, что промерять положение  $1s$  - уровня также приходится относительно положения дублета  $2p_{1/2,3/2}$ . Относительная точность таких измерений должна быть примерно на пять порядков выше, чем в опытах Лэмба – Ризерфорда. Эксперименты такого уровня стали возможны лишь с развитием лазерной техники в середине 80-ых годов XX века и были проведены Т. Хэншем<sup>20</sup>. Как и следует из формулы Бете (13.44), величина лэмбовского сдвига  $1s$  состояния примерно в восемь раз больше, чем для  $2s$  - состояния.

### Задачи.

- 13.1. В дипольном приближении определить вероятности спонтанных переходов между стационарными состояниями частицы с зарядом  $e$  в гармоническом потенциале.

<sup>18</sup> Первое из этих ограничений предполагает, что электрон в атоме остается нерелятивистским. Низкочастотное ограничение предполагает, что вакуумные поля приводят именно к эффекту «дрожания» на орбите. Поэтому частота «дрожания» «должна быть больше частоты обращения вокруг атомного ядра. Более подробно см. А.А.Соколов, И.М.Тернов, В.Ч. Жуковский «Квантовая механика», §21, М.: Наука, (1979).

<sup>19</sup> Н.Бете (1906 - 2005) – физик – теоретик, Нобелевская премия (1967) «За вклад в теорию ядерных реакций и особенно за открытие цикла термоядерных реакций, являющихся источником энергии звезд»

<sup>20</sup> Т. Hensch (р. 1941) – немецкий физик – экспериментатор, Нобелевская премия (2005) «За развитие прецизионной лазерной спектроскопии, включая технологию оптически-частотных гребенок».

- 13.2. В дипольном приближении определить вероятности спонтанных переходов между различными стационарными состояниями электрона в одномерной бесконечно глубокой прямоугольной потенциальной яме.
- 13.3. Оценить время спонтанного перехода  $2p \rightarrow 1s$  в водородоподобном ионе с зарядом ядра  $Z$ .
- 13.4. Оценить время спонтанного перехода между компонентами сверхтонкой структуры основного состояния атома водорода. (Длина волны перехода  $\lambda = 21$  см). Данный переход является магнитно-дипольным, поэтому в выражении для вероятности перехода вместо матричного элемента электрического дипольного момента стоит матричный элемент магнитного дипольного момента системы.
- 13.5. Оценить амплитуду «дрожания» электрона на орбите, приводящую к лэмбовскому сдвигу атомных уровней, если известно, что разница энергий  $2s_{1/2}$  и  $2p_{1/2}$  состояний в атоме водорода равна  $\delta E \approx \alpha^3 Ry / (3\pi)$ .
- 13.6. Оценить величину лэмбовского сдвига  $1s$  и  $2s$  состояний в водородоподобном ионе урана ( $Z = 92$ ).
- 13.7. Оценить характерное время жизни возбужденного атомного ядра относительно излучения  $\gamma$ -кванта атомным ядром. Считать, что  $E_\gamma \approx 1$  МэВ, и  $\gamma$  - переход разрешен в электрическом дипольном приближении.